И. Е. ИРОДОВ

ЗАДАЧИ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,
ПЕРЕРАБОТАННОЕ

*Допущено Министерством высшего
и среднего специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений*

МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1988

Симферопольский госуниверситет
БИБЛИОТЕКА
БЕЗИНВЕНТАРНО

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ББК 22.3
И83
УДК 530.1(075.8)

ИРОДОВ И. Е. Задачи по общей физике: Учеб. пособие.— 2-е изд., перераб.— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.— 416 с., ил. ISBN 5-02-013849-5.

Содержит около 2000 задач по всем разделам курса общей физики. Разнообразие и оригинальность многих задач в сочетании с краткими теоретическими сведениями и обширными справочными таблицами делают этот сборник полезным и удобным по данному курсу. В новом издании сделана частичная перекомпоновка материала, увеличено число более простых задач, внесены некоторые исправления.

Для студентов физических и инженерно-технических специальностей вузов.

Рецензент

кандидат физико-математических наук *В. К. Петерсон*

Игорь Евгеньевич ИРОДОВ

ЗАДАЧИ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

Редактор *В. А. Григорова*
Художественный редактор *Т. Н. Кольченко*
Технический редактор *В. Н. Кондакова*
Корректоры *Е. В. Рычагова, Л. С. Сомова*

ИБ № 32576

Сдано в набор 05.05.87. Подписано к печати 14.12.87. Формат 84×108/32. Бумага тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 21,84. Усл. кр.-от. 22,05. Уч.-изд. л. 25,14. Тираж 118 000 экз. Заказ № 8-77. Цена 1 р. 20 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени
МПО «Первая Образцовая типография» им. А. А. Жданова
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
113054 Москва М-54, Валовая, 28

Отпечатано на Киевской книжной фабрике, 252054, Киев-54, Воровского, 24.

И $\frac{1704010000-039}{053(02)-88}$ 128-88

ISBN 5-02-013849-5

© Издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1979, 1988

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие ко второму изданию 5

Несколько советов по решению задач 6

Часть 1. Физические основы механики 7

1.1. Кинематика 7
1.2. Основное уравнение динамики 16
1.3. Законы сохранения импульса, энергии и момента импульса 25
1.4. Всемирное тяготение 43
1.5. Динамика твердого тела 47
1.6. Упругие деформации твердого тела 59
1.7. Гидродинамика 64
1.8. Релятивистская механика 69

Часть 2. Термодинамика и молекулярная физика 77

2.1. Уравнение состояния газа. Процессы 77
2.2. Первое начало термодинамики. Теплоемкость . . . 80
2.3. Молекулярно-кинетическая теория. Распределения Максвелла и Больцмана 85
2.4. Второе начало термодинамики. Энтропия 92
2.5. Жидкости. Капиллярные явления 98
2.6. Фазовые превращения 101
2.7. Явления переноса 106

Часть 3. Электродинамика 112

3.1. Постоянное электрическое поле в вакууме 112
3.2. Проводники и диэлектрики в электрическом поле 119
3.3. Электроемкость. Энергия электрического поля . . . 127
3.4. Электрический ток 135
3.5. Постоянное магнитное поле. Магнетики 147
3.6. Электромагнитная индукция. Уравнения Максвелла 161
3.7. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях 176

Часть 4. Колебания и волны 183

4.1. Механические колебания 183
4.2. Электрические колебания 199
4.3. Упругие волны. Акустика 210
4.4. Электромагнитные волны. Излучение 217

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Часть 5. Оптика 223
5.1. Фотометрия и геометрическая оптика 223
5.2. Интерференция света 235
5.3. Дифракция света 242
5.4. Поляризация света 254
5.5. Дисперсия и поглощение света 264
5.6. Оптика движущихся источников 268
5.7. Тепловое излучение. Квантовая природа света . . 272

Часть 6. Атомная и ядерная физика 279
6.1. Рассеяние частиц. Атом Резерфорда — Бора . . . 279
6.2. Волновые свойства частиц 285
6.3. Свойства атомов. Спектры 293
6.4. Молекулы и кристаллы 301
6.5. Радиоактивность 309
6.6. Ядерные реакции 313
6.7. Элементарные частицы 318

Ответы и решения 322

Приложения 404
1. Таблица производных и интегралов 404
2. Астрономические величины 405
3. Плотности веществ 405
4. Коэффициенты теплового расширения 406
5. Упругие постоянные. Предел прочности 406
6. Давление насыщенных паров воды 406
7. Постоянные газов 407
8. Постоянные жидкостей и твердых тел 407
9. Диэлектрические проницаемости 408
10. Удельные сопротивления проводников и изоляторов 408
11. Магнитные восприимчивости пара- и диамагнетиков 408
12. Показатели преломления n 409
13. Вращение плоскости поляризации 409
14. Работа выхода электрона из металлов 410
15. Край K-полосы поглощения 410
16. Массовые коэффициенты ослабления 410
17. Константы двухатомных молекул 411
18. Массы легких нуклидов 411
19. Периоды полураспада радиоизотопов 411
20. Единицы физических величин 412
21. Основные формулы электродинамики в СИ и в гауссовой системе 414
22. Основные физические константы 416

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

НЕСКОЛЬКО СОВЕТОВ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

1. Прежде всего ознакомьтесь с таблицами приложения, так как решение многих задач без них невозможно. Кроме того, содержащийся в этих таблицах справочный материал значительно облегчит вашу работу и сэкономит время.

2. Приступая к решению задачи, хорошо вникните в ее смысл и постановку вопроса. Установите, все ли данные, необходимые для решения задачи, приведены. Недостающие данные можно найти в таблицах приложения. Если позволяет характер задачи, обязательно сделайте схематический рисунок, поясняющий ее сущность,— это во многих случаях резко облегчает как поиск решения, так и само решение.

3. Каждую задачу решайте, как правило, в общем виде (т. е. в буквенных обозначениях), так чтобы искомая величина была выражена через заданные величины. Решение в общем виде придает окончательному результату особую ценность, ибо позволяет установить определенную закономерность, показывающую, как зависит искомая величина от заданных величин. Кроме того, ответ, полученный в общем виде, позволяет судить в значительной степени о правильности самого решения (см. следующий пункт).

4. Получив решение в общем виде, проверьте, правильную ли оно имеет размерность. Неверная размерность есть явный признак ошибочности решения. Если возможно, исследуйте поведение решения в предельных частных случаях. Например, какой бы вид ни имело выражение для силы гравитационного взаимодействия между двумя протяженными телами, с увеличением расстояния между телами оно должно непременно переходить в известный закон взаимодействия точечных масс. В противном случае можно сразу утверждать: решение неверное.

5. Приступая к вычислениям, помните, что числовые значения физических величин всегда являются приближенными. Поэтому при расчетах руководствуйтесь правилами действий с приближенными числами. В частности, в полученном значении вычисленной величины нужно сохранить последним тот знак, единица которого еще превышает погрешность этой величины. Все следующие цифры надо отбросить.

6. Получив числовой ответ, оцените его правдоподобность. Такая оценка может в ряде случаев обнаружить ошибочность полученного результата. Так, например, дальность полета брошенного человеком камня не может быть порядка 1 км, скорость тела не может оказаться больше скорости света в вакууме и т. п.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Часть 1

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

1.1. Кинематика

● Средние векторы скорости и ускорения точки:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \Delta \mathbf{r}/\Delta t, \quad \langle \mathbf{a} \rangle = \Delta \mathbf{v}/\Delta t, \tag{1.1а}$$

где $\Delta \mathbf{r}$ — перемещение (приращение радиус-вектора).

● Скорость и ускорение точки:

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt, \quad \mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt. \tag{1.1б}$$

● Ускорение точки в проекциях на касательную и нормаль к траектории:

$$a_\tau = dv_\tau/dt, \quad a_n = v^2/R, \tag{1.1в}$$

где R — радиус кривизны траектории в данной точке.

● Путь, пройденный точкой:

$$s = \int v\, dt, \tag{1.1г}$$

где v — *модуль* скорости точки.

● Угловые скорость и ускорение твердого тела:

$$\boldsymbol{\omega} = d\boldsymbol{\varphi}/dt, \quad \boldsymbol{\beta} = d\boldsymbol{\omega}/dt. \tag{1.1д}$$

● Связь между линейными и угловыми величинами:

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}], \quad a_n = \omega^2 R, \quad a_\tau = \beta_z R, \tag{1.1е}$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор рассматриваемой точки относительно произвольной точки оси вращения, R — расстояние от оси вращения.

1.1. Катер, двигаясь вниз по реке, обогнал плот в пункте A. Через $\tau = 60$ мин после этого он повернул обратно и затем встретил плот на расстоянии $l = 6{,}0$ км ниже пункта A. Найти скорость течения, если при движении в обоих направлениях мотор катера работал одинаково.

1.2. Все звезды, в частности и некоторая звезда N, удаляются от Солнца со скоростями, пропорциональными их расстоянию до него. Как будет выглядеть эта картина с «точки зрения» звезды N?

1.3. Точка прошла половину пути со скоростью v_0. На оставшейся части пути она половину времени двигалась

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

со скоростью v_1, а последний участок прошла со скоростью v_2. Найти среднюю за все время движения скорость точки.

1.4. Точка движется по прямой в одну сторону. На рис. 1.1 показан график пройденного ею пути s в зависимости от времени t. Найти с помощью этого графика:

а) среднюю скорость точки за время движения;

б) максимальную скорость;

в) момент времени t_0, в который мгновенная скорость равна средней скорости за первые t_0 секунд.

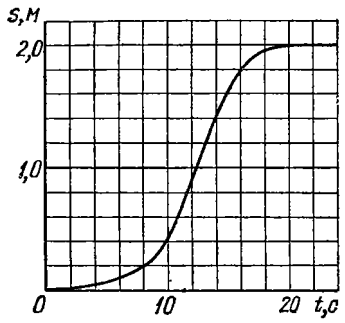


Рис. 1.1

1.5. Две частицы, *1* и *2*, движутся с постоянными скоростями $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$. Их радиус-векторы в начальный момент равны $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$. При каком соотношении между этими четырьмя векторами частицы испытают столкновение друг с другом?

1.6. Корабль движется по экватору на восток со скоростью $v_0=30$ км/ч. С юго-востока под углом $\varphi=60°$ к экватору дует ветер со скоростью $v=15$ км/ч. Найти скорость v' ветра относительно корабля и угол φ' между экватором и направлением ветра в системе отсчета, связанной с кораблем.

1.7. Два пловца должны попасть из точки A на одном берегу реки в прямо противоположную точку B на другом берегу. Для этого один из них решил переплыть реку по прямой AB, другой же — все время держать курс перпендикулярно к течению, а расстояние, на которое его снесет, пройти пешком по берегу со скоростью u. При каком значении u оба пловца достигнут точки B за одинаковое время, если скорость течения $v_0=2{,}0$ км/ч и скорость каждого пловца относительно воды $v'=2{,}5$ км/ч?

1.8. От бакена, который находится на середине широкой реки, отошли две лодки, A и B. Обе лодки стали двигаться по взаимно перпендикулярным прямым: лодка A — вдоль реки, а лодка B — поперек. Удалившись на одинаковое расстояние от бакена, лодки вернулись затем обратно. Найти отношение времен движения лодок τ_A/τ_B, если скорость каждой лодки относительно воды в $\eta=1{,}2$ раза больше скорости течения.

1.9. Лодка движется относительно воды со скоростью,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

в $n=2{,}0$ раза меньшей скорости течения реки. Под каким углом к направлению течения лодка должна держать курс, чтобы ее снесло течением как можно меньше?

1.10. Два тела бросили одновременно из одной точки: одно — вертикально вверх, другое — под углом $\vartheta=60°$ к горизонту. Начальная скорость каждого тела $v_0=25$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти расстояние между телами через $t=1{,}70$ с.

1.11. Две частицы движутся с ускорением g в однородном поле тяжести. В начальный момент частицы находились в одной точке и имели скорости $v_1=3{,}0$ м/с и $v_2=4{,}0$ м/с, направленные горизонтально и в противоположные стороны. Найти расстояние между частицами в момент, когда векторы их скоростей окажутся взаимно перпендикулярными.

1.12. Три точки находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной a. Они начинают одновременно двигаться с постоянной по модулю скоростью v, причем первая точка все время держит курс на вторую, вторая — на третью, третья — на первую. Через сколько времени точки встретятся?

1.13. Точка A движется равномерно со скоростью v так, что вектор $\mathbf{v}$ все время «нацелен» на точку B, которая в свою очередь движется прямолинейно и равномерно со скоростью $u<v$. В начальный момент $\mathbf{v}\perp\mathbf{u}$ и расстояние между точками равно l. Через сколько времени точки встретятся?

1.14. Поезд длины $l=350$ м начинает двигаться по прямому пути с постоянным ускорением $a=3{,}0\cdot10^{-2}$ м/с^2. Через $t=30$ с после начала движения был включен прожектор локомотива (событие 1), а через $\tau=60$ с после этого — сигнальная лампа в хвосте поезда (событие 2). Найти расстояние между точками, в которых произошли эти события, в системах отсчета, связанных с поездом и с земной поверхностью. Как и с какой постоянной скоростью V относительно земной поверхности должна перемещаться некоторая K-система отсчета, чтобы оба события произошли в ней в одной точке?

1.15. Кабина лифта, у которой расстояние от пола до потолка равно 2,7 м, начала подниматься с постоянным ускорением 1,2 м/с^2. Через 2,0 с после начала подъема с потолка кабины стал падать болт. Найти:

а) время свободного падения болта;

б) перемещение и путь болта за время свободного падения в системе отсчета, связанной с шахтой лифта.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.16. Две частицы, *1* и *2*, движутся с постоянными скоростями v_1 и v_2 по двум взаимно перпендикулярным прямым к точке их пересечения *O*. В момент $t=0$ частицы находились на расстояниях l_1 и l_2 от точки *O*. Через сколько времени после этого расстояние между частицами станет наименьшим? Чему оно равно?

1.17. Из пункта *A*, находящегося на шоссе (рис. 1.2), необходимо за кратчайшее время попасть на машине в пункт *B*, расположенный в поле на расстоянии *l* от шоссе. Известно, что скорость машины по полю в η раз меньше ее скорости по шоссе. На каком расстоянии от точки *D* следует свернуть с шоссе?

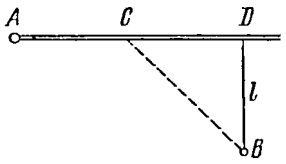


Рис. 1.2

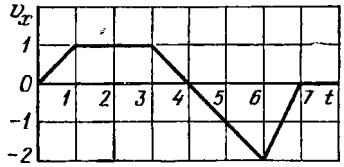


Рис. 1.3

1.18. Точка движется вдоль оси *x* со скоростью, проекция которой v_x как функция времени описывается графиком на рис. 1.3. Имея в виду, что в момент $t=0$ координата точки $x=0$, начертить примерные графики зависимостей от времени ускорения a_x, координаты *x* и пройденного пути *s*.

1.19. За промежуток времени $\tau=10{,}0$ с точка прошла половину окружности радиуса $R=160$ см. Вычислить за это время:

а) среднее значение модуля скорости $\langle v \rangle$;

б) модуль среднего вектора скорости $|\langle \mathbf{v} \rangle|$;

в) модуль среднего вектора полного ускорения $|\langle \mathbf{a} \rangle|$, если точка двигалась с постоянным тангенциальным ускорением.

1.20. Радиус-вектор частицы меняется со временем *t* по закону $\mathbf{r}=\mathbf{b}t(1-\alpha t)$, где $\mathbf{b}$ — постоянный вектор, α — положительная постоянная. Найти:

а) скорость $\mathbf{v}$ и ускорение $\mathbf{a}$ частицы в зависимости от времени;

б) промежуток времени Δt, по истечении которого частица вернется в исходную точку, а также путь *s*, который она пройдет при этом.

1.21. В момент $t=0$ частица вышла из начала координат в положительном направлении оси *x*. Ее скорость меняется

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

со временем по закону $\mathbf{v}=\mathbf{v}_0(1-t/\tau)$, где $\mathbf{v}_0$ — начальная скорость, модуль которой $v_0=10{,}0$ см/с, $\tau=5{,}0$ с. Найти:

а) координату x частицы в моменты времени 6,0, 10 и 20 с;

б) моменты времени, когда частица будет находиться на расстоянии 10,0 см от начала координат.

1.22. Частица движется в положительном направлении оси x так, что ее скорость меняется по закону $v=\alpha\sqrt{x}$, где α — положительная постоянная. Имея в виду, что в момент $t=0$ она находилась в точке $x=0$, найти:

а) зависимость от времени скорости и ускорения частицы;

б) среднюю скорость частицы за время, в течение которого она пройдет первые s метров пути.

1.23. Точка движется, замедляясь, по прямой с ускорением, модуль которого зависит от ее скорости v по закону $a=\alpha\sqrt{v}$, где α — положительная постоянная. В начальный момент скорость точки равна v_0. Какой путь она пройдет до остановки? За какое время этот путь будет пройден?

1.24. Радиус-вектор точки A относительно начала координат меняется со временем t по закону $\mathbf{r}=\alpha t\mathbf{i}+\beta t^2\mathbf{j}$, где α и β — постоянные, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y. Найти:

а) уравнение траектории точки $y(x)$; изобразить ее график;

б) зависимости от времени скорости $\mathbf{v}$, ускорения $\mathbf{a}$ и модулей этих величин;

в) зависимость от времени угла φ между векторами $\mathbf{a}$ и $\mathbf{v}$.

1.25. Точка движется в плоскости xy по закону $x=\alpha t$, $y=\alpha t(1-\beta t)$, где α и β — положительные постоянные. Найти:

а) уравнение траектории точки $y(x)$; изобразить ее график;

б) скорость v и ускорение a точки в зависимости от t;

в) момент t_0, когда угол между скоростью и ускорением равен $\pi/4$.

1.26. Точка движется в плоскости xy по закону $x=A\sin\omega t$, $y=A(1-\cos\omega t)$, где A и ω — положительные постоянные. Найти:

а) путь s, проходимый точкой за время τ;

б) угол между скоростью и ускорением точки.

1.27. Частица движется в плоскости xy с постоянным ускорением $\mathbf{a}$, направление которого противоположно положительному направлению оси y. Уравнение траектории

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

частицы имеет вид $y=\alpha x-\beta x^2$, где α и β — положительные постоянные. Найти скорость частицы в начале координат.

1.28. Небольшое тело бросили под углом к горизонту с начальной скоростью $\mathbf{v}_0$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти:

а) перемещение тела в функции времени $\mathbf{r}(t)$;

б) средний вектор скорости $\langle \mathbf{v} \rangle$ за первые t секунд и за все время движения.

1.29. Тело бросили с поверхности Земли под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти:

а) время движения;

б) максимальную высоту подъема и горизонтальную дальность полета; при каком значении угла α они будут равны друг другу;

в) уравнение траектории $y(x)$, где y и x — перемещения тела по вертикали и горизонтали соответственно.

1.30. Под каким углом к горизонту надо бросить шарик, чтобы:

а) радиус кривизны начала его траектории был в $\eta=8{,}0$ раз больше, чем в вершине;

б) центр кривизны вершины траектории находился на земной поверхности?

1.31. Шарик падает с нулевой начальной скоростью на гладкую наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Пролетев расстояние h, он упруго отразился от плоскости. На каком расстоянии от места падения шарик отразится второй раз?

1.32. Пушка и цель находятся на одном уровне на расстоянии 5,10 км друг от друга. Через сколько времени снаряд с начальной скоростью 240 м/с достигнет цели?

1.33. Из пушки выпустили последовательно два снаряда со скоростью $v_0=250$ м/с: первый — под углом $\vartheta_1=60^\circ$ к горизонту, второй — под углом $\vartheta_2=45^\circ$ (азимут один и тот же). Найти интервал времени между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

1.34. Воздушный шар начинает подниматься с поверхности земли. Скорость его подъема постоянна и равна v_0. Благодаря ветру шар приобретает горизонтальную компоненту скорости $v_x=\alpha y$, где α — постоянная, y — высота подъема. Найти зависимости от высоты подъема:

а) величины сноса шара $x(y)$;

б) полного, тангенциального и нормального ускорений шара.

1.35. Частица движется в плоскости xy со скоростью

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$\mathbf{v}=\alpha\mathbf{i}+\beta x\mathbf{j}$, где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y, α и β — постоянные. В начальный момент частица находилась в точке $x=y=0$. Найти:

а) уравнение траектории частицы $y(x)$;

б) радиус кривизны траектории в зависимости от x.

1.36. Частица A движется в одну сторону по траектории (рис. 1.4) с тангенциальным ускорением $a_\tau=\alpha\tau$, где α — постоянный вектор, совпадающий по направлению с осью x, а τ — единичный вектор, связанный с частицей A и направленный по касательной к траектории в сторону возрастания дуговой координаты. Найти скорость частицы в зависимости от x, если в точке $x=0$ ее скорость равна нулю.

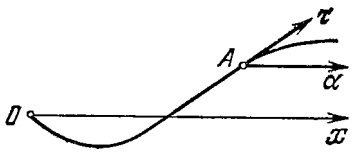


Рис. 1.4

1.37. Точка движется по окружности со скоростью $v=\alpha t$, где $\alpha=0{,}50$ м/с^2. Найти ее полное ускорение в момент, когда она пройдет $n=0{,}10$ длины окружности после начала движения.

1.38. Точка движется, замедляясь, по окружности радиуса R так, что в каждый момент времени ее тангенциальное и нормальное ускорения по модулю равны друг другу. В начальный момент $t=0$ скорость точки равна v_0. Найти зависимость:

а) скорости точки от времени и от пройденного пути s;

б) полного ускорения точки от скорости и пройденного пути.

1.39. Точка движется по дуге окружности радиуса R. Ее скорость зависит от пройденного пути s по закону $v=\alpha\sqrt{s}$, где α — постоянная. Найти угол φ между вектором полного ускорения и вектором скорости в зависимости от s.

1.40. Частица движется по дуге окружности радиуса R по закону $l=A\sin\omega t$, где l — смещение из начального положения, отсчитываемое вдоль дуги, A и ω — постоянные. Положив $R=1{,}00$ м, $A=0{,}80$ м и $\omega=2{,}00$ с$^{-1}$, найти полное ускорение частицы в точках $l=0$ и $\pm A$.

1.41. Точка движется по плоскости так, что ее тангенциальное ускорение $a_\tau=\alpha$, а нормальное ускорение $a_n=\beta t^4$, где α и β — положительные постоянные, t — время. В момент $t=0$ точка покоилась. Найти зависимости от пройденного пути s радиуса кривизны R траектории точки и ее полного ускорения a.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.42. Частица движется равномерно со скоростью v по плоской траектории $y(x)$. Найти ускорение частицы в точке $x=0$ и радиус кривизны траектории в этой точке, если траектория:

а) парабола $y=\alpha x^2$; б) эллипс $(x/\alpha)^2+(y/\beta)^2=1$, где α и β — постоянные.

1.43. Частица A движется по окружности радиуса $R=50$ см так, что ее радиус-вектор $\mathbf{r}$ относительно точки O (рис. 1.5) поворачивается с постоянной угловой скоростью $\omega=0{,}40$ рад/с. Найти модуль скорости частицы, а также модуль и направление ее полного ускорения.

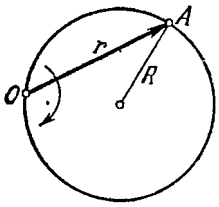


Рис. 1.5

1.44. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол φ его поворота зависит от времени как $\varphi=\beta t^2$, где $\beta=0{,}20$ рад/с^2. Найти полное ускорение a точки A на ободе колеса в момент $t=2{,}5$ с, если скорость точки A в этот момент $v=0{,}65$ м/с.

1.45. Снаряд вылетел со скоростью $v=320$ м/с, сделав внутри ствола $n=2{,}0$ оборота. Длина ствола $l=2{,}0$ м. Считая движение снаряда в стволе равноускоренным, найти его угловую скорость вращения вокруг оси в момент вылета.

1.46. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi=at-bt^3$, где $a=6{,}0$ рад/с, $b=2{,}0$ рад/с^3. Найти:

а) средние значения угловой скорости и углового ускорения за промежуток времени от $t=0$ до остановки;

б) угловое ускорение в момент остановки тела.

1.47. Твердое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\beta=\alpha t$, где $\alpha=2{,}0\times10^{-2}$ рад/с^3. Через сколько времени после начала вращения вектор полного ускорения произвольной точки тела будет составлять угол $\varphi=60^\circ$ с ее вектором скорости?

1.48. Твердое тело вращается, замедляясь, вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\beta\sim\sqrt{\omega}$, где ω — его угловая скорость. Найти среднюю угловую скорость тела за время, в течение которого оно будет вращаться, если в начальный момент его угловая скорость была равна ω_0.

1.49. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от угла поворота

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

φ по закону $\omega=\omega_0-a\varphi$, где ω_0 и a — положительные постоянные. В момент времени $t=0$ угол $\varphi=0$. Найти зависимости от времени:

а) угла поворота; б) угловой скорости.

1.50. Твердое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\beta}_0\cos\varphi$, где $\boldsymbol{\beta}_0$ — постоянный вектор, φ — угол поворота из начального положения. Найти угловую скорость тела в зависимости от угла φ. Изобразить график этой зависимости.

1.51. Вращающийся диск (рис. 1.6) движется в положительном направлении оси x. Найти уравнение $y(x)$, характеризующее положения мгновенной оси вращения, если

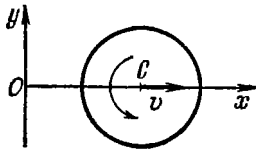


Рис. 1.6

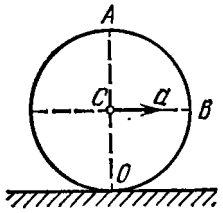


Рис. 1.7

в начальный момент ось C диска находилась в точке O и в дальнейшем движется:

а) с постоянной скоростью v, а диск раскручивается без начальной угловой скорости с постоянным угловым ускорением β;

б) с постоянным ускорением a (без начальной скорости), а диск вращается с постоянной угловой скоростью ω.

1.52. Точка A находится на ободе колеса радиуса $R=0{,}50$ м, которое катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью $v=1{,}00$ м/с. Найти:

а) модуль и направление ускорения точки A;

б) полный путь s, проходимый точкой A между двумя последовательными моментами ее касания поверхности.

1.53. Шар радиуса $R=10{,}0$ см катится без скольжения по горизонтальной плоскости так, что его центр движется с постоянным ускорением $a=2{,}50$ см/с^2. Через $t=2{,}00$ с после начала движения его положение соответствует рис. 1.7. Найти:

а) скорости точек A и B; б) ускорения точек A и O.

1.54. Цилиндр катится без скольжения по горизонтальной плоскости. Радиус цилиндра равен r. Найти радиусы кривизны траекторий точек A и B (см. рис. 1.7).

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.55. Два твердых тела вращаются вокруг неподвижных взаимно перпендикулярных пересекающихся осей с постоянными угловыми скоростями $\omega_1=3{,}0$ рад/с и $\omega_2=4{,}0$ рад/с. Найти угловую скорость и угловое ускорение одного тела относительно другого.

1.56. Твердое тело вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}=at\mathbf{i}+bt^2\mathbf{j}$, где $a=0{,}50$ рад/с^2, $b=0{,}060$ рад/с^3, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y. Найти модули угловой скорости и углового ускорения в момент $t=10{,}0$ с.

1.57. Круглый конус с углом полураствора $\alpha=30°$ и радиусом основания $R=5{,}0$ см катится равномерно без скольжения по горизонтальной плоскости, как показано на рис. 1.8. Вершина конуса закреплена шарнирно в точке O, которая находится на одном уровне с точкой C — центром основания конуса. Скорость точки C $v=10{,}0$ см/с. Найти модули:

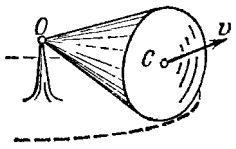


Рис. 1.8

а) угловой скорости конуса; б) углового ускорения конуса.

1.58. Твердое тело вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_0=0{,}50$ рад/с вокруг горизонтальной оси AB. В момент $t=0$ ось AB начали поворачивать вокруг вертикали с постоянным угловым ускорением $\beta_0=0{,}10$ рад/с^2. Найти модули угловой скорости и углового ускорения тела через $t=3{,}5$ с.

1.2. Основное уравнение динамики

● Основное уравнение динамики (второй закон Ньютона):

$$m\,d\mathbf{v}/dt=\mathbf{F}. \tag{1.2а}$$

● Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки:

$$m\,dv_\tau/dt=F_\tau,\quad mv^2/R=F_n. \tag{1.2б}$$

● Уравнение динамики точки в неинерциальной K'-системе отсчета, которая вращается с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ вокруг неподвижной оси:

$$m\mathbf{a}'=\mathbf{F}+m\boldsymbol{\omega}^2\mathbf{R}+2m\,[\mathbf{v}'\boldsymbol{\omega}], \tag{1.2в}$$

где $\mathbf{R}$ — радиус-вектор точки относительно оси вращения K'-системы.

1.59. Частица движется вдоль оси x по закону $x=\alpha t^2-\beta t^3$, где α и β — положительные постоянные. В момент $t=0$ сила, действующая на частицу, равна F_0. Найти значения F_x силы в точках поворота и в момент, когда частица опять окажется в точке $x=0$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.60. Найти модуль и направление силы, действующей на частицу массы m при ее движении в плоскости xy по закону $x=A\sin\omega t$, $y=B\cos\omega t$, где A, B, ω — постоянные.

1.61. Аэростат массы $m=250$ кг начал опускаться с ускорением $a=0{,}20$ м/с^2. Определить массу балласта, который следует сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх. Сопротивления воздуха нет.

1.62. В установке, показанной на рис. 1.9, массы тел равны m_0, m_1 и m_2, массы блока и нитей пренебрежимо малы и трения в блоке нет. Найти ускорение a, с которым опускается тело m_0, и силу натяжения нити, связывающей тела m_1 и m_2, если коэффициент трения между этими телами и горизонтальной поверхностью равен k.

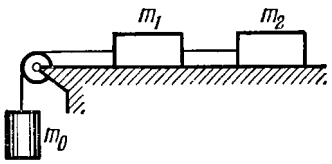


Рис. 1.9

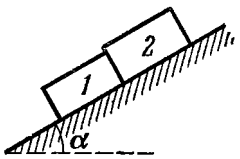


Рис. 1.10

1.63. На наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом, поместили два бруска *1* и *2* (рис. 1.10). Массы брусков равны m_1 и m_2, коэффициенты трения между плоскостью и этими брусками — соответственно k_1 и k_2, причем $k_1>k_2$. Найти:

а) силу взаимодействия между брусками в процессе движения;

б) значения угла α, при которых не будет скольжения.

1.64. Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha=15°$ с горизонтом. Найти коэффициент трения, если время подъема тела оказалось в $\eta=2{,}0$ раза меньше времени спуска.

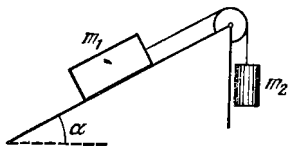


Рис. 1.11

1.65. В установке (рис. 1.11) известны угол α и коэффициент трения k между телом m_1 и наклонной плоскостью. Массы блока и нити пренебрежимо малы, трения в блоке нет. Вначале оба тела неподвижны. Найти отношение масс m_2/m_1, при котором тело m_2 начнет:

а) опускаться; б) подниматься.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.66. Наклонная плоскость (см. рис. 1.11) составляет угол $\alpha=30^\circ$ с горизонтом. Отношение масс тел $m_2/m_1=\eta=2/3$. Коэффициент трения между телом m_1 и плоскостью $k=0{,}10$. Массы блока и нити пренебрежимо малы. Найти модуль и направление ускорения тела m_2, если система пришла в движение из состояния покоя.

1.67. На гладкой горизонтальной плоскости лежит доска массы m_1 и на ней брусок массы m_2. К бруску приложили горизонтальную силу, увеличивающуюся со временем t по закону $F=\alpha t$, где α — постоянная. Найти зависимости от t ускорений доски a_1 и бруска a_2, если коэффициент трения между доской и бруском равен k. Изобразить примерные графики этих зависимостей.

1.68. На горизонтальной плоскости находятся два тела: брусок и электромотор с батарейкой на подставке. На ось электромотора намотана нить, свободный конец которой соединен с бруском. Расстояние между обоими телами l, коэффициент трения между телами и плоскостью k. После включения мотора брусок, масса которого вдвое больше массы другого тела, начал двигаться с постоянным ускорением a. Через сколько времени оба тела столкнутся?

1.69. Небольшое тело m начинает скользить по наклонной плоскости из точки, расположенной над вертикальным упором A (рис. 1.12). Коэффициент трения между телом и

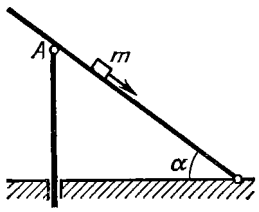


Рис. 1.12

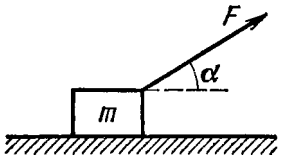


Рис. 1.13

наклонной плоскостью $k=0{,}140$. При каком значении угла α время соскальзывания будет наименьшим?

1.70. Шайбу положили на наклонную плоскость и сообщили направленную вверх начальную скорость v_0. Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен k. При каком значении угла наклона α шайба пройдет вверх по плоскости наименьшее расстояние? Чему оно равно?

1.71. Брусок массы m тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения k (рис. 1.13). Найти угол α, при

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

котором натяжение нити будет наименьшим. Чему оно равно?

1.72. Нить перекинута через легкий вращающийся без трения блок. На одном конце нити прикреплен груз массы M, а по другой свисающей части нити скользит муфточка массы m с постоянным ускорением a' относительно нити. Найти силу трения, с которой нить действует на муфточку.

1.73. Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы с массами m_1 и m_2. Кабина начинает подниматься с ускорением a_0. Пренебрегая массами блока и нити, а также трением, найти:

а) ускорение груза m_1 относительно кабины;

б) силу, с которой блок действует на потолок кабины.

1.74. В системе, показанной на рис. 1.14, массы тел равны m_0, m_1, m_2, трения нет, массы блоков пренебрежимо малы. Найти ускорение тела m_1.

1.75. С каким минимальным ускорением следует перемещать в горизонтальном направлении брусок A (рис. 1.15),

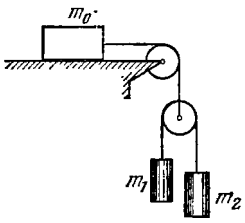


Рис. 1.14

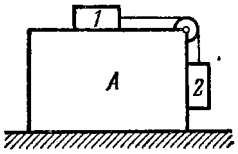


Рис. 1.15

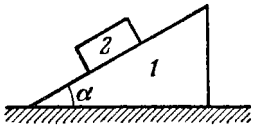


Рис. 1.16

чтобы тела *1* и *2* не двигались относительно него? Массы тел одинаковы, коэффициент трения между бруском и обоими телами равен k. Массы блока и нити пренебрежимо малы, трения в блоке нет.

1.76. Призме *1*, на которой находится брусок *2* массы m, сообщили влево горизонтальное ускорение a (рис. 1.16). При каком максимальном значении этого ускорения брусок будет оставаться еще неподвижным относительно призмы, если коэффициент трения между ними $k<\operatorname{ctg}\alpha$?

1.77. На горизонтальной поверхности находится призма *1* массы m_1 с углом α (см. рис. 1.16) и на ней брусок *2* массы m_2. Пренебрегая трением, найти ускорение призмы.

1.78. На тело массы m, лежащее на гладкой горизонтальной плоскости, в момент $t=0$ начала действовать сила, зависящая от времени как $F=kt$, где k — постоян-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ная. Направление этой силы все время составляет угол α с горизонтом (см. рис. 1.13). Найти:

а) скорость тела в момент отрыва от плоскости;

б) путь, пройденный телом к этому моменту.

1.79. К бруску массы m, лежащему на гладкой горизонтальной плоскости, приложили постоянную по модулю силу $F=mg/3$. В процессе его прямолинейного движения угол α между направлением этой силы и горизонтом меняют по закону $\alpha=ks$, где k — постоянная, s — пройденный бруском путь (из начального положения). Найти скорость бруска как функцию угла α.

1.80. Тело массы m бросили под углом к горизонту с начальной скоростью $\mathbf{v}_0$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти:

а) приращение импульса тела за первые t секунд движения;

б) модуль приращения импульса тела за все время движения.

1.81. На покоившуюся частицу массы m в момент $t=0$ начала действовать сила, зависящая от времени по закону $\mathbf{F}=\mathbf{b}t(\tau-t)$, где $\mathbf{b}$ — постоянный вектор, τ — время, в течение которого действует данная сила. Найти:

а) импульс частицы после окончания действия силы;

б) путь, пройденный частицей за время действия силы.

1.82. Частица массы m в момент $t=0$ начинает двигаться под действием силы $\mathbf{F}=\mathbf{F}_0 \sin \omega t$, где $\mathbf{F}_0$ и ω — постоянные. Найти путь, пройденный частицей, в зависимости от t. Изобразить примерный график этой зависимости.

1.83. В момент $t=0$ частица массы m начинает двигаться под действием силы $\mathbf{F}=\mathbf{F}_0 \cos \omega t$, где $\mathbf{F}_0$ и ω — постоянные. Сколько времени частица будет двигаться до первой остановки? Какой путь она пройдет за это время? Какова максимальная скорость частицы на этом пути?

1.84. Катер массы m движется по озеру со скоростью v_0. В момент $t=0$ выключили его двигатель. Считая силу сопротивления пропорциональной скорости катера, $\mathbf{F}=-r\mathbf{v}$, найти:

а) время движения катера с выключенным двигателем;

б) скорость катера в зависимости от пути, пройденного с выключенным двигателем, а также полный путь до остановки.

1.85. Пуля, пробив доску толщиной h, изменила свою скорость от v_0 до v. Найти время движения пули в доске, считая силу сопротивления пропорциональной квадрату скорости.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.86. Небольшой брусок начинает скользить по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Коэффициент трения зависит от пройденного пути x по закону $k=\gamma x$, где γ — постоянная. Найти путь, пройденный бруском до остановки, и максимальную скорость его на этом пути.

1.87. На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения k лежит тело массы m. В момент $t=0$ к нему приложили горизонтальную силу, зависящую от времени как $\mathbf{F}=\mathbf{b}t$, где $\mathbf{b}$ — постоянный вектор. Найти путь, пройденный телом за первые t секунд действия этой силы.

1.88. Самолет делает «мертвую петлю» радиуса $R=500$ м с постоянной скоростью $v=360$ км/ч. Найти вес летчика массы $m=70$ кг в нижней, верхней и средней точках петли.

1.89. Небольшой шарик массы m, подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, и затем отпустили. Найти:

а) модуль полного ускорения шарика и силу натяжения нити в зависимости от ϑ — угла отклонения нити от вертикали;

б) силу натяжения нити в момент, когда вертикальная составляющая скорости шарика максимальна;

в) угол ϑ между нитью и вертикалью в момент, когда вектор полного ускорения шарика направлен горизонтально.

1.90. Шарик, подвешенный на нити, качается в вертикальной плоскости так, что его ускорения в крайнем и нижнем положениях равны по модулю друг другу. Найти угол ϑ отклонения нити в крайнем положении.

1.91. Небольшое тело A начинает скользить с вершины гладкой сферы радиуса R. Найти угол ϑ между вертикалью и радиус-вектором, характеризующим положение тела A относительно центра сферы в момент отрыва от нее, а также скорость тела в этот момент.

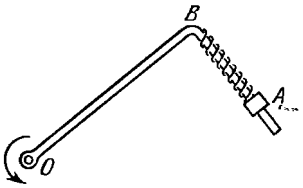


Рис. 1.17

1.92. Прибор (рис. 1.17, вид сверху) состоит из гладкого Г-образного стержня, расположенного в горизонтальной плоскости, и муфточки A массы m, соединенной невесомой пружинкой с точкой B. Жесткость пружинки равна $\varkappa$. Вся система вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через точку O.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Найти относительное удлинение пружинки. Как зависит результат от направления вращения?

1.93. Велосипедист едет по круглой горизонтальной площадке радиуса R. Коэффициент трения зависит только от расстояния r до центра O площадки как $k=k_0(1-r/R)$, где k_0 — постоянная. Найти радиус окружности с центром в точке O, по которой велосипедист может ехать с максимальной скоростью. Какова эта скорость?

1.94. Автомашина движется с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau=0{,}62$ м/с^2 по горизонтальной поверхности, описывая окружность радиуса $R=40$ м. Коэффициент трения скольжения между колесами машины и поверхностью $k=0{,}20$. Какой путь пройдет машина без скольжения, если в начальный момент ее скорость равна нулю?

1.95. Автомашина движется равномерно по горизонтальному пути, имеющему форму синусоиды $y=b\sin(x/\alpha)$, где b и α — некоторые постоянные. Коэффициент трения между колесами и дорогой равен k. При какой скорости движение автомашины будет происходить без скольжения?

1.96. Цепочка массы m, образующая окружность радиуса R, надета на гладкий круговой конус с углом полураствора ϑ. Найти силу натяжения цепочки, если она вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, совпадающей с осью симметрии конуса.

1.97. Через закрепленный блок перекинута невесомая нить, к концам которой прикреплены грузы с массами m_1 и m_2. Между нитью и блоком имеется трение. Оно таково, что нить начинает скользить по блоку, когда отношение $m_2/m_1=\eta_0$. Найти:

а) коэффициент трения;

б) ускорение грузов, если $m_2/m_1=\eta>\eta_0$.

1.98. Частица массы m движется по внутренней гладкой поверхности вертикального цилиндра радиуса R. Найти силу давления частицы на стенку цилиндра, если в начальный момент ее скорость равна v_0 и составляет угол α с горизонтом.

1.99. Частица массы m движется в некоторой плоскости P под действием постоянной по модулю силы $\mathbf{F}$, которая поворачивается в этой плоскости с постоянной угловой скоростью ω. Считая, что в момент $t=0$ частица покоилась, найти:

а) модуль ее скорости в зависимости от времени;

б) путь, проходимый частицей между двумя последовательными остановками, и среднюю скорость на этом пути.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.100. Небольшую шайбу A положили на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом (рис. 1.18), и сообщили начальную скорость v_0. Найти зависимость скорости шайбы от угла φ, если коэффициент трения $k=\operatorname{tg}\alpha$ и в начальный момент $\varphi_0=\pi/2$.

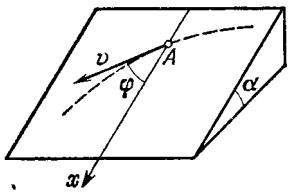


Рис. 1.18

1.101. Цепочку длины l поместили на гладкую сферическую поверхность радиуса R так, что один ее конец закреплен на вершине сферы. С каким ускорением a начнет двигаться каждый элемент цепочки, если ее верхний конец освободить? Предполагается, что длина цепочки $l<\pi R/2$.

1.102. Небольшое тело поместили на вершину гладкого шара радиуса R. Затем шару сообщили в горизонтальном направлении постоянное ускорение a_0, и тело начало скользить вниз. Найти скорость тела относительно шара в момент отрыва. Сравнить с решением задачи 1.91.

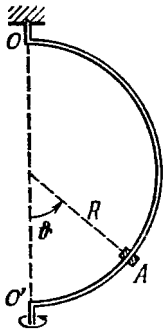


Рис. 1.19

1.103. Муфточка A может свободно скользить вдоль гладкого стержня, изогнутого в форме полукольца радиуса R (рис. 1.19). Систему привели во вращение с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси OO'. Найти угол ϑ, соответствующий устойчивому положению муфточки.

1.104. Винтовку навели на вертикальную черту мишени, находящейся точно в северном направлении, и выстрелили. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти, на сколько сантиметров и в какую сторону пуля, попав в мишень, отклонится от черты. Выстрел произведен в горизонтальном направлении на широте $\varphi=60^\circ$, скорость пули $v=900$ м/с и расстояние до мишени $s=1{,}0$ км.

1.105. Человек массы $m=60$ кг идет равномерно по периферии горизонтальной круглой платформы радиуса $R=3{,}0$ м, которую вращают с угловой скоростью $\omega=1{,}00$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Найти горизонтальную составляющую силы, действующей на человека со стороны платформы, если результирующая сил инерции, приложенных к нему в системе отсчета «платформа», равна нулю.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.106. Поезд массы $m=2000$ т движется на северной широте $\varphi=60°$. Определить:

а) модуль и направление силы бокового давления поезда на рельсы, если он движется вдоль меридиана со скоростью $v=54$ км/ч;

б) в каком направлении и с какой скоростью должен был бы двигаться поезд, чтобы результирующая сил инерции, действующих на поезд в системе отсчета «Земля», была равна нулю.

1.107. Гладкий горизонтальный диск вращают с угловой скоростью $\omega=5{,}0$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. В центре диска поместили небольшую шайбу массой $m=60$ г и сообщили ей толчком горизонтальную скорость $v_0=2{,}6$ м/с. Найти модуль силы Кориолиса, действующей на шайбу в системе отсчета «диск», через $t=0{,}50$ с после начала ее движения.

1.108. Горизонтальный диск вращают с угловой скоростью $\omega=6{,}0$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. По одному из диаметров диска движется небольшое тело массы $m=0{,}50$ кг с постоянной относительно диска скоростью $v'=50$ см/с. Найти силу, с которой диск действует на это тело в момент, когда оно находится на расстоянии $r=30$ см от оси вращения.

1.109. Горизонтально расположенный гладкий стержень AB вращают с угловой скоростью $\omega=2{,}00$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A. По стержню свободно скользит муфточка массы $m=0{,}50$ кг, движущаяся из точки A с начальной скоростью $v_0=1{,}00$ м/с. Найти действующую на муфточку силу Кориолиса (в системе отсчета, связанной с вращающимся стержнем) в момент, когда муфточка оказалась на расстоянии $r=50$ см от оси вращения.

1.110. Горизонтальный диск радиуса R вращают с угловой скоростью ω вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его край. По периферии диска равномерно относительно него движется частица массы m. В момент, когда она оказывается на максимальном расстоянии от оси вращения, результирующая сил инерции $F_{ин}$, действующих на частицу в системе отсчета «диск», обращается в нуль. Найти:

а) ускорение a' частицы относительно диска;

б) зависимость $F_{ин}$ от расстояния до оси вращения.

1.111. На экваторе с высоты $h=500$ м на поверхность Земли падает тело (без начальной скорости относительно

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Земли). Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти, на какое расстояние и в какую сторону отклонится от вертикали тело при падении.

1.3. Законы сохранения импульса, энергии и момента импульса

● Уравнение движения центра масс системы:

$$m\,d\mathbf{v}_C/dt = \mathbf{F}_{\text{внеш}}, \tag{1.3а}$$

где $\mathbf{F}_{\text{внеш}}$ — результирующая всех внешних сил.

● Приращение импульса системы:

$$\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \int_1^2 \mathbf{F}_{\text{внеш}}\,dt. \tag{1.3б}$$

● Уравнение динамики тела переменной массы:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} + \frac{dm}{dt}\mathbf{u}, \tag{1.3в}$$

где $\mathbf{u}$ — скорость отделяемого (присоединяемого) вещества относительно рассматриваемого тела.

● Работа и мощность силы:

$$A = \int \mathbf{F}\,d\mathbf{r} = \int F_s\,ds, \quad P = \mathbf{F}\mathbf{v}. \tag{1.3г}$$

● Приращение кинетической энергии частицы:

$$T_2 - T_1 = A, \tag{1.3д}$$

где A — работа *всех* сил, действующих на частицу.

● Убыль потенциальной энергии частицы в поле:

$$U_1 - U_2 = A_{\text{поля}}, \tag{1.3е}$$

где $A_{\text{поля}}$ — работа силы поля.

● Связь между силой и потенциальной энергией частицы в поле:

$$F_l = -\partial U/\partial l, \quad \mathbf{F} = -\nabla U. \tag{1.3ж}$$

● Приращение полной механической энергии частицы в поле:

$$E_2 - E_1 = A_{\text{стор}}, \tag{1.3з}$$

где $A_{\text{стор}}$ — работа результирующей всех сторонних сил, т. е. сил, не принадлежащих к силам данного поля.

● Приращение собственной механической энергии системы:

$$E_{\text{соб}\,2} - E_{\text{соб}\,1} = A_{\text{внеш}} + A^{\text{дис}}_{\text{внутр}}, \tag{1.3и}$$

где $E_{\text{соб}} = T + U_{\text{соб}}$, $U_{\text{соб}}$ — собственная потенциальная энергия системы, $A^{\text{дис}}_{\text{внутр}}$ — работа всех внутренних диссипативных сил (сил трения и сопротивления).

● Приращение полной механической энергии в поле:

$$E_2 - E_1 = A^{\text{стор}}_{\text{внеш}} + A^{\text{дис}}_{\text{внутр}}, \tag{1.3к}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

где $E = E_{соб} + U_{внеш}$, $U_{внеш}$ — потенциальная энергия системы во внешнем поле; $A^{стор}_{внеш}$ — работа внешних сторонних сил, т. е. внешних сил, не принадлежащих к силам данного поля.

● Кинетическая энергия системы:

$$T = \tilde{T} + mv_C^2/2, \tag{1.3л}$$

где $\tilde{T}$ — ее кинетическая энергия в системе центра масс.

● Приращение момента импульса системы:

$$\tilde{\mathbf{M}}_2 - \tilde{\mathbf{M}}_1 = \int \mathbf{N}_{внеш}\, dt. \tag{1.3м}$$

● Момент импульса системы:

$$\mathbf{M} = \tilde{\mathbf{M}} + [\mathbf{r}_C \mathbf{p}], \tag{1.3н}$$

где $\tilde{\mathbf{M}}$ — ее момент импульса в системе центра масс, $\mathbf{r}_C$ — радиус-вектор центра масс, $\mathbf{p}$ — импульс системы.

1.112. Через блок, укрепленный на потолке комнаты, перекинута нить, на концах которой подвешены тела с массами m_1 и m_2. Массы блока и нити пренебрежимо малы, трения нет. Найти ускорение центра масс этой системы.

1.113. Замкнутая цепочка A массы $m=0{,}36$ кг соединена нитью с концом вертикальной оси центробежной машины (рис. 1.20) и вращается с постоянной угловой скоростью $\omega=35$ рад/с. При этом нить составляет угол $\vartheta=45°$ с вертикалью. Найти расстояние от центра масс цепочки до оси вращения, а также силу натяжения нити.

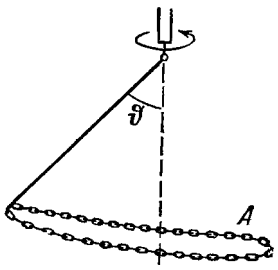


Рис. 1.20

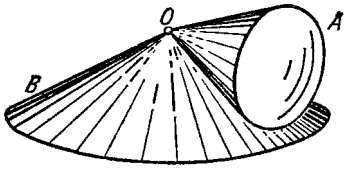


Рис. 1.21

1.114. Круглый конус A массы $m=3{,}2$ кг и с углом полураствора $\alpha=10°$ катится равномерно без скольжения по круглой конической поверхности B так, что его вершина O остается неподвижной (рис. 1.21). Центр масс конуса A находится на одном уровне с точкой O и отстоит

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

от нее на $l=17$ см. Ось конуса движется с угловой скоростью $\omega=1{,}0$ рад/с. Найти силу трения покоя, действующую на конус A.

1.115. Мотоциклист едет по внутренней поверхности вертикальной цилиндрической стенки радиуса $R=5{,}0$ м. Центр масс человека с мотоциклом расположен на расстоянии $l=0{,}8$ м от стенки. Коэффициент трения между колесами и стенкой $k=0{,}34$. С какой минимальной скоростью может ехать мотоциклист по горизонтальной окружности?

1.116. Система состоит из двух шариков с массами m_1 и m_2, которые соединены между собой невесомой пружинкой. В момент $t=0$ шарикам сообщили скорости $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$, после чего система начала двигаться в однородном поле тяжести Земли. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти зависимости от времени импульса этой системы в процессе движения и радиус-вектора ее центра масс относительно его начального положения.

1.117. Две небольшие шайбы, массы которых m_1 и m_2, связаны нерастяжимой нитью длины l и движутся по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент скорость одной шайбы равна нулю, а другой — v, причем ее направление перпендикулярно к нити. Найти силу натяжения нити.

1.118. Плот массы M с находящимся на нем человеком массы m неподвижно стоит на поверхности пруда. Относительно плота человек совершает перемещение $\mathbf{l}'$ со скоростью $\mathbf{v}'(t)$ и останавливается. Пренебрегая сопротивлением воды, найти:

а) перемещение $\mathbf{l}$ плота относительно берега;

б) горизонтальную составляющую силы, с которой человек действовал на плот в процессе движения.

1.119. Через блок перекинута веревка, на одном конце которой висит лестница с человеком, а на другом — уравновешивающий груз массы M. Человек массы m совершил перемещение $\mathbf{l}'$ относительно лестницы вверх и остановился. Пренебрегая массами блока и веревки, а также трением в оси блока, найти перемещение $\mathbf{l}$ центра масс этой системы.

1.120. Частица *1* столкнулась с частицей *2*, в результате чего возникла составная частица. Найти ее скорость $\mathbf{v}$ и модуль v, если масса у частицы *2* в $\eta=2{,}0$ раза больше, чем у частицы *1*, а их скорости перед столкновением равны $\mathbf{v}_1=2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ и $\mathbf{v}_2=4\mathbf{i}-5\mathbf{j}$, где компоненты скорости даны в СИ.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.121. Ствол пушки направлен под углом $\vartheta=45°$ к горизонту. Когда колеса пушки закреплены, скорость снаряда, масса которого в $\eta=50$ раз меньше массы пушки, $v_0=180$ м/с. Найти скорость пушки сразу после выстрела, если колеса ее освободить.

1.122. Пушка массы M начинает свободно скользить вниз по гладкой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Когда пушка прошла путь l, произвели выстрел, в результате которого снаряд вылетел с импульсом $\mathbf{p}$ в горизонтальном направлении, а пушка остановилась. Пренебрегая массой снаряда по сравнению с массой пушки, найти продолжительность выстрела.

1.123. Две небольшие муфточки с массами $m_1=0{,}10$ кг и $m_2=0{,}20$ кг движутся навстречу друг другу по гладкому горизонтальному проводу, изогнутому в виде окружности, с постоянными нормальными ускорениями $a_1=3{,}0$ м/с^2 и $a_2=9{,}0$ м/с^2 соответственно. Найти нормальное ускорение составной муфты, образовавшейся после столкновения.

1.124. Снаряд, выпущенный со скоростью $v_0=100$ м/с под углом $\alpha=45°$ к горизонту, разорвался в верхней точке O траектории на два одинаковых осколка. Один осколок упал на землю под точкой O со скоростью $v_1=97$ м/с. С какой скоростью упал на землю второй осколок? Сопротивления воздуха нет.

1.125. Шайба *1*, скользившая по шероховатой горизонтальной поверхности, испытала соударение с покоившейся шайбой *2*. После столкновения шайба *1* отскочила под прямым углом к направлению своего первоначального движения и прошла до остановки путь $s_1=1{,}5$ м, а шайба *2* — путь $s_2=4{,}0$ м. Найти скорость шайбы *1* непосредственно перед столкновением, если ее масса в $\eta=1{,}5$ раза меньше массы шайбы *2* и коэффициент трения $k=0{,}17$.

1.126. Цепочка массы $m=1{,}00$ кг и длины $l=1{,}40$ м висит на нити, касаясь поверхности стола своим нижним концом. После пережигания нити цепочка упала на стол. Найти полный импульс, который она передала столу.

1.127. Две одинаковые тележки *1* и *2*, на каждой из которых находится по человеку, движутся без трения по инерции навстречу друг другу по параллельным рельсам. Когда тележки поравнялись, с каждой из них на другую перепрыгнул человек — в направлении, перпендикулярном к движению тележек. В результате тележка *1* остановилась, а скорость тележки *2* стала $\mathbf{v}$. Найти первоначаль-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ные скорости тележек $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$, если масса каждой тележки (без человека) M, а масса каждого человека m.

1.128. Две одинаковые тележки движутся друг за другом по инерции (без трения) с одной и той же скоростью $\mathbf{v}_0$. На задней тележке находится человек массы m. В некоторый момент человек прыгнул в переднюю тележку со скоростью $\mathbf{u}$ относительно своей тележки. Имея в виду, что масса каждой тележки равна M, найти скорости, с которыми будут двигаться обе тележки после этого.

1.129. На краю покоящейся тележки массы M стоят два человека, масса каждого из которых равна m. Пренебрегая трением, найти скорость тележки после того, как оба человека спрыгнут с одной и той же горизонтальной скоростью $\mathbf{u}$ относительно тележки:

а) одновременно; б) друг за другом.

В каком случае скорость тележки будет больше и во сколько раз?

1.130. Ракета выпускает непрерывную струю газа, имеющую скорость $\mathbf{u}$ относительно ракеты. Расход газа равен μ кг/с. Показать, что уравнение движения ракеты имеет вид

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F} - \mu\mathbf{u},$$

где m — масса ракеты в данный момент, $\mathbf{a}$ — ее ускорение, $\mathbf{F}$ — внешняя сила.

1.131. Ракета движется в отсутствие внешних сил, выпуская непрерывную струю газа со скоростью $\mathbf{u}$, постоянной относительно ракеты. Найти скорость ракеты $\mathbf{v}$ в момент, когда ее масса равна m, если в начальный момент она имела массу m_0 и ее скорость была равна нулю.

1.132. Найти закон изменения массы ракеты со временем, если ракета движется в отсутствие внешних сил с постоянным ускорением a, скорость истечения газа относительно ракеты постоянна и равна u, а ее масса в начальный момент равна m_0.

1.133. Ракета поднимается без начальной скорости вертикально вверх в однородном поле сил тяжести. Начальная масса ракеты (с топливом) равна m_0. Скорость газовой струи относительно ракеты равна u. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти скорость ракеты в зависимости от ее массы m и времени подъема t.

1.134. Ракета поддерживается в воздухе на постоянной высоте, выбрасывая вертикально вниз струю газа со скоростью u=900 м/с. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) сколько времени ракета может оставаться в состоянии покоя, если начальная масса топлива составляет $\eta=25\ \%$ от ее массы (без топлива);

б) какую массу газов $\mu(t)$ должна ежесекундно выбрасывать ракета, чтобы оставаться на постоянной высоте, если начальная масса ракеты (с топливом) равна m_0.

1.135. Космический корабль массы m_0 движется в отсутствие внешних сил со скоростью $\mathbf{v}_0$. Для изменения направления движения включили реактивный двигатель, который стал выбрасывать струю газа с постоянной относительно корабля скоростью u, все время перпендикулярной к направлению движения корабля. В конце работы двигателя масса корабля стала равной m. На какой угол α изменилось направление движения корабля за время работы двигателя?

1.136. Тележка с песком движется по горизонтальной плоскости под действием постоянной силы $\mathbf{F}$, совпадающей по направлению с ее скоростью. При этом песок высыпается через отверстие в дне с постоянной скоростью μ кг/с. Найти ускорение и скорость тележки в момент t, если в момент $t=0$ тележка с песком имела массу m_0 и ее скорость была равна нулю. Трением пренебречь.

1.137. Платформа массы m_0 начинает двигаться вправо под действием постоянной силы $\mathbf{F}$ (рис. 1.22). Из неподвижного бункера на нее высыпается песок. Скорость погрузки постоянна и равна μ кг/с. Найти зависимость от времени скорости и ускорения платформы в процессе погрузки. Трение пренебрежимо мало.

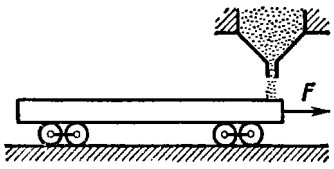


Рис. 1.22

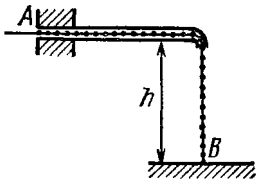


Рис. 1.23

1.138. Цепочка AB длины l находится в гладкой горизонтальной трубке так, что часть ее длины h свободно свешивается, касаясь своим концом B поверхности стола (рис. 1.23). В некоторый момент конец A цепочки отпустили. С какой скоростью он выскочит из трубки?

1.139. Частица совершила перемещение по некоторой траектории в плоскости xy из точки *1* с радиус-вектором $\mathbf{r}_1=\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ в точку *2* с радиус-вектором $\mathbf{r}_2=2\mathbf{i}-3\mathbf{j}$. При этом

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

на нее действовали некоторые силы, одна из которых $\mathbf{F}=3\mathbf{i}+4\mathbf{j}$. Найти работу, которую совершила сила $\mathbf{F}$. Здесь r_1, r_2 и F — в СИ.

1.140. Небольшая муфточка массы $m=0{,}15$ кг движется по гладкому проводу, изогнутому в горизонтальной плоскости в виде дуги окружности радиуса $R=50$ см (рис. 1.24, вид сверху). В точке *1*, где скорость муфточки $v_0=7{,}5$ м/с, на нее начала действовать постоянная горизонтальная сила $\mathbf{F}$. Найти скорость муфточки в точке *2*, если $F=30$ Н.

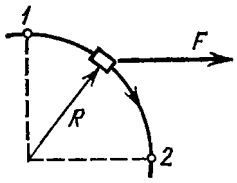


Рис. 1.24

1.141. Локомотив массы m начинает двигаться со станции так, что его скорость меняется по закону $v=\alpha\sqrt{s}$, где α — постоянная, s — пройденный путь. Найти суммарную работу всех сил, действующих на локомотив, за первые t секунд после начала движения.

1.142. Кинетическая энергия частицы, движущейся по окружности радиуса R, зависит от пройденного пути s по закону $T=\alpha s^2$, где α — постоянная. Найти модуль силы, действующей на частицу, в зависимости от s.

1.143. Частицы массы m попадают в область, где на них действует встречная тормозящая сила. Глубина x проникновения частиц в эту область зависит от импульса p частиц как $x=\alpha p$, где α — заданная постоянная. Найти зависимость модуля тормозящей силы от x.

1.144. Небольшое тело массы m медленно втащили на горку, действуя силой $\mathbf{F}$, которая в каждой точке направлена по касательной к траектории (рис. 1.25). Найти работу этой силы, если высота горки h, длина ее основания l и коэффициент трения k.

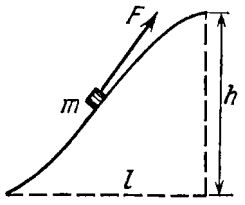


Рис. 1.25

1.145. Шайба массы $m=50$ г соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha=30^\circ$ с горизонтом, и, пройдя по горизонтальной плоскости расстояние $l=50$ см, останавливается. Найти работу сил трения на всем пути, считая всюду коэффициент трения $k=0{,}15$.

1.146. Два бруска с массами m_1 и m_2, соединенные недеформированной легкой пружинкой, лежат на горизонтальной плоскости. Коэффициент трения между брусками и плоскостью равен k. Какую минимальную постоянную

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

силу нужно приложить в горизонтальном направлении к бруску с массой m_1, чтобы другой брусок сдвинулся с места?

1.147. Цепочка массы $m=0{,}80$ кг, длины $l=1{,}5$ м лежит на шероховатом столе так, что один ее конец свешивается у его края. Цепочка начинает сама соскальзывать, когда ее свешивающаяся часть составляет $\eta=1/3$ длины цепочки. Какую работу совершат силы трения, действующие на цепочку, при ее полном соскальзывании со стола?

1.148. Тело массы m бросили под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Найти среднюю мощность, развиваемую силой тяжести за все время движения тела, и мгновенную мощность этой силы как функцию времени.

1.149. Частица массы m движется по окружности радиуса R с нормальным ускорением, которое меняется со временем по закону $a_n=\alpha t^2$, где α — постоянная. Найти зависимость от времени мощности всех сил, действующих на частицу, а также среднее значение этой мощности за первые t секунд после начала движения.

1.150. Брусок массы $m=1{,}00$ кг находится на горизонтальной плоскости с коэффициентом трения $k=0{,}27$. В некоторый момент ему сообщили начальную скорость $v_0=1{,}50$ м/с. Найти среднюю мощность силы трения за все время движения бруска.

1.151. Небольшому телу массы m, находящемуся на горизонтальной плоскости, сообщили скорость v_0. Коэффициент трения зависит от пройденного пути s по закону $k=\alpha s$, где α — постоянная. Найти максимальную мгновенную мощность силы трения.

1.152. Какую мощность развивают двигатели ракеты массой M, которая неподвижно висит над Землей, если скорость истечения газов равна u? Ускорение свободного падения известно.

1.153. В системе отсчета, вращающейся вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью $\omega=5{,}0$ рад/с, движется небольшое тело массы $m=100$ г. Какую работу совершила центробежная сила инерции при перемещении этого тела по произвольному пути из точки *1* в точку *2*, которые расположены на расстояниях $r_1=30$ см и $r_2=50$ см от оси вращения?

1.154. Горизонтально расположенный диск вращается с постоянной угловой скоростью $\omega=5{,}0$ рад/с вокруг своей оси. Из центра диска с начальной скоростью $v_0=2{,}00$ м/с движется небольшая шайба массы $m=160$ г. На расстоянии $r=50$ см от оси диска ее скорость оказалась

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

v=3,00 м/с относительно диска. Найти работу, которую совершила при этом сила трения, действующая на шайбу, в системе отсчета «диск».

1.155. Система состоит из двух последовательно соединенных пружинок с жесткостями $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$. Найти минимальную работу, которую необходимо совершить, чтобы растянуть эту систему на Δl.

1.156. Тело массы m начинают поднимать с поверхности Земли, приложив к нему силу $\mathbf{F}$, которую изменяют с высотой подъема y по закону $\mathbf{F}=2(ay-1)m\mathbf{g}$, где a — положительная постоянная. Найти работу этой силы и приращение потенциальной энергии тела в поле тяжести Земли на первой половине пути подъема.

1.157. Потенциальная энергия частицы в некотором поле имеет вид $U=a/r^2-b/r$, где a и b — положительные постоянные, r — расстояние от центра поля. Найти:

а) значение r_0, соответствующее равновесному положению частицы; выяснить, устойчиво ли это положение;

б) максимальное значение силы притяжения; изобразить примерные графики зависимостей $U(r)$ и $F_r(r)$ — проекции силы на радиус-вектор $\mathbf{r}$.

1.158. Частица массы m=4,0 г движется в двумерном поле, где ее потенциальная энергия $U=\alpha xy$, α=0,19 мДж/м^2. В точке *1* {3,0 м, 4,0 м} частица имела скорость v_1=3,0 м/с, а в точке *2* {5,0 м, —6,0 м} скорость v_2=4,0 м/с. Найти работу сторонних сил на пути между точками *1* и *2*.

1.159. Небольшая шайба A соскальзывает без начальной скорости с вершины гладкой горки высотой H, имеющей горизонтальный трамплин (рис. 1.26). При какой высоте h трамплина шайба пролетит наибольшее расстояние s? Чему оно равно?

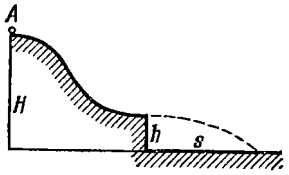


Рис. 1.26

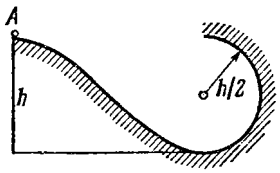


Рис. 1.27

1.160. Небольшое тело A начинает скользить с высоты h по наклонному желобу, переходящему в полуокружность радиуса $h/2$ (рис. 1.27). Пренебрегая трением, найти скорость тела в наивысшей точке его траектории (после отрыва от желоба).

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.161. На нити длины l подвешен шарик массы m. С какой наименьшей скоростью надо начать перемещать точку подвеса в горизонтальном направлении, чтобы шарик стал двигаться по окружности вокруг этой точки? Каково при этом натяжение нити в момент, когда она будет проходить горизонтальное положение?

1.162. Небольшой шарик массы m=50 г прикреплен к концу упругой нити, жесткость которой $\varkappa$=63 Н/м. Нить с шариком отвели в горизонтальное положение, не деформируя нити, и осторожно отпустили. Когда нить проходила вертикальное положение, ее длина оказалась l=1,5 м и скорость шарика v=3,0 м/с. Найти силу натяжения нити в этом положении.

1.163. Гладкий легкий горизонтальный стержень AB может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A. На стержне находится небольшая муфточка массы m, соединенная невесомой пружинкой длины l_0 с концом A. Жесткость пружинки равна $\varkappa$. Какую работу надо совершить, чтобы эту систему медленно раскрутить до угловой скорости ω?

1.164. Гладкий резиновый шнур, длина которого l и жесткость $\varkappa$, подвешен одним концом к точке O. На другом конце имеется упор. Из точки O начинает падать небольшая муфта массы m. Пренебрегая массами шнура и упора, найти максимальное растяжение шнура.

1.165. Небольшая шайба массы m=5,0 г начинает скользить, если ее положить на шероховатую поверхность полусферы на высоте h_1=60 см от горизонтального основания полусферы. Продолжая скользить, шайба отрывается от полусферы на высоте h_2=25 см. Найти работу сил трения, действующих на шайбу при ее соскальзывании.

1.166. В системе, показанной на рис. 1.28, масса каждого бруска m=0,50 кг, жесткость пружины $\varkappa$=40 Н/м, коэффициент трения между бруском и плоскостью k=0,20. Массы блока и пружины пренебрежимо малы. Система пришла в движение с нулевой начальной скоростью при недеформированной пружине. Найти максимальную скорость брусков.

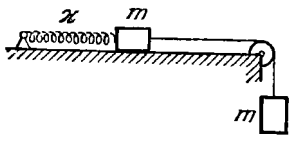


Рис. 1.28

1.167. Частица массы m движется со скоростью v_1 под углом α_1 к нормали плоскости, разделяющей области, в которых потенциальная энергия данной частицы равна U_1 и U_2. Под каким углом α_2 к нормали она будет двигаться

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

после пересечения этой плоскости? При каком условии частица не проникнет в область с потенциальной энергией U_2?

1.168. Нить переброшена через гладкие горизонтальные стержни *1* и *2*, на ее концах и в середине подвешены одинаковой массы грузы *A*, *B*, *C* (рис. 1.29). Расстояние между стержнями равно *l*. В некоторый момент груз *C* осторожно отпустили, и система пришла в движение. Найти максимальную скорость груза *C* и максимальное перемещение его при движении вниз.

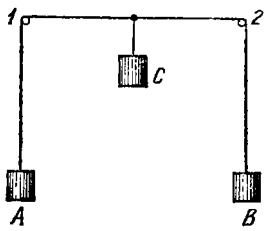


Рис. 1.29

1.169. В *K*-системе отсчета вдоль оси *x* движутся две частицы: одна массы m_1 — со скоростью $\mathbf{v}_1$, другая массы m_2 — со скоростью $\mathbf{v}_2$. Найти:

а) скорость **V** *K'*-системы отсчета, в которой суммарная кинетическая энергия этих частиц минимальна;

б) суммарную кинетическую энергию этих частиц в *K'*-системе.

1.170. Получить формулу (1.3л).

1.171. На гладкой горизонтальной плоскости находятся две небольшие шайбы с массами m_1 и m_2, соединенные между собой невесомой пружинкой. Шайбам сообщили начальные скорости v_1 и v_2, направления которых взаимно перпендикулярны и лежат в горизонтальной плоскости. Найти механическую энергию этой системы в системе ее центра масс.

1.172. Система состоит из двух шариков с массами m_1 и m_2, соединенных между собой невесомой пружинкой.

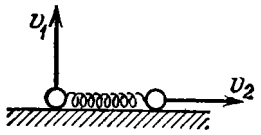


Рис. 1.30

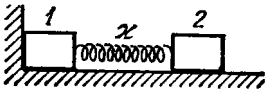


Рис. 1.31

В начальный момент пружинка не деформирована, шарики находятся на одном уровне и им сообщили начальные скорости $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ (рис. 1.30). Система начала двигаться в однородном поле тяжести Земли. Найти:

а) максимальное приращение потенциальной энергии системы во внешнем поле;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) собственную механическую энергию системы $E_{соб}$ в момент, когда ее центр масс поднимется на максимальную высоту.

1.173. На гладкой горизонтальной плоскости находятся два бруска с массами m_1 и m_2, соединенные невесомой пружинкой жесткости $\varkappa$ (рис. 1.31). Брусок *2* переместили влево на небольшое расстояние x и отпустили. Найти скорость центра масс системы после отрыва бруска *1* от стенки.

1.174. На гладкой горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска, соединенные невесомой пружинкой жесткости $\varkappa$ и длины l_0 в недеформированном состоянии. На один из брусков начали действовать постоянной горизонтальной силой F (рис. 1.32). Найти максимальное и минимальное расстояния между брусками в процессе их движения.

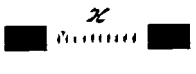


Рис. 1.32



Рис. 1.33

1.175. Система состоит из двух одинаковых кубиков, каждый массы m, между которыми находится сжатая невесомая пружина жесткости $\varkappa$ (рис. 1.33). Кубики связаны нитью, которую в некоторый момент пережигают. При каких значениях Δl — начальном сжатии пружины — нижний кубик подскочит после пережигания нити?

1.176. Летевшая горизонтально пуля массы m попала, застряв, в тело массы M, которое подвешено на двух одинаковых нитях длины l (рис. 1.34). В результате нити отклонились на угол ϑ. Считая $m \ll M$, найти:

а) скорость пули перед попаданием в тело;

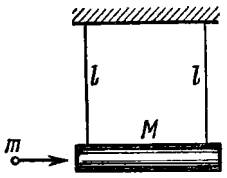


Рис. 1.34

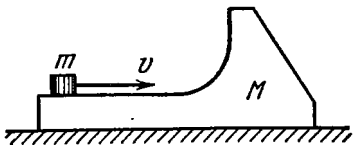


Рис. 1.35

б) относительную долю первоначальной кинетической энергии пули, которая перешла во внутреннюю энергию.

1.177. На гладкой горизонтальной плоскости находится тело массы M (рис. 1.35) и на нем небольшая шайба

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

массы m. Шайбе сообщили в горизонтальном направлении скорость v. На какую высоту (по сравнению с первоначальным уровнем) она поднимется после отрыва от тела M? Трения нет.

1.178. Небольшая шайба массы m без начальной скорости соскальзывает с гладкой горки высотой h и попадает на доску массы M, лежащую у основания горки на гладкой горизонтальной плоскости (рис. 1.36). Вследствие трения между шайбой и доской шайба тормозится и, начиная с некоторого момента, движется вместе с доской как единое целое. Найти суммарную работу сил трения в этом процессе.

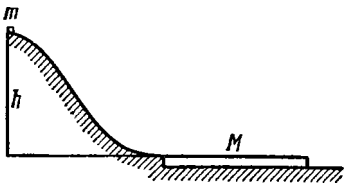


Рис. 1.36

1.179. Найти приращение кинетической энергии системы из двух шариков с массами m_1 и m_2 при их абсолютно неупругом соударении. До соударения скорости шариков были $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$.

1.180. Частица A массы m, пролетая вблизи другой первоначально покоившейся частицы B, отклоняется на угол α. Импульс частицы A до взаимодействия был p_0, после взаимодействия стал p. Найти массу частицы B, если система замкнутая.

1.181. Замкнутая система состоит из двух одинаковых взаимодействующих частиц. В некоторый момент t_0 скорость одной частицы равна нулю, а другой — v. Когда расстояние между частицами оказалось опять таким же, как и в момент t_0, скорость одной из частиц стала равной v_1. Чему равны в этот момент скорость другой частицы и угол между направлениями их движения?

1.182. Замкнутая система состоит из двух одинаковых частиц, которые движутся со скоростями v_1 и v_2 так, что угол между направлениями их движения равен θ. После упругого столкновения скорости частиц оказались равными v_1' и v_2'. Найти угол θ' между направлениями их разлета.

1.183. Частица массы m_1 испытала упругое столкновение с покоившейся частицей массы m_2. Какую относительную часть кинетической энергии потеряла налетающая частица, если:

а) она отскочила под прямым углом к своему первоначальному направлению движения;

б) столкновение лобовое?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.184. В результате упругого лобового столкновения частицы *1* массы m_1 с покоившейся частицей *2* обе частицы разлетелись в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями. Найти массу частицы *2*.

1.185. После упругого столкновения частицы *1* с покоившейся частицей *2* обе частицы разлетелись симметрично относительно первоначального направления движения частицы *1*, и угол между их направлениями разлета $\theta=60°$. Найти отношение масс этих частиц.

1.186. Какой минимальной скоростью должен обладать нейтрон, чтобы при столкновении с покоившимся ядром массы M увеличить его внутреннюю энергию на ΔE?

1.187. Шар, двигавшийся поступательно, испытал упругое соударение с другим, покоившимся, шаром той же массы. При соударении угол между прямой, проходящей через центры шаров, и направлением первоначального движения налетающего шара оказался равным $\alpha=45°$. Считая шары гладкими, найти долю η кинетической энергии налетающего шара, которая перешла в потенциальную энергию в момент наибольшей деформации.

1.188. Снаряд, летящий со скоростью $v=500$ м/с, разрывается на три одинаковых осколка так, что кинетическая энергия системы увеличивается в $\eta=1{,}5$ раза. Какую максимальную скорость может иметь один из осколков?

1.189. Частица *1*, имевшая скорость $v=10$ м/с, испытала лобовое столкновение с покоившейся частицей *2* той же массы. В результате столкновения кинетическая энергия системы уменьшилась на $\eta=1{,}0\,\%$. Найти модуль и направление скорости частицы *1* после столкновения.

1.190. Частица массы m испытала столкновение с покоившейся частицей массы M, в результате которого частица m отклонилась на угол $\pi/2$, а частица M отскочила под углом $\vartheta=30°$ к первоначальному направлению движения частицы m. На сколько процентов и как изменилась кинетическая энергия этой системы после столкновения, если $M/m=5{,}0$?

1.191. Замкнутая система состоит из двух частиц с массами m_1 и m_2, которые движутся под прямым углом друг к другу со скоростями v_1 и v_2. Найти в системе их центра масс:

а) импульс каждой частицы;

б) суммарную кинетическую энергию обеих частиц.

1.192. Частица массы m_1 испытала упругое соударение

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

с покоившейся частицей массы m_2, причем $m_1 > m_2$. Найти максимальный угол, на который может отклониться налетающая частица в результате соударения.

1.193. На гладкой горизонтальной плоскости лежат три одинаковые шайбы A, B и C (рис. 1.37). Шайбе A сообщили скорость v, после чего она испытала упругое соударение одновременно с шайбами B и C. Расстояние между центрами последних до соударения было в η раз больше диаметра каждой шайбы. Найти скорость шайбы A после соударения. При каком значении η шайба A после соударения отскочит назад; остановится; будет двигаться вперед?

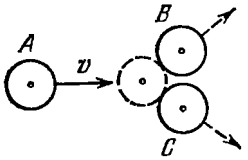


Рис. 1.37

1.194. Молекула испытала столкновение с другой, покоившейся, молекулой той же массы. Показать, что угол между направлениями разлета молекул:

а) равен 90°, если соударение упругое;

б) отличен от 90°, если соударение неупругое.

1.195. К точке, радиус-вектор которой относительно начала координат O равен $\mathbf{r}=a\mathbf{i}+b\mathbf{j}$, приложена сила $\mathbf{F}=A\mathbf{i}+B\mathbf{j}$, где a, b, A, B — постоянные, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y. Найти момент $\mathbf{N}$ и плечо l силы $\mathbf{F}$ относительно точки O.

1.196. Момент импульса частицы относительно некоторой точки O меняется со временем по закону $\mathbf{M}=\mathbf{a}+\mathbf{b}t^2$, где $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ — постоянные векторы, причем $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$. Найти относительно точки O момент $\mathbf{N}$ силы, действующей на частицу, когда угол между векторами $\mathbf{N}$ и $\mathbf{M}$ окажется равным 45°.

1.197. Шарик массы m бросили под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Найти модуль момента импульса шарика относительно точки бросания в зависимости от времени движения. Вычислить M в вершине траектории, если $m=130$ г, $\alpha=45°$ и $v_0=25$ м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

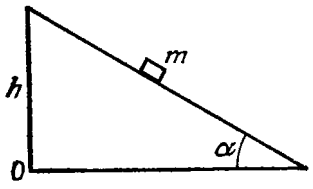


Рис. 1.38

1.198. Небольшая шайба массы $m=50$ г начинает скользить с вершины гладкой наклонной плоскости, высота которой $h=100$ см и угол наклона к горизонту $\alpha=15°$ (рис. 1.38). Найти модуль момента импульса шайбы от-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

носительно оси O, перпендикулярной к плоскости рисунка, через $t=1{,}3$ с после начала движения.

1.199. Шайба A массы m, скользя по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью v, испытала в точке O (рис. 1.39) упругое столкновение с гладкой неподвижной стенкой. Угол между направлением движения шайбы и нормалью к стенке равен α. Найти:

а) точки, относительно которых момент импульса $\mathbf{M}$ шайбы остается постоянным в этом процессе;

б) модуль приращения момента импульса шайбы относительно точки O', которая находится в плоскости движения шайбы на расстоянии l от точки O.

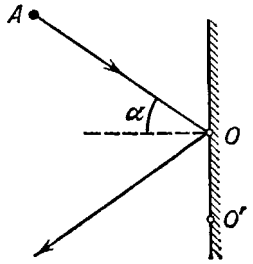


Рис. 1.39

1.200. Вертикальный цилиндр укреплен на гладкой горизонтальной поверхности. На цилиндр плотно намотана нить, свободный конец которой соединен с небольшой шайбой A массы $m=50$ г (рис. 1.40, вид сверху). Шайбе сообщили горизонтальную скорость $v=5{,}0$ м/с, как показано на рисунке. Имея в виду, что сила натяжения нити, при которой наступает ее разрыв, $F_m=26$ Н, найти момент импульса шайбы относительно вертикальной оси C после разрыва нити.

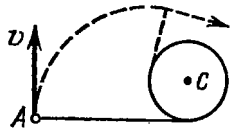


Рис. 1.40

1.201. Небольшой шарик массы m, привязанный на нити длиной l к потолку в точке O, движется по горизонтальной окружности так, что нить вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω. Относительно каких точек момент импульса $\mathbf{M}$ шарика остается постоянным? Найти модуль приращения момента импульса шарика относительно точки O за половину оборота.

1.202. Шарик массы m падает без начальной скорости с высоты h над поверхностью Земли. Найти модуль приращения момента импульса шарика за время падения относительно точки O системы отсчета, движущейся поступательно со скоростью V в горизонтальном направлении. В момент начала падения точка O совпадала с шариком. Сопротивление воздуха не учитывать.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.203. Горизонтальный гладкий диск вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его центр — точку O. Из этой точки в момент $t=0$ пустили шайбу массы m со скоростью v_0. Найти момент импульса шайбы $M(t)$ относительно точки O в системе отсчета, связанной с диском. Убедиться, что этот момент импульса обусловлен действием силы Кориолиса.

1.204. Частица движется по замкнутой траектории в центральном силовом поле, где ее потенциальная энергия $U=kr^2$, k — положительная постоянная, r — расстояние частицы до центра поля O. Найти массу частицы, если наименьшее расстояние ее до точки O равно r_1, а скорость на наибольшем расстоянии от этой точки — v_2.

1.205. Небольшой шарик подвесили к точке O на легкой нити длины l. Затем шарик отвели в сторону так, что нить отклонилась на угол ϑ от вертикали, и сообщили ему скорость в горизонтальном направлении перпендикулярно к вертикальной плоскости, в которой расположена нить. Какую начальную скорость надо сообщить шарику, чтобы в процессе движения максимальный угол отклонения нити от вертикали оказался равным $\pi/2$?

1.206. Небольшую шайбу поместили на внутреннюю гладкую поверхность неподвижного круглого конуса (рис. 1.41) на высоте h_1 от его вершины и сообщили ей в горизонтальном направлении по касательной к поверхности конуса скорость v_1. На какую высоту h_2 (от вершины конуса) поднимется шайба?

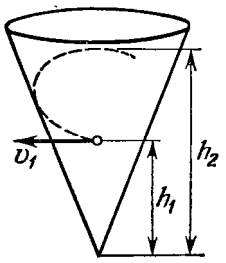


Рис. 1.41

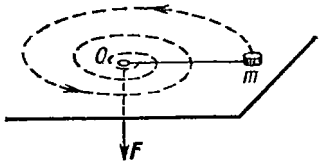


Рис. 1.42

1.207. На гладкой горизонтальной плоскости движется небольшое тело массы m, привязанное к нерастяжимой нити, другой конец которой втягивают в отверстие O (рис. 1.42) с постоянной скоростью. Найти силу натяжения нити в зависимости от расстояния r тела до отверстия, если при $r=r_0$ угловая скорость нити была равна ω_0.

1.208. На массивный неподвижный блок радиуса R намотана легкая нерастяжимая нить, к свободному концу

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

которой подвешено небольшое тело массы m. В момент $t=0$ систему предоставили самой себе, и она пришла в движение. Найти ее момент импульса относительно оси блока в зависимости от t.

1.209. Система (рис. 1.43) состоит из однородного массивного блока радиусом $R=150$ мм, на который намотана нить с грузом на конце. Нить перекинута через гладкий горизонтальный стержень C, укрепленный в стене. В момент $t=0$ груз отпустили, и система пришла в движение. Найти момент импульса системы относительно оси O блока через $t=4{,}0$ с после начала движения, если в процессе движения нить давит на стержень C с постоянной силой $F=50$ Н. Угол $\vartheta=60°$.

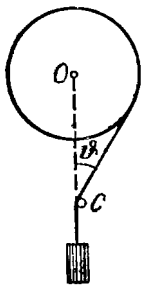


Рис. 1.43

1.210. Однородный шар массы m и радиуса R начинает скатываться без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Найти зависимость от времени момента импульса шара относительно точки касания в начальный момент. Как изменится результат в случае абсолютно гладкой наклонной плоскости?

1.211. Некоторая система частиц имеет суммарный импульс $\mathbf{p}$ и момент импульса $\mathbf{M}$ относительно точки O. Найти ее момент импульса $\mathbf{M}'$ относительно точки O', положение которой по отношению к точке O определяется радиус-вектором $\mathbf{r}_0$. Выяснить, в каком случае момент импульса системы частиц не будет зависеть от выбора точки O.

1.212. Получить формулу (1.3н).

1.213. Шарик массы m, двигавшийся со скоростью v_0, испытал упругое лобовое соударение с одним из шариков покоившейся жесткой гантели, как показано на рис. 1.44. Масса каждого шарика гантели равна $m/2$, расстояние между ними — l. Пренебрегая размерами шариков, найти собственный момент импульса $\tilde{M}$ гантели после соударения, т. е. момент импульса в поступательно движущейся системе отсчета, связанной с центром масс гантели.

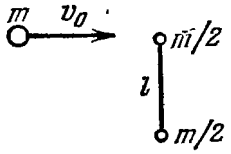


Рис. 1.44

1.214. На гладкой горизонтальной плоскости лежат две небольшие одинаковые шайбы, каждая массы m. Шайбы соединены легкой недеформированной пружинкой, длина

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

которой l_0 и жесткость $\varkappa$. В некоторый момент одной из шайб сообщили скорость v_0 в горизонтальном направлении перпендикулярно к пружинке. Найти максимальное относительное удлинение пружинки в процессе движения, если известно, что оно значительно меньше единицы.

1.4. Всемирное тяготение

● Закон всемирного тяготения:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}. \qquad (1.4а)$$

● Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит (Кеплер):

$$T^2 \backsim a^3. \qquad (1.4б)$$

● Потенциал гравитационного поля точечной массы:

$$\varphi = -\gamma m/r. \qquad (1.4в)$$

● Первая и вторая космические скорости:

$$v_1 = \sqrt{gR}, \quad v_2 = v_1\sqrt{2}. \qquad (1.4г)$$

1.215. Некоторая планета массы M движется по окружности вокруг Солнца со скоростью v=34,9 км/с (относительно гелиоцентрической системы отсчета). Найти период обращения этой планеты вокруг Солнца.

1.216. Период обращения Юпитера вокруг Солнца в 12 раз больше соответствующего периода для Земли. Считая орбиты планет круговыми, найти:

а) во сколько раз расстояние от Юпитера до Солнца превышает расстояние от Земли до Солнца;

б) скорость и ускорение Юпитера в гелиоцентрической системе отсчета.

1.217. Некоторая планета массы M движется вокруг Солнца по эллипсу так, что минимальное расстояние между ней и Солнцем равно r_1, а максимальное — r_2. Найти с помощью (1.4б) период обращения ее вокруг Солнца.

1.218. Два спутника движутся вокруг Земли по касающимся траекториям. Один спутник движется по окружности радиуса r, другой — по эллипсу, с периодом обращения в η раз бо́льшим, чем у первого спутника. Найти с помощью (1.4б) максимальное расстояние между вторым спутником и центром Земли.

1.219. Небольшое тело начинает падать на Солнце с расстояния, равного радиусу земной орбиты. Начальная

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

скорость тела в гелиоцентрической системе отсчета равна нулю. Найти с помощью (1.4б), сколько времени будет продолжаться падение.

1.220. Спутник Луны, двигавшийся по круговой орбите радиуса r, после кратковременного торможения стал двигаться по эллиптической орбите, касающейся поверхности Луны. Найти с помощью (1.4б) время падения спутника на Луну.

1.221. Представим себе, что мы создали модель Солнечной системы, в η раз меньшую натуральной величины, но из материалов той же самой средней плотности, что у Солнца и планет. Как изменятся при этом периоды обращения моделей планет по своим орбитам?

1.222. Двойная звезда — это система из двух звезд, движущихся вокруг ее центра масс. Известны расстояние l между компонентами двойной звезды и период T ее вращения. Считая, что l не меняется, найти суммарную массу системы.

1.223. Планета массы m движется по эллипсу вокруг Солнца так, что наименьшее и наибольшее расстояния ее от Солнца равны соответственно r_1 и r_2. Найти момент импульса M этой планеты относительно центра Солнца.

1.224. Доказать с помощью законов сохранения, что полная механическая энергия планеты массы m, движущейся вокруг Солнца по эллипсу, зависит только от его большой полуоси a. Найти формулу зависимости этой энергии от a.

1.225. Планета A движется по эллиптической орбите вокруг Солнца. В момент, когда она находилась на расстоянии r_0 от Солнца, ее скорость равнялась v_0 и угол между радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ и вектором скорости $\mathbf{v}_0$ составлял α. Найти наибольшее и наименьшее расстояния, на которые удаляется от Солнца эта планета при своем движении.

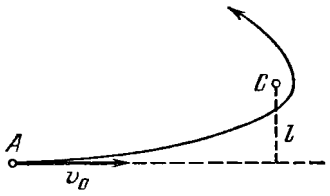


Рис. 1.45

1.226. Космическое тело A движется к Солнцу C, имея вдали от него скорость v_0 и прицельный параметр l — плечо вектора $\mathbf{v}_0$ относительно центра Солнца (рис. 1.45). Найти наименьшее расстояние, на которое это тело приблизится к Солнцу.

1.227. Частица массы m находится вне однородного шара массы M на расстоянии r от его центра. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) потенциальную энергию гравитационного взаимодействия частицы и шара;

б) силу, с которой шар действует на частицу.

1.228. Доказать, что сила тяготения, действующая на частицу A внутри однородного сферического слоя вещества, равна нулю.

1.229. Частицу массы m переместили из центра основания однородного полушара массы M и радиуса R на бесконечность. Какую работу совершила при этом гравитационная сила, действующая на частицу со стороны полушара?

1.230. Имеется однородный шар массы M и радиуса R. Найти напряженность $\mathbf{G}$ и потенциал φ гравитационного поля этого шара как функции расстояния r от его центра (при $r<R$ и $r>R$). Изобразить примерные графики зависимостей $G(r)$ и $\varphi(r)$.

1.231. Внутри однородного шара с плотностью ρ имеется сферическая полость, центр которой находится на расстоянии $\mathbf{l}$ от центра шара. Найти напряженность $\mathbf{G}$ поля тяготения внутри полости.

1.232. Однородный шар имеет массу M и радиус R. Найти давление p внутри шара, обусловленное гравитационным сжатием, как функцию расстояния r от его центра. Оценить p в центре Земли, считая, что Земля является однородным шаром.

1.233. Найти собственную потенциальную энергию гравитационного взаимодействия вещества, образующего:

а) тонкий однородный сферический слой массы m и радиуса R;

б) однородный шар массы m и радиуса R (воспользоваться ответом к задаче 1.230).

1.234. Вычислить отношение следующих ускорений: ускорения a_1, вызываемого силой тяготения на поверхности Земли, ускорения a_2, обусловленного центробежной силой инерции на экваторе Земли, и ускорения a_3, сообщаемого телам на Земле Солнцем.

1.235. На какой высоте над полюсом Земли ускорение свободного падения убывает на один процент? в два раза?

1.236. Телу сообщили на полюсе Земли скорость v_0, направленную вертикально вверх. Зная радиус Земли и ускорение свободного падения на ее поверхности, найти высоту, на которую поднимется тело. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.237. Найти период обращения спутника, движуще-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

гося вокруг некоторой планеты вблизи ее поверхности, если средняя плотность планеты $\rho=3{,}3$ г/см^3.

1.238. Спутник вывели на круговую орбиту со скоростью v над полюсом Земли. Найти расстояние от спутника до поверхности Земли.

1.239. Спутник Земли массы m движется по круговой орбите, радиус которой вдвое больше радиуса Земли. Какой дополнительный импульс и в каком направлении следует кратковременно сообщить спутнику, чтобы плоскость его орбиты повернулась на угол α без изменения радиуса орбиты?

1.240. Вычислить радиус круговой орбиты стационарного спутника Земли, который остается неподвижным относительно ее поверхности. Какова его скорость в инерциальной системе отсчета, связанной в данный момент с центром Земли?

1.241. Система, которая состоит из двух одинаковых спутников, соединенных тонким тросом длины $l=150$ м, движется по круговой орбите вокруг Земли. Масса каждого спутника $m=1000$ кг, масса троса пренебрежимо мала, расстояние от центра Земли до этой системы составляет $\eta=1{,}2$ радиуса Земли. Найти силу натяжения троса в момент, когда трос направлен по радиусу Земли.

1.242. Найти массу Земли, если спутник, движущийся в ее экваториальной плоскости с запада на восток по круговой орбите радиуса $R=2{,}00\cdot10^4$ км, появляется над некоторым пунктом на экваторе через каждые $\tau=11{,}6$ ч.

1.243. Спутник движется в экваториальной плоскости Земли с востока на запад по круговой орбите радиуса $R=1{,}00\cdot10^4$ км. Найти относительно поверхности Земли: а) скорость спутника; б) его ускорение.

1.244. Какую скорость необходимо сообщить телу в горизонтальном направлении вблизи поверхности Земли у ее полюса, чтобы вывести его на эллиптическую орбиту с большой полуосью a?

1.245. Искусственный спутник Луны движется по круговой орбите, радиус которой в η раз больше радиуса Луны. Считая, что небольшая сила сопротивления, испытываемая спутником со стороны космической пыли, зависит от его скорости как $F=\alpha v^2$, где α — постоянная, найти время движения спутника до падения на поверхность Луны.

1.246. Вычислить первую и вторую космические скорости для запусков с Луны. Сравнить с соответствующими скоростями для Земли.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.247. Космический корабль подлетает к Луне по параболической траектории, почти касающейся ее поверхности. В момент максимального сближения с Луной на короткое время был включен тормозной двигатель, и корабль перешел на круговую орбиту. Найти приращение модуля скорости корабля при торможении.

1.248. Космический корабль вывели на круговую орбиту вблизи поверхности Земли. Какую дополнительную скорость в направлении его движения необходимо кратковременно сообщить кораблю, чтобы он смог преодолеть земное тяготение?

1.249. Космический корабль движется вокруг Земли по круговой орбите, радиус которой в $\eta=2{,}5$ раза больше радиуса Земли. Какую дополнительную скорость надо кратковременно сообщить кораблю в направлении от центра Земли по ее радиусу, чтобы он смог покинуть поле тяготения Земли?

1.250. Какую наименьшую работу надо совершить, чтобы доставить космический корабль массы $m=2{,}0\cdot10^3$ кг с поверхности Земли на Луну? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.251. Найти приближенно третью космическую скорость v_3 — наименьшую скорость, которую необходимо сообщить телу относительно поверхности Земли, чтобы оно смогло покинуть Солнечную систему. Вращением Земли вокруг ее оси пренебречь.

1.5. Динамика твердого тела

● Уравнение динамики твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z:

$$I\beta_z=N_z, \tag{1.5а}$$

где N_z — алгебраическая сумма моментов внешних сил относительно оси z.

● Теорема Штейнера:

$$I=I_C+ma^2. \tag{1.5б}$$

● Кинетическая энергия твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$T=I\omega^2/2. \tag{1.5в}$$

● Работа внешних сил при повороте твердого тела вокруг неподвижной оси:

$$A=\int N_z\,d\varphi. \tag{1.5г}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Кинетическая энергия твердого тела при плоском движении:

$$T = I_C\omega^2/2 + mv_C^2/2. \qquad (1.5д)$$

● Связь между угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}'$ прецессии гироскопа, его моментом импульса $\mathbf{M}$, равным $I\boldsymbol{\omega}$, и моментом $\mathbf{N}$ внешних сил:

$$[\boldsymbol{\omega}'\mathbf{M}] = \mathbf{N}. \qquad (1.5е)$$

1.252. Тонкий однородный стержень AB массы $m=1{,}0$ кг движется поступательно с ускорением $a=2{,}0$ м/с^2 под действием двух сил $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ (рис. 1.46). Расстояние между точками приложения этих сил $b=20$ см. Кроме того, известно, что $F_2=5{,}0$ Н. Найти длину стержня.

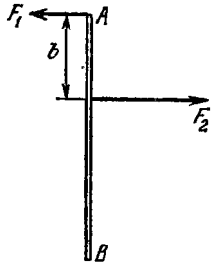


Рис. 1.46

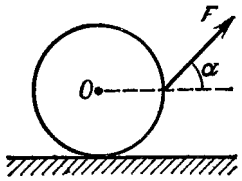


Рис. 1.47

1.253. Однородный шар массы $m=4{,}0$ кг движется поступательно по поверхности стола под действием постоянной силы $\mathbf{F}$, приложенной, как показано на рис. 1.47, где угол $\alpha=30°$. Коэффициент трения между шаром и столом $k=0{,}20$. Найти F и ускорение шара.

1.254. К точке с радиус-вектором $\mathbf{r}_1=a\mathbf{i}$ приложена сила $\mathbf{F}_1=A\mathbf{j}$, а к точке с $\mathbf{r}_2=b\mathbf{j}$ — сила $\mathbf{F}_2=B\mathbf{i}$. Здесь оба радиус-вектора определены относительно начала координат O, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y, A и B — постоянные. Найти плечо равнодействующей силы относительно точки O.

1.255. Найти момент инерции:

а) тонкого однородного стержня относительно оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его конец, если масса стержня m и его длина l;

б) тонкой однородной прямоугольной пластинки относительно оси, проходящей через одну из вершин пластинки перпендикулярно к ее плоскости, если стороны пластинки равны a и b, а ее масса — m.

1.256. Тонкая однородная пластинка массы $m=0{,}60$ кг имеет форму равнобедренного прямоугольного треуголь-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ника. Найти ее момент инерции относительно оси, совпадающей с одним из катетов, длина которого a=200 мм.

1.257. Вычислить момент инерции:

а) медного однородного диска относительно оси симметрии, перпендикулярной к плоскости диска, если его толщина b=2,0 мм и радиус R=100 мм;

б) однородного сплошного конуса относительно его оси симметрии, если масса конуса m и радиус его основания R.

1.258. Найти момент инерции тонкого проволочного кольца радиусом a и массы m относительно оси, совпадающей с его диаметром.

1.259. Показать, что для тонкой пластинки произвольной формы имеется следующая связь между моментами инерции: $I_1+I_2=I_3$, где *1*, *2*, *3* — три взаимно перпендикулярные оси, проходящие через одну точку, причем оси *1* и *2* лежат в плоскости пластинки. Используя эту связь, найти момент инерции тонкого круглого однородного диска радиуса R и массы m относительно оси, совпадающей с одним из его диаметров.

1.260. Однородный диск радиуса R имеет круглый вырез (рис. 1.48). Масса оставшейся (заштрихованной) части диска равна m. Найти момент инерции такого диска относительно оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей:

а) через точку O;

б) через его центр масс.

1.261. Исходя из формулы для момента инерции однородного шара, найти момент инерции тонкого сферического слоя массы m и радиуса R относительно оси, проходящей через его центр.

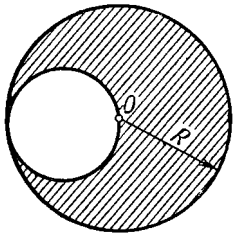


Рис. 1.48

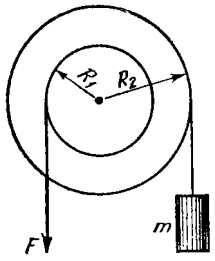


Рис. 1.49

1.262. На ступенчатый блок (рис. 1.49) намотаны в противоположных направлениях две нити. На конец одной нити действуют постоянной силой **F**, а к концу другой

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

нити прикреплен груз массы m. Известны радиусы R_1 и R_2 блока и его момент инерции I относительно оси вращения. Трения нет. Найти угловое ускорение блока.

1.263. На однородный сплошной цилиндр массы M и радиуса R плотно намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массы m (рис. 1.50). В момент $t=0$ система пришла в движение. Пренебрегая трением в оси цилиндра, найти зависимость от времени:

а) модуля угловой скорости цилиндра;

б) кинетической энергии всей системы.

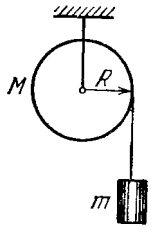


Рис. 1.50

1.264. Концы тонких нитей, плотно намотанных на ось радиуса r диска Максвелла, прикреплены к горизонтальной штанге. Когда диск раскручивается, штангу поднимают так, что диск остается неизменно на одной и той же высоте. Масса диска с осью m, их момент инерции относительно их оси симметрии I. Найти ускорение штанги.

1.265. Горизонтальный тонкий однородный стержень AB массы m и длины l может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A. В некоторый момент на конец B начала действовать постоянная сила F, которая все время перпендикулярна к первоначальному положению покоившегося стержня и направлена в горизонтальной плоскости. Найти угловую скорость стержня как функцию его угла поворота φ из начального положения.

1.266. В установке, показанной на рис. 1.51, известны масса однородного сплошного цилиндра m, его радиус R

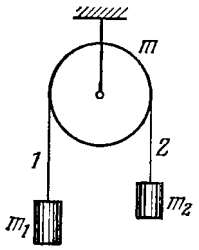


Рис. 1.51

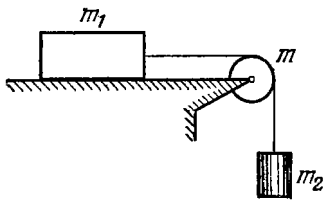


Рис. 1.52

и массы тел m_1 и m_2. Скольжения нити и трения в оси цилиндра нет. Найти угловое ускорение цилиндра и отношение натяжений T_1/T_2 вертикальных участков нити в процессе движения. Убедиться, что при $m \to 0$ $T_1=T_2$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.267. В системе, показанной на рис. 1.52, известны массы тел m_1 и m_2, коэффициент трения k между телом m_1 и горизонтальной плоскостью, а также масса блока m, который можно считать однородным диском. Скольжения нити по блоку нет. В момент $t=0$ тело m_2 начинает опускаться. Пренебрегая массой нити и трением в оси блока, найти:

а) ускорение тела m_2;

б) работу силы трения, действующей на тело m_1, за первые t секунд после начала движения.

1.268. Однородный цилиндр радиуса R раскрутили вокруг его оси до угловой скорости ω_0 и поместили затем в угол (рис. 1.53). Коэффициент трения между стенками

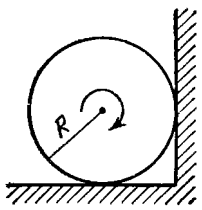


Рис. 1.53

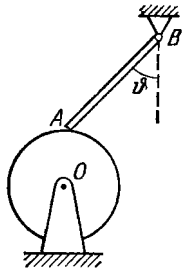


Рис. 1.54

угла и цилиндром равен k. Сколько оборотов сделает цилиндр до остановки?

1.269. В системе, показанной на рис. 1.54, однородному диску сообщили угловую скорость вокруг горизонтальной оси O, а затем осторожно опустили на него конец A стержня AB так, что он образовал угол $\vartheta=45°$ с вертикалью. Трение имеется только между диском и стержнем, его коэффициент $k=0{,}13$. Пусть n_1 и n_2 — числа оборотов диска до остановки при его вращении по часовой стрелке и против часовой стрелки — при одинаковой начальной скорости. Найти отношение n_2/n_1.

1.270. Однородный диск радиуса R раскрутили до угловой скорости ω и осторожно положили на горизонтальную поверхность. Сколько времени диск будет вращаться на поверхности, если коэффициент трения равен k?

1.271. Маховик с начальной угловой скоростью ω_0 начинает тормозиться силами, момент которых относительно его оси пропорционален квадратному корню из его угловой скорости. Найти среднюю угловую скорость маховика за все время торможения.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.272. Однородный сплошной цилиндр радиуса R и массы M может свободно вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси O (рис. 1.55). На цилиндр в один ряд намотан тонкий шнур длины l и массы m. Найти угловое ускорение цилиндра в зависимости от длины x свешивающейся части шнура. Считать, что центр масс намотанной части шнура находится на оси цилиндра.

1.273. Однородный стержень длины l может вращаться вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через один из его концов (рис. 1.56). Систему

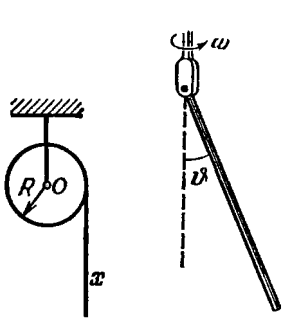


Рис. 1.55

Рис. 1.56

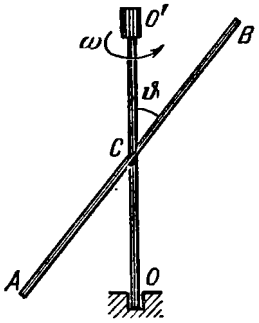


Рис. 1.57

равномерно вращают с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. Пренебрегая трением, найти угол ϑ между стержнем и вертикалью.

1.274. Горизонтально расположенный однородный стержень AB массы m=1,40 кг и длины l_0=100 см вращается свободно вокруг неподвижной вертикальной оси OO', проходящей через его конец A. Точка A находится посередине оси OO', длина которой l=55 см. При каком значении угловой скорости стержня горизонтальная составляющая силы, действующей на нижний конец оси OO', будет равна нулю? Какова при этом горизонтальная составляющая силы, действующей на верхний конец оси?

1.275. Середина однородного стержня массы m и длины l жестко соединена с вертикальной осью OO' так, что угол между стержнем и осью равен ϑ (рис. 1.57). Концы оси OO' укреплены в подшипниках. Система вращается без трения с угловой скоростью ω. Найти:

а) модуль момента импульса стержня относительно точки C, а также его момент импульса относительно оси вращения;

б) модуль момента внешних сил, действующих на ось OO' при вращении.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.276. Гладкий однородный стержень AB массы M и длины l свободно вращается с угловой скоростью ω_0 в горизонтальной плоскости вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его конец A. Из точки A начинает скользить по стержню небольшая муфта массы m. Найти скорость v' муфты относительно стержня в тот момент, когда она достигнет его конца B.

1.277. Однородная тонкая квадратная пластинка со стороной l и массы M может свободно вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси, совпадающей с одной из ее сторон. В центр пластинки по нормали к ней упруго ударяется шарик массы m, летевший со скоростью $\mathbf{v}$. Найти:

а) скорость шарика $\mathbf{v}'$ после удара;

б) горизонтальную составляющую результирующей силы, с которой ось будет действовать на пластинку после удара.

1.278. Вертикально расположенный однородный стержень массы M и длины l может вращаться вокруг своего верхнего конца. В нижний конец стержня попала, застряв, горизонтально летевшая пуля массы m, в результате чего стержень отклонился на угол α. Считая $m \ll M$, найти:

а) скорость летевшей пули;

б) приращение импульса системы «пуля — стержень» за время удара; какова причина изменения этого импульса;

в) на какое расстояние x от верхнего конца стержня должна попасть пуля, чтобы импульс системы «пуля — стержень» не изменился в процессе удара.

1.279. Горизонтально расположенный однородный диск массы M и радиуса R свободно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. Диск имеет радиальную направляющую, вдоль которой может скользить без трения небольшое тело массы m. К телу привязана легкая нить, пропущенная через полую ось диска вниз. Первоначально тело находилось на краю диска и вся система вращалась с угловой скоростью ω_0. Затем к нижнему концу нити приложили силу F, с помощью которой тело медленно подтянули к оси вращения. Найти:

а) угловую скорость системы в конечном состоянии;

б) работу, которую совершила сила F.

1.280. Человек массы m_1 стоит на краю горизонтального однородного диска массы m_2 и радиуса R, который может свободно вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его центр. В некоторый момент человек начал двигаться по краю диска, совершил переме-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

щение на угол φ' относительно диска и остановился. Пренебрегая размерами человека, найти угол, на который повернулся диск к моменту остановки человека.

1.281. Два горизонтальных диска свободно вращаются вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси равны I_1 и I_2, а угловые скорости — ω_1 и ω_2. После падения верхнего диска на нижний оба диска благодаря трению между ними начали через некоторое время вращаться как единое целое. Найти:

а) установившуюся угловую скорость вращения дисков;

б) работу, которую совершили при этом силы трения.

1.282. Двум одинакового радиуса дискам сообщили одну и ту же угловую скорость ω_0 (рис. 1.58), а затем их привели в соприкосновение, и система через некоторое время пришла в новое установившееся состояние движения. Оси дисков неподвижны, трения в осях нет. Моменты инерции дисков относительно их осей вращения равны I_1 и I_2. Найти:

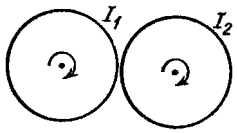


Рис. 1.58

а) приращение момента импульса системы;

б) убыль ее механической энергии.

1.283. Диск радиуса a может свободно вращаться вокруг своей оси, относительно которой его момент инерции равен I_0. В момент $t=0$ диск начали облучать по нормали к его поверхности равномерным потоком частиц — N частиц в единицу времени. Каждая частица имеет массу m и собственный момент импульса $\tilde{\mathbf{M}}$, направление которого совпадает с направлением движения частиц. Считая, что все частицы застревают в диске, найти его угловую скорость как функцию времени $\omega(t)$, если $\omega(0)=0$. Изобразить примерный график зависимости $\omega(t)$.

1.284. Однородный диск радиуса R и массы m лежит на гладкой горизонтальной поверхности. На боковую поверхность диска плотно намотана нить, к свободному концу K которой приложили постоянную горизонтальную силу $\mathbf{F}$. После начала движения диска точка K переместилась на расстояние l. Найти угловую скорость диска к этому моменту.

1.285. Однородный диск радиуса $R=5{,}0$ см, вращающийся вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega=60$ рад/с, падает в вертикальном положении на горизонтальную шероховатую поверхность и отскакивает под углом $\vartheta=30°$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

к вертикали, уже не вращаясь. Найти скорость диска сразу после отскакивания.

1.286. Однородный шар скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Найти ускорение центра шара и значение коэффициента трения, при котором скольжения не будет.

1.287. Однородный шар массы $m=5{,}0$ кг скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha=30^\circ$ с горизонтом. Найти кинетическую энергию шара через $t=1{,}6$ с после начала движения.



Рис. 1.59

1.288. Однородный цилиндр массы $m=8{,}0$ кг и радиуса $R=1{,}3$ см (рис. 1.59) в момент $t=0$ начинает опускаться под действием силы тяжести. Пренебрегая массой нитей, найти:

а) угловое ускорение цилиндра;

б) зависимость от времени мгновенной мощности, которую развивает сила тяжести.

1.289. Тонкие нити намотаны на концах однородного сплошного цилиндра массы m. Свободные концы нитей прикреплены к потолку кабины лифта. Кабина начала подниматься с ускорением a_0. Найти ускорение a' цилиндра относительно кабины и силу F, с которой цилиндр действует (через нити) на потолок.

1.290. На гладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha=30^\circ$ с горизонтом, находится катушка с ниткой, свободный конец которой укреплен, как показано на рис. 1.60. Масса катушки $m=200$ г, ее момент инерции относительно собственной оси $I=0{,}45$ г·м^2, радиус намотанного слоя ниток $r=3{,}0$ см. Найти ускорение оси катушки.

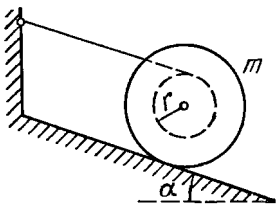


Рис. 1.60

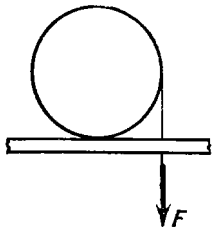


Рис. 1.61

1.291. Однородный сплошной цилиндр массы m лежит на двух горизонтальных брусьях. На цилиндр намотана нить, за свешивающийся конец которой тянут с постоянной вертикально направленной силой F (рис. 1.61). Найти

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

значения силы F, при которых цилиндр будет катиться без скольжения, если коэффициент трения равен k.

1.292. На горизонтальной шероховатой плоскости лежит катушка ниток массы m. Ее момент инерции относительно собственной оси $I=\gamma mR^2$, где γ — числовой коэффициент, R — внешний радиус катушки. Радиус намотанного слоя ниток равен r. Катушку без скольжения начали тянуть за нить постоянной силой $\mathbf{F}$, направленной под углом α к горизонту (рис. 1.62). Найти:

а) проекцию на ось x ускорения оси катушки;

б) работу силы $\mathbf{F}$ за первые t секунд движения.

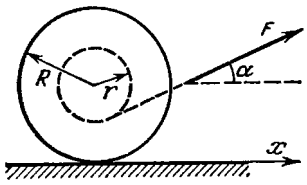
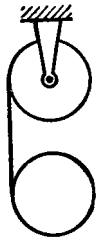


Рис. 1.62


Рис. 1.63

1.293. Система (рис. 1.63) состоит из двух одинаковых однородных цилиндров, на которые симметрично намотаны две легкие нити. Найти ускорение оси нижнего цилиндра в процессе движения. Трения в оси верхнего цилиндра нет.

1.294. В системе, показанной на рис. 1.64, известны масса m груза A, масса M ступенчатого блока B, момент инерции I последнего относительно его оси и радиусы

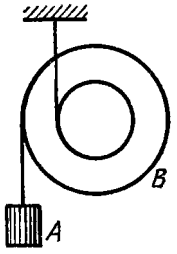


Рис. 1.64

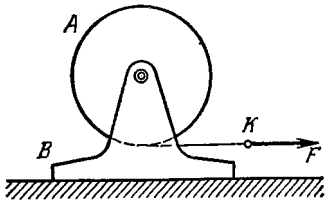


Рис. 1.65

ступеней блока R и $2R$. Масса нитей пренебрежимо мала. Найти ускорение груза A.

1.295. Сплошной однородный цилиндр A массы m_1 может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

которая укреплена на подставке B массы m_2 (рис. 1.65). На цилиндр плотно намотана легкая нить, к концу K которой приложили постоянную горизонтальную силу F. Трения между подставкой и опорной горизонтальной плоскостью нет. Найти:

а) ускорение точки K;

б) кинетическую энергию этой системы через t секунд после начала движения.

1.296. На гладкой горизонтальной плоскости лежит доска массы m_1 и на ней однородный шар массы m_2. К доске приложили постоянную горизонтальную силу F. С какими ускорениями будут двигаться доска и центр шара в отсутствие скольжения между ними?

1.297. Сплошному однородному цилиндру массы m и радиуса R сообщили вращение вокруг его оси с угловой скоростью ω_0, затем его положили боковой поверхностью на горизонтальную плоскость и предоставили самому себе. Коэффициент трения между цилиндром и плоскостью равен k. Найти:

а) время, в течение которого движение цилиндра будет происходить со скольжением;

б) полную работу силы трения скольжения.

1.298. Однородный шар радиуса r скатывается без скольжения с вершины сферы радиуса R. Найти угловую скорость шара после отрыва от сферы. Начальная скорость шара пренебрежимо мала.

1.299. Сплошной однородный цилиндр радиуса R катится по горизонтальной плоскости, которая переходит в наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом (под уклон). Найти максимальное значение скорости v_0 цилиндра, при котором он перейдет на наклонную плоскость еще без скачка. Считать, что скольжения нет.

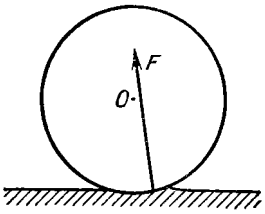


Рис. 1.66

1.300. Однородный шар массы $m=5{,}0$ кг и радиуса $R=5{,}0$ см катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Вследствие деформаций в месте соприкосновения шара и плоскости на шар при движении вправо действует равнодействующая **F** сил реакции, как показано на рис. 1.66. Найти модуль момента силы **F** относительно центра O шара, если шар, имевший в некоторый момент скорость $v=1{,}00$ м/с, прошел после этого до остановки путь $s=2{,}5$ м. Момент силы **F** считать постоянным.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.301. На гладкой горизонтальной поверхности лежит однородный стержень массы $m=5{,}0$ кг и длины $l=90$ см. По одному из концов стержня в горизонтальном направлении, перпендикулярном к стержню, произвели удар, импульс силы которого $J=3{,}0$ Н·с. Найти силу, с которой одна половина стержня будет действовать на другую в процессе движения.

1.302. Воспользовавшись условием предыдущей задачи, найти:

а) на какое расстояние переместится центр стержня за время своего полного оборота;

б) кинетическую энергию стержня после удара.

1.303. На гладкой горизонтальной плоскости лежат небольшая шайба и тонкий однородный стержень длины l, масса которого в η раз больше массы шайбы. Шайбе сообщили скорость v в горизонтальном направлении перпендикулярно к стержню, после чего она испытала упругое соударение с концом стержня. Найти скорость v_C центра стержня после столкновения. При каком значении η скорость шайбы после столкновения будет равна нулю? изменит направление на противоположное?

1.304. Однородный стержень, падавший в горизонтальном положении с высоты h, упруго ударился одним концом о край массивной плиты. Найти скорость центра стержня сразу после удара.

1.305. Волчок массы $m=0{,}50$ кг, ось которого наклонена под углом $\vartheta=30°$ к вертикали, прецессирует под действием силы тяжести. Момент инерции волчка относительно его оси симметрии $I=2{,}0$ г·м², угловая скорость вращения вокруг этой оси $\omega=350$ рад/с, расстояние от точки опоры до центра масс волчка $l=10$ см. Найти:

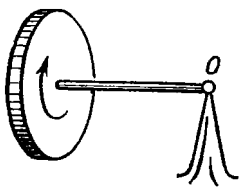


Рис. 1.67

а) угловую скорость прецессии волчка;

б) модуль и направление горизонтальной составляющей силы реакции, действующей на волчок в точке опоры.

1.306. На полу кабины лифта, которая начинает подниматься с постоянным ускорением $a=2{,}0$ м/с², установлен гироскоп — однородный диск радиуса $R=5{,}0$ см на конце стержня длины $l=10$ см (рис. 1.67). Другой конец стержня укреплен в шарнире O. Гироскоп прецессирует с угловой скоростью $n=0{,}5$ об/с. Пренебрегая трением и массой стержня, найти собственную угловую скорость диска.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.307. Волчок, масса которого $m=1{,}0$ кг и момент инерции относительно собственной оси $I=4{,}0$ г·м², вращается с угловой скоростью $\omega=310$ рад/с. Его точка опоры находится на подставке, которую перемещают в горизонтальном направлении с постоянным ускорением $a=1{,}0$ м/с². Расстояние между точкой опоры и центром масс волчка $l=10$ см. Найти модуль и направление вектора ω' — угловой скорости прецессии волчка.

1.308. Однородный шар массы $m=5{,}0$ кг и радиуса $R=6{,}0$ см вращается с угловой скоростью $\omega=1250$ рад/с вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр и укрепленной в подшипниках подставки. Расстояние между подшипниками $l=15$ см. Подставку поворачивают вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\omega'=5{,}0$ рад/с. Найти модуль и направление гироскопических сил.

1.309. Диск гироскопа массы $m=5{,}0$ кг и радиуса $r=5{,}0$ см вращается с угловой скоростью $\omega=330$ рад/с. Расстояние между подшипниками, в которых укреплена ось диска, $l=15$ см. Ось вынуждают совершать гармонические колебания вокруг горизонтальной оси с периодом $T=1{,}0$ с и амплитудой $\varphi_m=20°$. Найти максимальное значение гироскопических сил, действующих на подшипники со стороны оси диска.

1.310. Корабль движется со скоростью $v=36$ км/ч по дуге окружности радиуса $R=200$ м. Найти момент гироскопических сил, действующих на подшипники со стороны вала с маховиком, которые имеют момент инерции относительно оси вращения $I=3{,}8\cdot10^3$ кг·м² и делают $n=300$ об/мин. Ось вращения расположена вдоль корабля.

1.311. Локомотив приводится в движение турбиной, ось которой параллельна осям колес. Направление вращения турбины совпадает с направлением вращения колес. Момент инерции ротора турбины относительно собственной оси $I=240$ кг·м². Найти добавочную силу давления на рельсы, обусловленную гироскопическими силами, когда локомотив идет по закруглению радиуса $R=250$ м со скоростью $v=50$ км/ч. Расстояние между рельсами $l=1{,}5$ м. Турбина делает $n=1500$ об/мин.

1.6. Упругие деформации твердого тела

● Закон Гука:

$$\varepsilon=\sigma/E, \qquad (1.6a)$$

где ε — относительное удлинение, σ — напряжение, E — модуль Юнга.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Связь между относительным поперечным сжатием (растяжением) ε' и относительным продольным растяжением (сжатием) ε:

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon, \qquad (1.6б)$$

где μ — коэффициент Пуассона.

● Изгиб упругого стержня характеризуется формой упругой линии, проходящей через центры «тяжестн» поперечных сечений стержня. Уравнение для определения этой линии прн малых нзгибах:

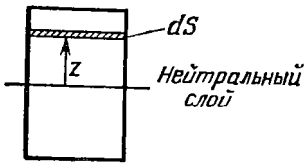


Рис. 1.68

$$N(x) = EI\frac{d^2y}{dx^2}, \qquad (1.6в)$$

где $N(x)$ — нзгибающий момент упругих снл в сечении с координатой x, E — модуль Юнга, I — момент инерцни поперечного сечения относительно оси, проходящей через нейтральный слой $\left(I = \int z^2\,dS\right.$, рис. 1.68$\left.\right)$.

● Связь между относительным сдвигом γ и тангенциальным напряжением τ:

$$\gamma = \tau/G, \qquad (1.6г)$$

где G — модуль сдвига.

● Коэффицнент сжимаемости (модуль всестороннего сжатия):

$$\beta = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p}. \qquad (1.6д)$$

● Объемная плотность энергни упругой деформацин:

$$u = E\varepsilon^2/2, \quad u = G\gamma^2/2. \qquad (1.6е)$$

1.312. Какое давление необходимо приложить к торцам стального цилиндра, чтобы длина его не изменилась при повышении температуры на 100 °С?

1.313. Какое давление изнутри (при отсутствии наружного давления) могут выдержать:

а) стеклянная трубка; б) стеклянная сферическая колба, у которых радиус $r = 25$ мм и толщина стенок $\Delta r = 1{,}0$ мм?

1.314. Горизонтально расположенный медный стержень длины $l = 1{,}0$ м вращают вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. При какой частоте оборотов он может разорваться?

1.315. Кольцо радиуса $r = 25$ см, сделанное из свинцовой проволоки, вращают вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его центр и перпендикулярной к плоскости кольца. При какой частоте оборотов данное кольцо может разорваться?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.316. Стальная проволока диаметра $d=1{,}0$ мм натянута в горизонтальном положении между двумя зажимами, находящимися на расстоянии $l=2{,}0$ м друг от друга. К середине проволоки — точке O — подвесили груз массы $m=0{,}25$ кг. На сколько сантиметров опустится точка O?

1.317. Однородный упругий брусок движется по гладкой горизонтальной плоскости под действием постоянной силы F_0, равномерно распределенной по торцу. Площадь торца равна S, модуль Юнга материала — E. Найти относительное сжатие бруска в направлении действия данной силы.

1.318. Тонкий однородный медный стержень длины l и массы m равномерно вращается с угловой скоростью ω в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Найти силу натяжения в стержне в зависимости от расстояния r до оси вращения, а также удлинение стержня.

1.319. Сплошной медный цилиндр длины $l=65$ см поставили на горизонтальную поверхность и сверху приложили вертикальную сжимающую силу $F=1000$ Н, которая равномерно распределена по его торцу. На сколько кубических миллиметров изменился при этом объем цилиндра?

1.320. Медный стержень длины l подвесили за один конец к потолку. Найти:

а) удлинение стержня Δl под действием его собственного веса;

б) относительное приращение его объема $\Delta V/V$.

1.321. Брусок из материала с модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона μ подвергли всестороннему сжатию давлением p. Найти:

а) относительное уменьшение его объема;

б) связь между коэффициентом сжимаемости β и упругими постоянными E и μ.

Показать, что коэффициент Пуассона μ не может превышать 1/2.

1.322. Стальная балка прямоугольного сечения вмонтирована одним концом в стену (рис. 1.69). Под действием силы тяжести она испытывает небольшой изгиб. Найти радиус кривизны нейтрального слоя (см. пунктир на рисунке) вблизи точки O, если длина выступающего конца балки $l=6{,}0$ м и ее толщина $h=10$ см.

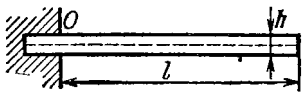


Рис. 1.69

1.323. Стальной стержень квадратного сечения со сто-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

роной a вмонтирован одним концом в стенку так, что выступающий конец его имеет длину l (рис. 1.70). Пренебрегая массой стержня, найти с помощью уравнения (1.6в) форму упругой линии и стрелу прогиба λ, если на его конец A действует:

а) изгибающий момент пары сил N_0;

б) сила F, направленная вдоль оси y.



Рис. 1.70

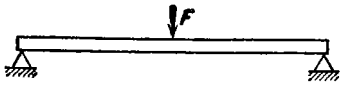


Рис. 1.71

1.324. Стальная балка длины l свободно опирается своими концами на два упора (рис. 1.71). Момент инерции ее поперечного сечения равен I. Пренебрегая массой балки и считая прогибы малыми, найти стрелу прогиба λ под действием силы F, приложенной к ее середине.

1.325. Стальная балка имеет прямоугольное сечение, высота которого равна h. Воспользовавшись уравнением (1.6в), найти стрелу прогиба λ, которая обусловлена собственным весом балки, в двух случаях:

а) балка вмонтирована одним концом в стену так, что длина ее выступающего конца равна l (рис. 1.72, $а$);

б) балка длины $2l$ своими концами свободно опирается на две опоры (рис. 1.72, $б$).

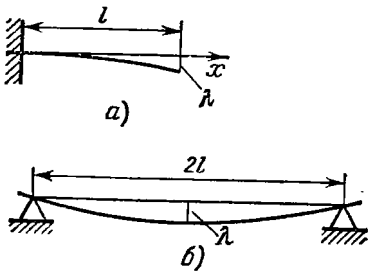


Рис. 1.72

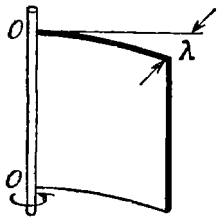


Рис. 1.73

1.326. Стальная пластинка толщины h имеет форму квадрата со стороной l, причем $h \ll l$. Пластинка жестко скреплена с вертикальной осью OO, которую вращают с постоянным угловым ускорением β (рис. 1.73). Найти стрелу прогиба λ, считая изгиб малым.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.327. Установить связь между крутящим моментом N и углом закручивания φ для:

а) трубы, у которой толщина стенок Δr значительно меньше радиуса трубы;

б) сплошного стержня круглого сечения.

Их длина l, радиус r и модуль сдвига G известны.

1.328. Вычислить момент сил N, которые вызывают закручивание стальной трубы длины $l=3{,}0$ м на угол $\varphi=2{,}0°$ вокруг ее оси, если внутренний и внешний диаметры трубы равны $d_1=30$ мм и $d_2=50$ мм.

1.329. Найти наибольшую мощность, которую можно передать с помощью стального вала, вращающегося вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega=120$ рад/с, если его длина $l=200$ см, радиус $r=1{,}50$ см и допустимый угол закручивания $\varphi=2{,}5°$.

1.330. Однородное кольцо массы m, имеющее внешний радиус r_2, плотно насажено на вал радиуса r_1. Вал вращают с постоянным угловым ускорением β вокруг его оси. Найти момент упругих сил деформации сдвига в кольце в зависимости от расстояния r до оси вращения.

1.331. Найти энергию упругой деформации стального стержня массы $m=3{,}1$ кг, который растянут так, что его относительное удлинение $\varepsilon=1{,}0\cdot10^{-3}$.

1.332. Стальной цилиндрический стержень длины l и радиуса r подвесили одним концом к потолку.

а) Найти энергию U упругой деформации стержня.

б) Выразить U через относительное удлинение стержня $\Delta l/l$.

1.333. Какую работу необходимо совершить, чтобы стальную полосу длины $l=2{,}0$ м, ширины $h=6{,}0$ см и толщины $\delta=2{,}0$ мм согнуть в круглый обруч? Предполагается, что процесс происходит в пределах упругой деформации.

1.334. Найти энергию упругой деформации стального стержня, у которого один конец закреплен, а другой закручен на угол $\varphi=6{,}0°$. Длина стержня $l=1{,}0$ м, его радиус $r=10$ мм.

1.335. Найти распределение объемной плотности энергии упругой деформации в стальном стержне в зависимости от расстояния r до его оси. Длина стержня l, угол закручивания φ.

1.336. Определить объемную плотность энергии упругой деформации в пресной воде на глубине $h=1000$ м.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.7. Гидродинамика

● Основное уравнение гидродинамики идеальной жидкости (уравнение Эйлера):

$$\rho\, d\mathbf{v}/dt = \mathbf{f} - \nabla p, \tag{1.7а}$$

где ρ — плотность жидкости, $\mathbf{f}$ — объемная плотность массовых сил (в случае силы тяжести $\mathbf{f} = \rho\mathbf{g}$), ∇p — градиент давления.

● Уравнение Бернулли. В стационарном потоке идеальной жидкости вдоль любой линии тока

$$\rho v^2/2 + \rho g h + p = \text{const}. \tag{1.7б}$$

● Сила трения между двумя слоями жидкости:

$$F_{\text{тр}} = \eta \left| dv/dz \right| S, \tag{1.7в}$$

где η — вязкость жидкости.

● Формула Пуазейля. Поток жидкости через поперечное сечение трубы (в $м^3/с$)

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{l}, \tag{1.7г}$$

где R и l — радиус и длина трубы, $p_1 - p_2$ — разность давлений на ее концах.

● Число Рейнольдса, определяющее характер течения вязкой жидкости:

$$\text{Re} = \rho v l / \eta, \tag{1.7д}$$

где l — некоторый характерный размер.

● Формула Стокса. Сила сопротивления движению шарика радиусом r в вязкой жидкости:

$$F = 6\pi\eta r v. \tag{1.7е}$$

1.337. Идеальная жидкость течет по плоской трубе одинакового сечения, расположенной в горизонтальной плоскости и изогнутой, как показано на рис. 1.74 (вид сверху). Поток стационарный. Одинаковы ли давления и скорости жидкости в точках *1* и *2*? Какой вид имеют линии тока?

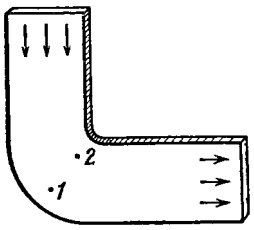


Рис. 1.74

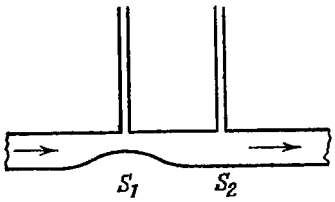


Рис. 1.75

1.338. Две манометрические трубки установлены на горизонтальной трубе переменного сечения в местах, где сечения трубы равны S_1 и S_2 (рис. 1.75). По трубе течет

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

вода. Найти объем воды, протекающей в единицу времени через сечение трубы, если разность уровней воды в манометрических трубках равна Δh.

1.339. Трубка Пито (рис. 1.76) установлена по оси газопровода, площадь внутреннего сечения которого равна S. Пренебрегая вязкостью, найти объем газа, проходящего через сечение трубы в единицу времени, если разность уровней в жидкостном манометре равна Δh, а плотности жидкости и газа — соответственно ρ_0 и ρ.

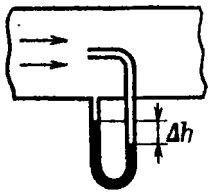


Рис. 1.76

1.340. Широкий сосуд с небольшим отверстием в дне наполнен водой и керосином. Пренебрегая вязкостью, найти скорость вытекающей воды, если толщина слоя воды h_1=30 см, а слоя керосина h_2=20 см.

1.341. На столе стоит широкий цилиндрический сосуд высотой 50 см. Сосуд наполнен водой. Пренебрегая вязкостью, найти, на какой высоте от дна сосуда следует сделать небольшое отверстие, чтобы струя из него била в поверхность стола на максимальное расстояние $l_{макс}$ от сосуда. Чему равно $l_{макс}$?

1.342. Изогнутую трубку опустили в поток воды, как показано на рис. 1.77. Скорость потока относительно трубки v=2,5 м/с. Закрытый верхний конец трубки имеет небольшое отверстие и находится на высоте h_0=12 см. На какую высоту h будет подниматься струя воды, вытекающая из отверстия?

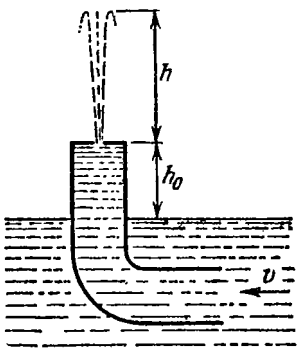


Рис. 1.77

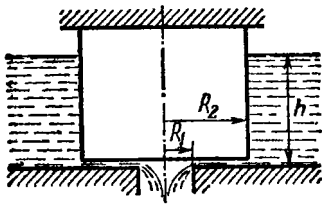


Рис. 1.78

1.343. На горизонтальном дне широкого сосуда с идеальной жидкостью имеется круглое отверстие радиуса R_1, а над ним укреплен круглый закрытый цилиндр радиуса $R_2 > R_1$ (рис. 1.78). Зазор между цилиндром и дном сосуда очень мал, плотность жидкости ρ. Найти статическое давление жидкости в зазоре как функцию расстоя-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ния r от оси отверстия и цилиндра, если высота слоя жидкости равна h.

1.344. Какую работу необходимо совершить, чтобы, действуя постоянной силой на поршень (рис. 1.79), выдавить из горизонтально расположенного цилиндра всю воду за время t? Объем воды в цилиндре равен V, площадь сечения отверстия — s, причем s значительно меньше площади поршня. Трение и вязкость пренебрежимо малы.

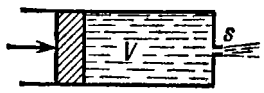


Рис. 1.79

1.345. Цилиндрический сосуд высоты h с площадью основания S наполнен водой. В дне сосуда открыли отверстие с площадью $s \ll S$. Пренебрегая вязкостью воды, определить, через сколько времени вся вода вытечет из сосуда.

1.346. Горизонтально расположенная трубка AB длины l вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг неподвижной вертикальной оси O, проходящей через конец A (рис. 1.80). В трубке находится идеальная жидкость. Конец A трубки открыт, а в закрытом конце B имеется очень малое отверстие. Найти, с какой скоростью относительно трубки будет вытекать жидкость в зависимости от «высоты» ее столба h.

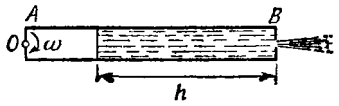


Рис. 1.80

1.347. Показать, что в случае стационарного потока идеальной жидкости уравнение (1.7а) приводит к уравнению Бернулли.

1.348. С противоположных сторон широкого вертикального сосуда, наполненного водой, открыли два одинаковых отверстия, каждое площадью $S=0{,}50$ см^2. Расстояние между ними по высоте $\Delta h=51$ см. Найти результирующую силу реакции вытекающей воды.

1.349. В боковой стенке широкого цилиндрического вертикального сосуда высоты $h=75$ см сделана узкая вертикальная щель, нижний конец которой упирается в дно сосуда. Длина щели $l=50$ см, ширина $b=1{,}0$ мм. Закрыв щель, сосуд наполнили водой. Найти результирующую силу реакции вытекающей воды непосредственно после того, как щель открыли.

1.350. Вода течет со скоростью v по изогнутой U-образной трубке, лежащей в горизонтальной плоскости. Площадь сечения трубки S, радиус закругления R. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) суммарный импульс воды в закругленной части трубки;

б) модуль силы, действующей со стороны текущей воды на стенки изогнутой части трубки.

1.351. Вода вытекает из большого бака по изогнутой под прямым углом трубке, внутренний радиус которой $r=0{,}50$ см (рис. 1.81). Длина горизонтальной части трубки $l=22$ см. Расход воды $Q=0{,}50$ л/с. Найти момент сил реакции воды на стенки этой трубки относительно точки O, обусловленный течением воды.

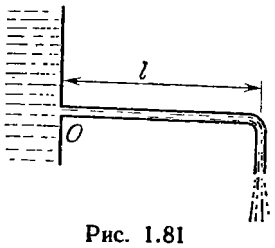


Рис. 1.81

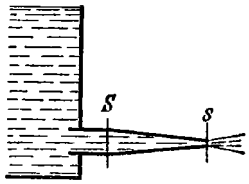


Рис. 1.82

1.352. В боковой стенке широкого открытого бака вмонтирована суживающаяся трубка (рис. 1.82), через которую вытекает вода. Площадь сечения трубки уменьшается от $S=3{,}0$ см^2 до $s=1{,}0$ см^2. Уровень воды в баке на $h=4{,}6$ м выше уровня в трубке. Пренебрегая вязкостью воды, найти горизонтальную составляющую силы, вырывающей трубку из бака.

1.353. Цилиндрический сосуд с водой вращают вокруг его вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω. Найти:

а) форму свободной поверхности воды;

б) распределение давления воды на дне сосуда вдоль его радиуса, если давление в центре дна равно p_0.

1.354. Тонкий горизонтальный диск радиуса $R=10$ см расположен в цилиндрической полости с маслом, вязкость которого $\eta=8$ мПа·с (рис. 1.83). Зазоры между диском и горизонтальными торцами полости одинаковы и равны $h=1{,}0$ мм. Найти мощность, которую развивают силы вязкости, действующие на диск при вращении его с угловой скоростью $\omega=60$ рад/с. Краевыми эффектами пренебречь.

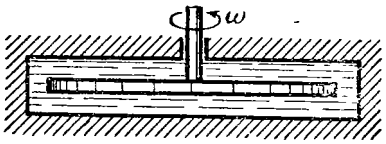


Рис. 1.83

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.355. Длинный цилиндр радиуса R_1 перемещают вдоль его оси с постоянной скоростью v_0 внутри коаксиального с ним неподвижного цилиндра радиуса R_2. Пространство между цилиндрами заполнено вязкой жидкостью. Найти скорость жидкости в зависимости от расстояния r до оси цилиндров. Течение ламинарное.

1.356. Жидкость с вязкостью η находится между двумя длинными коаксиальными цилиндрами с радиусами R_1 и R_2, причем $R_1 < R_2$. Внутренний цилиндр неподвижен, а внешний вращают с постоянной угловой скоростью ω_2. Движение жидкости ламинарное. Имея в виду, что сила трения, действующая на единицу площади цилиндрической поверхности радиуса r, определяется формулой $\sigma = \eta r (\partial\omega/\partial r)$, найти:

а) угловую скорость вращающейся жидкости в зависимости от радиуса r;

б) момент сил трения, действующих на единицу длины внешнего цилиндра.

1.357. По трубке длины l и радиуса R течет стационарный поток жидкости, плотность которой ρ и вязкость η. Скорость течения жидкости зависит от расстояния r до оси трубки по закону $v = v_0(1 - r^2/R^2)$. Найти:

а) объем жидкости, протекающей через сечение трубки в единицу времени;

б) кинетическую энергию жидкости в объеме трубки;

в) силу трения, которую испытывает трубка со стороны жидкости;

г) разность давлений на концах трубки.

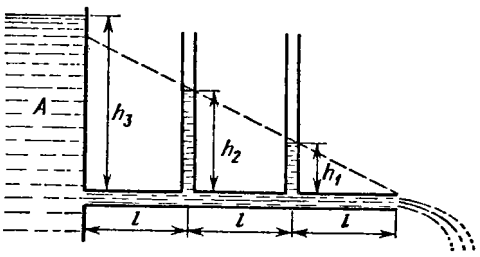


Рис. 1.84

1.358. В системе (рис. 1.84) из широкого сосуда A по трубке вытекает вязкая жидкость, плотность которой $\rho = 1{,}0$ г/см^3. Найти скорость вытекающей жидкости, если $h_1 = 10$ см, $h_2 = 20$ см и $h_3 = 35$ см. Расстояния l одинаковы.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.359. Радиус сечения трубопровода монотонно уменьшается по закону $r=r_0e^{-\alpha x}$, где $\alpha=0{,}50$ м$^{-1}$, x — расстояние от начала трубопровода. Найти отношение чисел Рейнольдса в сечениях, отстоящих друг от друга на $\Delta x=3{,}2$ м.

1.360. При движении шарика радиуса $r_1=1{,}2$ мм в глицерине ламинарное обтекание наблюдается при скорости шарика, не превышающей $v_1=23$ см/с. При какой минимальной скорости v_2 шара радиуса $r_2=5{,}5$ см в воде обтекание станет турбулентным? Вязкости глицерина и воды равны соответственно $\eta_1=1{,}39$ Па·с и $\eta_2=1{,}1$ мПа·с.

1.361. Свинцовый шарик равномерно опускается в глицерине, вязкость которого $\eta=1{,}39$ Па·с. При каком наибольшем диаметре шарика его обтекание еще остается ламинарным? Известно, что переход к турбулентному обтеканию соответствует числу $\mathbf{Re}=0{,}5$ (это значение числа **Re**, при котором за характерный размер взят диаметр шарика).

1.362. Стальной шарик диаметра $d=3{,}0$ мм опускается с нулевой начальной скоростью в прованском масле, вязкость которого $\eta=90$ мПа·с. Через сколько времени после начала движения скорость шарика будет отличаться от установившегося значения на $n=1{,}0$ %?

1.8. Релятивистская механика

● Лоренцево сокращение длины и замедление хода движущихся часов:

$$l=l_0\sqrt{1-(v/c)^2},\quad \Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \tag{1.8а}$$

где l_0 — собственная длина, Δt_0 — собственное время движущихся часов.

● Преобразования Лоренца *):

$$x'=\frac{x-Vt}{\sqrt{1-(V/c)^2}},\quad y'=y,\quad t'=\frac{t-xV/c^2}{\sqrt{1-(V/c)^2}}. \tag{1.8б}$$

● Интервал s_{12} — инвариантная величина:

$$s_{12}^2=c^2t_{12}^2-l_{12}^2=\text{inv}, \tag{1.8в}$$

где t_{12} — промежуток времени между событиями *1* и *2*, l_{12} — расстояние между точками, где произошли эти события.

---

*) Предполагается, что K'-система отсчета движется со скоростью V в положительном направлении оси x K-системы, причем оси x' и x совпадают, а оси y' и y параллельны.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Преобразование скорости:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - v_x V/c^2}, \quad v'_y = \frac{v_y \sqrt{1-(V/c)^2}}{1 - v_x V/c^2}. \tag{1.8г}$$

● Релятивистский импульс:

$$\mathbf{p} = m_r \mathbf{v} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \tag{1.8д}$$

где $m_r = \frac{m}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ — релятивистская масса, m — масса (покоя).

● Релятивистское уравнение динамики частицы:

$$d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}, \tag{1.8е}$$

где $\mathbf{p}$ — релятивистский импульс частицы.

● Полная и кинетическая энергии релятивистской частицы:

$$E = m_r c^2 = mc^2 + T, \quad T = (m_r - m)\, c^2. \tag{1.8ж}$$

● Связь между энергией и импульсом релятивистской частицы:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4, \quad p^2c^2 = T\,(T + 2mc^2). \tag{1.8з}$$

● При рассмотрении столкновения частиц полезно использовать инвариантную величину:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4, \tag{1.8и}$$

где E и p — полная энергия и импульс системы до столкновения, m — масса образовавшейся частицы (или системы).

1.363. Стержень движется в продольном направлении с постоянной скоростью v относительно инерциальной K-системы отсчета. При каком значении v длина стержня в этой системе отсчета будет на $\eta = 0{,}50$ % меньше его собственной длины?

1.364. Имеется прямоугольный треугольник, у которого катет $a = 5{,}00$ м и угол между этим катетом и гипотенузой $\alpha = 30°$. Найти в системе отсчета K', движущейся относительно этого треугольника со скоростью $v = 0{,}866c$ вдоль катета a:

а) соответствующее значение угла α';

б) длину l' гипотенузы и ее отношение к собственной длине.

1.365. Найти собственную длину стержня, если в лабораторной системе отсчета его скорость $v = c/2$, длина $l = 1{,}00$ м и угол между ним и направлением движения $\vartheta = 45°$.

1.366. Стержень движется равномерно в продольном направлении мимо двух меток A и B, расположенных на расстоянии Δx друг от друга. Сначала в момент t_1 напротив метки A оказался передний конец стержня. Затем напротив

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

метки B в моменты t_2 и t_3 оказались соответственно передний и задний концы стержня. Найти его собственную длину.

1.367. С какой скоростью двигались в K-системе отсчета часы, если за время $t=5{,}0$ с (в K-системе) они отстали от часов этой системы на $\Delta t=0{,}10$ с?

1.368. Стержень пролетает с постоянной скоростью мимо метки, неподвижной в K-системе отсчета. Время пролета $\Delta t=20$ нс в K-системе. В системе же отсчета, связанной со стержнем, метка движется вдоль него в течение $\Delta t'=25$ нс. Найти собственную длину стержня.

1.369. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы $\Delta t_0=10$ нс. Какой путь пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где ее время жизни $\Delta t=20$ нс?

1.370. В K-системе отсчета мюон, движущийся со скоростью $v=0{,}990c$, пролетел от места своего рождения до точки распада расстояние $l=3{,}0$ км. Определить:

а) собственное время жизни этого мюона;

б) расстояние, которое пролетел мюон в K-системе отсчета с «его точки зрения».

1.371. Две частицы, двигавшиеся в лабораторной системе отсчета по одной прямой с одинаковой скоростью $v={}^3/_4 c$, попали в неподвижную мишень с интервалом времени $\Delta t=50$ нс. Найти собственное расстояние между частицами до попадания в мишень.

1.372. Стержень движется вдоль линейки с некоторой постоянной скоростью. Если зафиксировать положение обоих концов данного стержня одновременно в системе отсчета, связанной с линейкой, то разность отсчетов по линейке $\Delta x_1=4{,}0$ м. Если же положение обоих концов зафиксировать одновременно в системе отсчета, связанной со стержнем, то разность отсчетов по этой же линейке $\Delta x_2=9{,}0$ м. Найти собственную длину стержня и его скорость относительно линейки.

1.373. Два стержня одинаковой собственной длины l_0 движутся навстречу друг другу параллельно общей горизонтальной оси. В системе отсчета, связанной с одним из стержней, промежуток времени между моментами совпадения левых и правых концов стержней оказался равным Δt. Какова скорость одного стержня относительно другого?

1.374. Две нестабильные частицы движутся в K-системе отсчета по некоторой прямой в одном направлении со скоростью $v=0{,}990\,c$. Расстояние между ними в этой системе отсчета $l=120$ м. В некоторый момент обе частицы распались одновременно в системе отсчета, связанной с ними.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Какой промежуток времени между моментами распада обеих частиц наблюдали в K-системе? Какая частица распалась позже в K-системе?

1.375. Стержень AB, ориентированный вдоль оси x K-системы отсчета, движется с постоянной скоростью v в положительном направлении оси x. Передним (по ходу движения) концом стержня является точка A, задним — точка B. Найти:

а) собственную длину стержня, если в момент t_A координата точки A равна x_A, а в момент t_B координата точки B равна x_B;

б) через какой промежуток времени надо зафиксировать координаты начала и конца стержня в K-системе, чтобы разность координат оказалась равной собственной длине стержня.

1.376. Стержень $A'B'$ движется с постоянной скоростью v относительно стержня AB (рис. 1.85). Оба стержня имеют одинаковую собственную длину l_0 и на концах каждого из них установлены синхронизированные между собой часы: A с B и A' с B'. Пусть момент, когда часы B' поравнялись с часами A, взят за начало отсчета времени в системах отсчета, связанных с каждым из стержней. Определить:

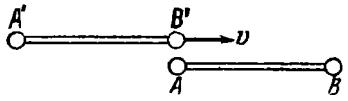


Рис. 1.85

а) показания часов B и B' в момент, когда они окажутся напротив друг друга;

б) то же для часов A и A'.

1.377. Имеются две группы синхронизированных часов K и K', движущихся одна относительно другой со скоростью v, как показано на рис. 1.86. Возьмем за начало отсчета времени момент, когда часы A' окажутся напротив часов A. Изобразить примерное расположение стрелок всех часов в этот момент с «точки зрения» K-часов; K'-часов.

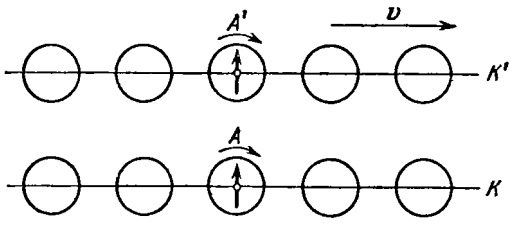


Рис. 1.86

1.378. K'-система отсчета движется в положительном

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

направлении оси x K-системы со скоростью V относительно последней. Пусть в момент совпадения начал координат O и O' показания часов обеих систем в этих точках равны нулю. Найти в K-системе скорость $\dot{x}$ перемещения точки, в которой показания часов обеих систем отсчета будут все время одинаковы. Убедиться, что $\dot{x}<V$.

1.379. В двух точках K-системы отсчета произошли события, разделенные промежутком времени Δt. Показать, что если эти события причинно связаны в K-системе (например, выстрел и попадание пули в мишень), то они причинно связаны и в любой другой инерциальной K'-системе отсчета.

1.380. На диаграмме пространства — времени (рис. 1.87) показаны три события A, B и C, которые произошли на оси x некоторой инерциальной системы отсчета. Найти:

а) промежуток времени между событиями A и B в той системе отсчета, где оба события произошли в одной точке;

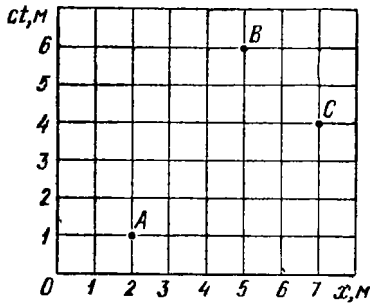


Рис. 1.87

б) расстояние между точками, где произошли события A и C, в той системе отсчета, где они одновременны.

1.381. В плоскости xy K-системы отсчета движется частица, проекции скорости которой равны v_x и v_y. Найти скорость v' этой частицы в K'-системе, которая перемещается со скоростью V отиосительно K-системы в положительном направлении ее оси x.

1.382. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1=0{,}50c$ и $v_2=0{,}75c$ по отношению к лабораторной системе отсчета. Найти:

а) скорость, с которой уменьшается расстояние между частицами в лабораторной системе отсчета;

б) относительную скорость частиц.

1.383. Два стержня одинаковой собственной длины l_0 движутся в продольном направлении навстречу друг другу параллельно общей оси с одной и той же скоростью v относительно лабораторной системы отсчета. Чему равна длина каждого стержня в системе отсчета, связанной с другим стержнем?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.384. Две релятивистские частицы движутся под прямым углом друг к другу в лабораторной системе отсчета, причем одна со скоростью v_1, а другая со скоростью v_2. Найти их относительную скорость.

1.385. Некоторая нестабильная частица движется со скоростью v' в K'-системе отсчета вдоль ее оси y'. K'-система в свою очередь перемещается относительно K-системы со скоростью V в положительном направлении ее оси x. Оси x' и x обеих систем отсчета совпадают, оси y' и y параллельны друг другу. Найти путь, который частица пролетит в K-системе, если ее собственное время жизни равно Δt_0.

1.386. Частица движется в K-системе со скоростью v под углом ϑ к оси x. Найти соответствующий угол в K'-системе, перемещающейся со скоростью V относительно K-системы в положительном направлении ее оси x, если оси x и x' обеих систем совпадают.

1.387. Стержень AB ориентирован параллельно оси x' K'-системы отсчета и движется в этой системе со скоростью v' вдоль ее оси y'. K'-система в свою очередь движется со скоростью V относительно K-системы, как показано на рис. 1.88. Найти угол ϑ между стержнем и осью x в K-системе.

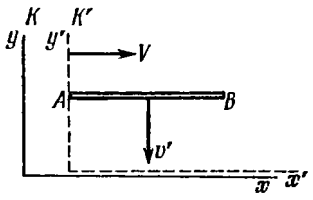


Рис. 1.88

1.388. K'-система перемещается с постоянной скоростью $\mathbf{V}$ относительно K-системы. Найти ускорение a' частицы в K'-системе, если в K-системе она движется со скоростью v и ускорением a по прямой:

а) в направлении вектора $\mathbf{V}$;

б) перпендикулярно к вектору $\mathbf{V}$.

1.389. Стартовавшая с Земли воображаемая космическая ракета движется с ускорением $a'=10g$, одинаковым в каждой инерциальной системе, мгновенно сопутствующей ракете. Разгон продолжался по земному времени $\tau=1{,}0$ год. Найти, на сколько процентов отличается скорость ракеты от скорости света в конце разгона. Каков путь, пройденный ракетой к этому моменту?

1.390. Используя данные предыдущей задачи, определить время разгона ракеты τ_0 в системе отсчета, связанной с самой ракетой. Иметь в виду, что $\tau_0 = \int_0^{\tau} \sqrt{1-(v/c)^2}\, dt$, где τ — время разгона в системе Земли.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.391. Во сколько раз релятивистская масса частицы, скорость которой отличается от скорости света на 0,010 %, превышает ее массу покоя?

1.392. Плотность покоящегося тела равна ρ_0. Найти скорость системы отсчета относительно данного тела, в которой его плотность будет на $\eta=25$ % больше ρ_0.

1.393. Протон движется с импульсом $p=10{,}0$ ГэВ/c, где c — скорость света. На сколько процентов отличается скорость этого протона от скорости света?

1.394. Найти скорость, при которой релятивистский импульс частицы в $\eta=2$ раза превышает ее ньютоновский импульс.

1.395. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить скорость частицы с массой m от $0{,}60c$ до $0{,}80c$? Сравнить полученный результат со значением, вычисленным по нерелятивистской формуле.

1.396. При какой скорости кинетическая энергия частицы равна ее энергии покоя?

1.397. При каких значениях отношения кинетической энергии частицы к ее энергии покоя относительная погрешность при расчете ее скорости по нерелятивистской формуле не превышает $\eta=0{,}010$?

1.398. Найти зависимость импульса частицы с массой m от ее кинетической энергии. Вычислить импульс протона с кинетической энергией 500 МэВ.

1.399. Найти скорость частицы, кинетическая энергия которой $T=500$ МэВ и импульс $p=865$ МэВ/c, где c — скорость света.

1.400. Пучок релятивистских частиц с кинетической энергией T падает на поглощающую мишень. Сила тока в пучке равна I, заряд и масса каждой частицы — e и m. Найти силу давления пучка на мишень и выделяющуюся в ней мощность.

1.401. Сколько энергии (в расчете на единицу массы) необходимо затратить, чтобы сообщить первоначально покоившемуся космическому кораблю скорость $v=0{,}980c$? Сопротивления нет.

1.402. Частица массы m в момент $t=0$ начинает двигаться под действием постоянной силы $\mathbf{F}$. Найти скорость частицы и пройденный ею путь в зависимости от времени t.

1.403. Частица массы m движется вдоль оси x K-системы отсчета по закону $x=\sqrt{d^2+c^2t^2}$, где d — некоторая постоянная, c — скорость света, t — время. Найти силу, действующую на частицу в этой системе отсчета.

1.404. Исходя из уравнения (1.8е), найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) в каких случаях ускорение частицы совпадает по направлению с действующей на нее силой $\mathbf{F}$;

б) коэффициенты пропорциональности между силой $\mathbf{F}$ и ускорением $\mathbf{a}$, когда $\mathbf{F} \perp \mathbf{v}$ и $\mathbf{F} \parallel \mathbf{v}$, где $\mathbf{v}$ — скорость частицы.

1.405. Релятивистская частица с импульсом p и полной энергией E движется вдоль оси x K-системы отсчета. Показать, что в K'-системе, движущейся с постоянной скоростью V относительно K-системы в положительном направлении ее оси x, импульс и полная энергия данной частицы определяются формулами ($\beta = V/c$)

$$p'_x = (p_x - EV/c^2)/\sqrt{1-\beta^2}, \quad E' = (E - p_x V)/\sqrt{1-\beta^2}.$$

1.406. Энергия фотона в K-системе отсчета равна ε. Воспользовавшись формулами преобразования, приведенными в предыдущей задаче, найти энергию ε' этого фотона в K'-системе, перемещающейся со скоростью V относительно K-системы в направлении движения фотона. При каком значении V энергия $\varepsilon' = \varepsilon/2$?

1.407. Показать, что для частицы величина $E^2 - p^2c^2$ есть инвариант, т. е. имеет одно и то же значение во всех инерциальных системах отсчета. Каково значение этого инварианта?

1.408. Нейтрон с кинетической энергией $T = 2mc^2$, где m — его масса, налетает на другой, покоящийся нейтрон. Найти в системе их центра масс:

а) суммарную кинетическую энергию $\tilde{T}$ нейтронов;

б) импульс $\tilde{p}$ каждого нейтрона.

1.409. Релятивистская частица с массой m и кинетической энергией T налетает на покоящуюся частицу с той же массой. Найти массу и скорость составной частицы, образовавшейся в результате соударения.

1.410. Какова должна быть кинетическая энергия протона, налетающего на другой, покоящийся протон, чтобы их суммарная кинетическая энергия в системе центра масс была такая же, как у двух протонов, движущихся навстречу друг другу с кинетическими энергиями $T = 25{,}0$ ГэВ?

1.411. Неподвижная частица с массой m распадается на три частицы с массами m_1, m_2, m_3. Найти наибольшую полную энергию, которую может иметь, например, частица m_1.

1.412. Релятивистская ракета выбрасывает струю газа с нерелятивистской скоростью $\mathbf{u}$, постоянной относительно ракеты. Найти зависимость скорости v ракеты от ее массы m, если в начальный момент масса ракеты равна m_0.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Часть 2

ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

2.1. Уравнение состояния газа. Процессы

● Уравнение состояния идеального газа:

$$pV=\frac{m}{M}RT, \qquad (2.1а)$$

где M — молярная масса (масса моля).

● Барометрическая формула:

$$p=p_0\exp(-Mgh/RT), \qquad (2.1б)$$

где p_0 — давление на высоте $h=0$.

● Уравнение состояния ваи-дер-ваальсовского газа (для моля):

$$\left(p+\frac{a}{V_M^2}\right)(V_M-b)=RT, \qquad (2.1в)$$

где V_M — молярный объем, занимаемый при данных p и T.

2.1. В сосуде объемом $V=30$ л содержится идеальный газ при температуре 0 °С. После того как часть газа была выпущена наружу, давление в сосуде понизилось на $\Delta p=0{,}78$ атм (без изменения температуры). Найти массу выпущенного газа. Плотность данного газа при нормальных условиях $\rho=1{,}3$ г/л.

2.2. Два одинаковых баллона соединены трубкой с клапаном, пропускающим газ из одного баллона в другой при разности давлений $\Delta p\geqslant 1{,}10$ атм. Сначала в одном баллоне был вакуум, а в другом — идеальный газ при температуре $t_1=27$ °С и давлении $p_1=1{,}00$ атм. Затем оба баллона нагрели до температуры $t_2=107$ °С. Найти давление газа в баллоне, где был вакуум.

2.3. Газ с молярной массой M находится под давлением p между двумя одинаковыми горизонтальными пластинами. Температура газа растет линейно от T_1 у нижней пластины до T_2 у верхней. Объем газа между пластинами равен V. Найти его массу.

2.4. Сосуд объемом $V=20$ л содержит смесь водорода и гелия при температуре $t=20$ °С и давлении $p=2{,}0$ атм.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Масса смеси m=5,0 г. Найти отношение массы водорода к массе гелия в данной смеси.

2.5. В сосуде находится смесь m_1=7,0 г азота и m_2=11 г углекислого газа при температуре T=290 К и давлении p_0=1,0 атм. Найти плотность этой смеси, считая газы идеальными.

2.6. В баллоне объемом V=7,5 л при температуре T=300 К находится смесь идеальных газов: ν_1=0,10 моля кислорода, ν_2=0,20 моля азота и ν_3=0,30 моля углекислого газа. Считая газы идеальными, найти:

а) давление смеси;

б) среднюю молярную массу M данной смеси, которая входит в уравнение ее состояния $pV=(m/M)RT$, где m — масса смеси.

2.7. В вертикальном закрытом с обоих торцов цилиндре находится массивный поршень, по обе стороны которого — по одному молю воздуха. При T=300 К отношение верхнего объема к нижнему η=4,0. При какой температуре это отношение станет η'=3,0? Трение не учитывать.

2.8. Поршневым воздушным насосом откачивают сосуд объемом V. За один цикл (ход поршня) насос захватывает объем ΔV. Через сколько циклов давление в сосуде уменьшится в η раз? Процесс считать изотермическим, газ — идеальным.

2.9. Найти давление воздуха в откачиваемом сосуде как функцию времени откачки t. Объем сосуда V, первоначальное давление p_0. Процесс считать изотермическим и скорость откачки не зависящей от давления и равной C.

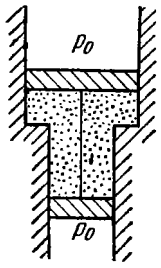


Рис. 2.1

Примечание. Скоростью откачки называют объем газа, откачиваемый за единицу времени, причем этот объем измеряется при давлении газа в данный момент.

2.10. Камеру объемом V=87 л откачивают насосом, скорость откачки которого (см. примечание к предыдущей задаче) C=10 л/с. Через сколько времени давление в камере уменьшится в η=1000 раз?

2.11. В гладкой открытой с обоих концов вертикальной трубе, имеющей два разных сечения (рис. 2.1), находятся два поршня, соединенные нерастяжимой нитью, а между поршнями — один моль идеального газа. Площадь сечения верхнего поршня на ΔS=10 см² больше, чем нижнего. Общая масса поршней m=5,0 кг. Давление наружного

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

воздуха $p_0=1{,}0$ атм. На сколько кельвин надо нагреть газ между поршнями, чтобы они переместились на $l=5{,}0$ см?

2.12. Найти максимально возможную температуру идеального газа в каждом из нижеследующих процессов:

а) $p=p_0-\alpha V^2$; б) $p=p_0 e^{-\beta V}$,

где p_0, α и β — положительные постоянные, V — объем моля газа.

2.13. Определить наименьшее возможное давление идеального газа в процессе, происходящем по закону $T=T_0+\alpha V^2$, где T_0 и α — положительные постоянные, V — объем моля газа. Изобразить примерный график этого процесса в параметрах p, V.

2.14. Высокий цилиндрический сосуд с азотом находится в однородном поле тяжести, ускорение свободного падения в котором равно g. Температура азота меняется по высоте так, что его плотность всюду одинакова. Найти градиент температуры dT/dh.

2.15. Допустим, давление p и плотность ρ воздуха связаны соотношением $p/\rho^n=\text{const}$ независимо от высоты (здесь n — постоянная). Найти соответствующий градиент температуры.

2.16. Пусть на поверхности Земли воздух находится при нормальных условиях. Считая, что температура и молярная масса воздуха не зависят от высоты, найти его давление на высоте 5,0 км над поверхностью Земли и в шахте на глубине 5,0 км.

2.17. Считая, что температура и молярная масса воздуха, а также ускорение свободного падения не зависят от высоты, найти разность высот, на которых плотности воздуха при температуре 0 °С отличаются:

а) в e раз; б) на $\eta=1{,}0$ %.

2.18. Идеальный газ с молярной массой M находится в высоком вертикальном цилиндрическом сосуде, площадь основания которого S и высота h. Температура газа T, его давление на нижнее основание p_0. Считая, что температура и ускорение свободного падения g не зависят от высоты, найти массу газа в сосуде.

2.19. Идеальный газ с молярной массой M находится в очень высоком вертикальном цилиндрическом сосуде в однородном поле тяжести, для которого ускорение свободного падения равно g. Считая температуру газа всюду одинаковой и равной T, найти высоту, на которой находится центр тяжести газа.

2.20. Идеальный газ с молярной массой M находится

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

в однородном поле тяжести, ускорение свободного падения в котором равно g. Найти давление газа как функцию высоты h, если при $h=0$ давление $p=p_0$, а температура изменяется с высотой как

а) $T=T_0(1-ah)$; б) $T=T_0(1+ah)$,

где a — положительная постоянная.

2.21. Горизонтальный цилиндр, закрытый с одного конца, вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через открытый конец цилиндра. Давление воздуха снаружи p_0, температура T, молярная масса воздуха M. Найти давление воздуха как функцию расстояния r от оси вращения. Молярную массу считать не зависящей от r.

2.22. Какому давлению необходимо подвергнуть углекислый газ при температуре $T=300$ К, чтобы его плотность оказалась равной $\rho=500$ г/л? Расчет провести как для идеального газа, так и для ван-дер-ваальсовского.

2.23. Один моль азота находится в объеме $V=1{,}00$ л. Найти:

а) температуру азота, при которой погрешность в давлении, определяемом уравнением состояния идеального газа, составляет $\eta=10$ % (по сравнению с давлением ван-дер-ваальсовского газа);

б) давление газа при этой температуре.

2.24. Один моль некоторого газа находится в сосуде объемом $V=0{,}250$ л. При температуре $T_1=300$ К давление газа $p_1=90$ атм, а при $T_2=350$ К давление $p_2=110$ атм. Найти постоянные Ван-дер-Ваальса для этого газа.

2.2. Первое начало термодинамики. Теплоемкость

● Первое начало термодинамики:

$$Q=\Delta U+A, \tag{2.2а}$$

где ΔU — приращение внутренней энергии системы.

● Работа, совершаемая газом:

$$A=\int p\,dV. \tag{2.2б}$$

● Внутренняя энергия идеального газа:

$$U=\frac{m}{M}C_V T=\frac{m}{M}\frac{RT}{\gamma-1}=\frac{pV}{\gamma-1}. \tag{2.2в}$$

● Молярная теплоемкость газа при политропическом процессе ($pV^n=\text{const}$):

$$C=\frac{R}{\gamma-1}-\frac{R}{n-1}=\frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)}. \tag{2.2г}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● **Внутренняя энергия моля ван-дер-ваальсовского газа:**

$$U = C_V T - a/V_M. \qquad (2.2д)$$

2.25. Показать, что внутренняя энергия U воздуха в комнате не зависит от температуры, если наружное давление p постоянно. Вычислить U, если p равно нормальному атмосферному давлению и объем комнаты $V=40$ м³.

2.26. Два теплоизолированных баллона *1* и *2* наполнены воздухом и соединены короткой трубкой с краном. Известны объемы баллонов, а также давление и температура воздуха в них (V_1, p_1, T_1 и V_2, p_2, T_2). Найти температуру и давление воздуха, которые установятся после открытия крана.

2.27. Газообразный водород, находившийся при нормальных условиях в закрытом сосуде объемом $V=5{,}0$ л, охладили на $\Delta T=55$ К. Найти приращение внутренней энергии газа и количество отданного им тепла.

2.28. Какое количество тепла надо сообщить азоту при изобарическом нагревании, чтобы газ совершил работу $A=2{,}0$ Дж?

2.29. Найти молярную массу газа, если при нагревании $m=0{,}50$ кг этого газа на $\Delta T=10$ К изобарически требуется на $\Delta Q=1{,}48$ кДж тепла больше, чем при изохорическом нагревании.

2.30. Один моль некоторого идеального газа изобарически нагрели на $\Delta T=72$ К, сообщив ему количество тепла $Q=1{,}60$ кДж. Найти приращение его внутренней энергии и величину $\gamma=C_p/C_V$.

2.31. Два моля идеального газа при температуре $T_0=300$ К охладили изохорически, вследствие чего его давление уменьшилось в $n=2{,}0$ раза. Затем газ изобарически расширили так, что в конечном состоянии его температура стала равной первоначальной. Найти количество тепла, поглощенного газом в данном процессе.

2.32. Вычислить γ для газовой смеси, состоящей из $\nu_1=2{,}0$ моля кислорода и $\nu_2=3{,}0$ моля углекислого газа. Газы считать идеальными.

2.33. Вычислить удельные теплоемкости c_V и c_p для газовой смеси, состоящей из 7,0 г азота и 20 г аргона. Газы идеальные.

2.34. В вертикальном цилиндре под невесомым поршнем находится один моль некоторого идеального газа при температуре T. Пространство над поршнем сообщается с атмосферой. Какую работу необходимо совершить, чтобы, медленно поднимая поршень, изотермически увеличить объем газа под ним в n раз? Трения нет.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.35. Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра находится легкоподвижный поршень. Первоначально поршень делит цилиндр на две равные части, каждая объемом V_0, в которых находится идеальный газ одинаковой температуры и под одним и тем же давлением p_0. Какую работу необходимо совершить, чтобы, медленно двигая поршень, изотермически увеличить объем одной части газа в η раз по сравнению с объемом другой части?

2.36. Три моля идеального газа, находившегося при температуре $T_0=273$ К, изотермически расширили в $n=5{,}0$ раз и затем изохорически нагрели так, что его давление стало равным первоначальному. За весь процесс газу сообщили количество тепла $Q=80$ кДж. Найти γ для этого газа.

2.37. Изобразить для идеального газа примерные графики изохорического, изобарического, изотермического и адиабатического процессов на диаграмме:

а) p, T; б) V, T.

2.38. Один моль кислорода, находившегося при температуре $T_0=290$ К, адиабатически сжали так, что его давление возросло в $\eta=10{,}0$ раз. Найти:

а) температуру газа после сжатия;

б) работу, которая была совершена над газом.

2.39. Некоторую массу азота сжали в $\eta=5{,}0$ раз (по объему) один раз адиабатически, другой раз изотермически. Начальное состояние газа в обоих случаях одинаково. Найти отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие.

2.40. Внутри закрытого теплоизолированного цилиндра с идеальным газом находится легкоподвижный теплопроводящий поршень. При равновесии поршень делит цилиндр на две равные части и температура газа равна T_0. Поршень начали медленно перемещать. Найти температуру газа как функцию отношения η объема большей части к объему меньшей части. Показатель адиабаты газа γ.

2.41. Определить скорость v истечения гелия из теплоизолированного сосуда в вакуум через малое отверстие. Считать, что при этом условии скорость потока газа в сосуде пренебрежимо мала. Температура гелия в сосуде $T=1000$ К.

2.42. Объем моля идеального газа с показателем адиабаты γ изменяют по закону $V=a/T$, где a — постоянная. Найти количество тепла, полученное газом в этом процессе, если его температура испытала приращение ΔT.

2.43. Показать, что процесс, при котором работа идеального газа пропорциональна соответствующему приращению его внутренней энергии, описывается уравнением $pV^n=$ $=\text{const}$, где n — постоянная.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.44. Найти молярную теплоемкость идеального газа при политропическом процессе $pV^n=\text{const}$, если показатель адиабаты газа равен γ. При каких значениях показателя политропы n теплоемкость газа будет отрицательной?

2.45. При некотором политропическом процессе объем аргона был увеличен в $\alpha=4{,}0$ раза. Давление при этом уменьшилось в $\beta=8{,}0$ раз. Найти молярную теплоемкость аргона в этом процессе, считая газ идеальным.

2.46. Один моль аргона расширили по политропе с показателем $n=1{,}50$. При этом температура газа испытала приращение $\Delta T=-26$ К. Найти:

а) количество полученного газом тепла;

б) работу, совершенную газом.

2.47. Идеальный газ с показателем адиабаты γ расширили по закону $p=\alpha V$, где α — постоянная. Первоначальный объем газа V_0. В результате расширения объем увеличился в η раз. Найти:

а) приращение внутренней энергии газа;

б) работу, совершенную газом;

в) молярную теплоемкость газа в этом процессе.

2.48. Идеальный газ, показатель адиабаты которого γ, расширяют так, что сообщаемое газу тепло равно убыли его внутренней энергии. Найти:

а) молярную теплоемкость газа в этом процессе;

б) уравнение процесса в параметрах T, V.

2.49. Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ совершает процесс, при котором его давление $p \backsim T^\alpha$, где α — постоянная. Найти:

а) работу, которую произведет газ, если его температура испытает приращение ΔT;

б) молярную теплоемкость газа в этом процессе; при каком значении α теплоемкость будет отрицательной?

2.50. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает процесс, при котором его внутренняя энергия $U \backsim V^\alpha$, где α — постоянная. Найти:

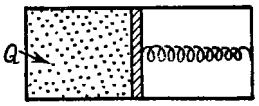


Рис. 2.2

а) работу, которую произведет газ, чтобы внутренняя энергия испытала приращение ΔU;

б) молярную теплоемкость газа в этом процессе.

2.51. Один моль идеального газа с известным значением C_V находится в левой половине цилиндра (рис. 2.2). Справа от поршня вакуум. В отсутствие газа поршень находится вплотную к левому торцу цилиндра, и пружина в этом положении не деформирована. Боковые стенки цилиндра и

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

поршень — адиабатные. Трения нет. Газ нагревают через левый торец цилиндра. Найти теплоемкость газа в этих условиях.

2.52. Имеется идеальный газ, молярная теплоемкость C_V которого известна. Найти молярную теплоемкость этого газа как функцию его объема V, если газ совершает процесс по закону:

а) $T=T_0\,e^{\alpha V}$; б) $p=p_0\,e^{\alpha V}$, где T_0, p_0 и α — постоянные.

2.53. Один моль идеального газа, теплоемкость которого при постоянном давлении C_p, совершает процесс по закону $p=p_0+\alpha/V$, где p_0 и α — постоянные. Найти:

а) теплоемкость газа как функцию его объема V;

б) сообщенное газу тепло при его расширении от V_1 до V_2.

2.54. То же, что в предыдущей задаче, но газ совершает процесс по закону $T=T_0+\alpha V$.

2.55. Найти уравнение процесса (в переменных T, V), при котором молярная теплоемкость идеального газа изменяется по закону:

а) $C=C_V+\alpha T$; б) $C=C_V+\beta V$; в) $C=C_V+ap$. Здесь α, β и a — постоянные.

2.56. Имеется идеальный газ с показателем адиабаты γ. Его молярная теплоемкость при некотором процессе изменяется по закону $C=a/T$, где α — постоянная. Найти:

а) работу, совершенную одним молем газа при его нагревании от T_0 до температуры в η раз большей;

б) уравнение процесса в параметрах p, V.

2.57. Найти работу, совершаемую одним молем ван-дер-ваальсовского газа при изотермическом расширении его от объема V_1 до V_2 при температуре T.

2.58. Один моль кислорода расширили от объема $V_1=1{,}00$ л до $V_2=5{,}0$ л при постоянной температуре $T=280$ К. Вычислить количество поглощенного газом тепла. Газ считать ван-дер-ваальсовским.

2.59. Найти для ван-дер-ваальсовского газа уравнение адиабаты в переменных T, V, если его теплоемкость при постоянном объеме равна C_V.

2.60. Определить для ван-дер-ваальсовского газа разность молярных теплоемкостей C_p-C_V.

2.61. Два теплоизолированных баллона соединены между собой трубкой с краном. В одном баллоне объемом $V_1=10$ л находится $\nu=2{,}5$ моля углекислого газа. Второй баллон объемом $V_2=100$ л откачан до высокого вакуума. Кран открыли, и газ расширился. Считая газ ван-дер-ваальсовским, найти приращение его температуры.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.62. Какое количество тепла надо сообщить $\nu=3{,}0$ молям углекислого газа, чтобы при расширении в вакуум от объема $V_1=5{,}0$ л до $V_2=10$ л температура его не изменилась? Газ считать ван-дер-ваальсовским.

2.63. Прохождение газа через пористую перегородку в теплоизолированной трубе сопровождается расширением и изменением температуры газа (эффект Джоуля — Томсона). Если до расширения газ считать ван-дер-ваальсовским, а после расширения — идеальным, то соответствующее приращение температуры газа

$$T_2-T_1=\frac{1}{C_p}\left(\frac{RT_1b}{V_1-b}-\frac{2a}{V_1}\right).$$

Получить эту формулу, применив первое начало термодинамики к молю газа, проходящему через перегородку. Процесс считать адиабатическим.

2.64. Воспользовавшись формулой из предыдущей задачи, найти значения T_1 водорода с начальным молярным объемом $V_1=0{,}160$ л/моль, при которых эффект Джоуля — Томсона будет положительным (т. е. $T_2<T_1$).

2.65. Найти с помощью формулы из задачи 2.63 приращение ΔT температуры газа, если в начальном состоянии при $T_1=300$ К его молярный объем $V_1=0{,}100$ л/моль, а затем в процессе Джоуля — Томсона газ сильно расширили. Расчет провести:

а) для водорода; б) для азота.

2.3. Молекулярно-кинетическая теория. Распределения Максвелла и Больцмана

● Число ударов молекул газа о единицу поверхности стенки за единицу времени:

$$\nu=(1/4)\,n\langle v\rangle, \tag{2.3а}$$

где n — концентрация молекул, $\langle v\rangle$ — их средняя скорость.

● Уравнение состояния идеального газа:

$$p=nkT. \tag{2.3б}$$

● Средняя энергия молекул:

$$\langle\varepsilon\rangle=(i/2)\,kT, \tag{2.3в}$$

где $i=n_{\text{пост}}+n_{\text{вр}}+2n_{\text{кол}}$.

● Функции распределения Максвелла:

$$\varphi(v_x)=(m/2\pi kT)^{1/2}\exp\left(-mv_x^2/2kT\right), \tag{2.3г}$$

$$f(v)=(m/2\pi kT)^{3/2}\exp\left(-mv^2/2kT\right), \tag{2.3д}$$

$$F(v)=4\pi(m/2\pi kT)^{3/2}v^2\exp\left(-mv^2/2kT\right). \tag{2.3е}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Наиболее вероятная, средняя и средняя квадратичная скорости молекул:

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{2kT/m},$$
$$\langle v \rangle = \sqrt{(8/\pi)\, kT/m}, \qquad (2.3\text{ж})$$
$$v_{\text{кв}} = \sqrt{3kT/m}.$$

● Распределение Больцмана:

$$n = n_0 \exp(-U/kT), \qquad (2.3\text{з})$$

где U — потенциальная энергия молекулы.

2.66. Современные вакуумные насосы позволяют получать давления до $p = 4 \cdot 10^{-10}$ Па (при комнатной температуре). Найти число молекул газа в 1 см³ и среднее расстояние между ними при этом давлении.

2.67. В сосуде объемом $V = 5{,}0$ л находится азот массы $m = 1{,}40$ г при температуре $T = 1800$ К. Найти давление газа, если при этой температуре $\eta = 30$ % молекул диссоциировано на атомы.

2.68. Плотность смеси гелия и азота при нормальных условиях $\rho = 0{,}60$ г/л. Найти концентрацию атомов гелия в смеси.

2.69. Пусть идеальный газ нагрет до температуры, при которой у молекул возбуждены все степени свободы (поступательные, вращательные и колебательные). Найти молярную теплоемкость такого газа при изохорическом процессе, а также показатель адиабаты γ, если газ состоит из N-атомных молекул:

а) линейных; б) нелинейных.

2.70. Идеальный газ из N-атомных молекул расширяют изобарически. Считая, что у молекул возбуждены все степени свободы (поступательные, вращательные и колебательные), найти, какая доля теплоты, сообщаемой газу в этом процессе, расходуется на работу расширения.

2.71. Найти число атомов в молекуле газа, у которого при «замораживании» колебательных степеней свободы постоянная γ увеличивается в $\eta = 1{,}20$ раза.

2.72. Найти молярную массу и число степеней свободы молекул идеального газа, если известны его удельные теплоемкости: $c_V = 0{,}65$ Дж/(г·К) и $c_p = 0{,}91$ Дж/(г·К).

2.73. Найти число степеней свободы молекул идеального газа, молярная теплоемкость которого

а) при постоянном давлении $C_p = 29$ Дж/(моль·К);

б) в процессе $pT = \text{const}$ равна $C = 29$ Дж/(моль·К).

2.74. Вычислить показатель адиабаты γ для смеси,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

состоящей из ν_1 молей одноатомного газа и ν_2 молей двухатомного газа из жестких молекул.

2.75. Молекулы идеального газа, у которого $\gamma=1{,}40$ и давление $p=100$ кПа, имеют среднюю энергию $\langle\varepsilon\rangle=2{,}5\times\times10^{-20}$ Дж. Найти число молекул в единице объема.

2.76. Сосуд с газом из жестких двухатомных молекул движется со скоростью $v=20$ м/с. Молярная масса газа $M=32$ г/моль. Найти приращение температуры газа после внезапной остановки сосуда.

2.77. Вычислить при температуре $t=17$ °С:

а) среднюю квадратичную скорость и среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы кислорода;

б) среднюю квадратичную скорость капельки воды диаметра $d=0{,}10$ мкм, взвешенной в воздухе.

2.78. Во сколько раз надо расширить адиабатически газ, состоящий из жестких двухатомных молекул, чтобы их средняя квадратичная скорость уменьшилась в $\eta=1{,}50$ раза?

2.79. Азот массы $m=15$ г находится в закрытом сосуде при температуре $T=300$ К. Какое количество тепла необходимо сообщить азоту, чтобы средняя квадратичная скорость его молекул возросла в $\eta=2{,}0$ раза?

2.80. Газ, состоящий из жестких двухатомных молекул, находится при температуре $T=300$ К. Вычислить среднюю квадратичную угловую скорость вращения молекулы, если ее момент инерции $I=2{,}1\cdot10^{-39}$ г·см^2.

2.81. Газ из жестких двухатомных молекул, находившийся при нормальных условиях, адиабатически сжали в $\eta=5{,}0$ раз по объему. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекулы в конечном состоянии.

2.82. Во сколько раз изменится число ударов жестких двухатомных молекул газа о поверхность стенки в единицу времени, если газ адиабатически расширить в η раз?

2.83. Объем газа, состоящего из жестких двухатомных молекул, увеличили в $\eta=2{,}0$ раза по политропе с молярной теплоемкостью $C=R$. Во сколько раз изменилась при этом частота ударов молекул о стенку сосуда?

2.84. Газ из жестких двухатомных молекул расширили политропически так, что частота ударов молекул о стенку сосуда не изменилась. Найти молярную теплоемкость газа в этом процессе.

2.85. Функция распределения вероятностей значений некоторой величины x имеет вид $f=Ax$ при $0\leqslant x\leqslant a$. Вне

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

этого интервала $f=0$. Здесь A и a — постоянные. Считая, что a задано, найти:

а) значение функции f при $x=a$;

б) средние значения x и x^2.

2.86. Распределение вероятностей значений некоторой величины x описывается функцией $f=Ax(a-x)$ при $0<x<a$. Вне этого интервала $f=0$. Здесь A и a — постоянные. Считая, что a задано, найти:

а) наиболее вероятное значение x и соответствующее значение функции f;

б) средние значения x и x^2.

2.87. Найти для газообразного азота при $T=300$ К отношение числа молекул с компонентами скорости вдоль оси x в интервале $300\pm0{,}31$ м/с к числу молекул с компонентами скорости вдоль той же оси в интервале $500\pm0{,}51$ м/с.

2.88. Найти вероятность того, что при $T=300$ К молекулы азота имеют компоненты скорости вдоль осей x, y, z соответственно в интервале $300\pm0{,}30$; $400\pm0{,}40$ и $500\pm\pm0{,}50$ м/с.

2.89. Определить относительное число молекул, компоненты скорости которых вдоль оси x находятся в интервале $(v_x,\ v_x+\delta v_x)$, а модули перпендикулярной составляющей скорости — в интервале $(v_\perp,\ v_\perp+\delta v_\perp)$. Масса каждой молекулы m, температура газа T.

2.90. Газ, состоящий из молекул массы m, находится при температуре T. Найти относительное число молекул, у которых модули составляющих скорости, перпендикулярных к некоторому направлению, лежат в интервале $(v_\perp,\ v_\perp+\delta v_\perp)$.

2.91. Получить с помощью (2.3е) функцию распределения Максвелла в «приведенном» виде $F(u)$, где $u=v/v_{\text{вер}}$, $v_{\text{вер}}$ — наиболее вероятная скорость.

2.92. Вычислить наиболее вероятную, среднюю и среднюю квадратичную скорости молекул газа, у которого при нормальном атмосферном давлении плотность $\rho=1{,}00$ г/л.

2.93. Найти относительное число молекул газа, скорости которых отличаются не более чем на $\delta\eta=1{,}00$ % от значения:

а) наиболее вероятной скорости;

б) средней квадратичной скорости.

2.94. Определить температуру газа, для которой:

а) средняя квадратичная скорость молекул водорода больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta v=400$ м/с;

б) фуикция распределения молекул кислорода по скоростям $F(v)$ будет иметь максимум при скорости $v=420$ м/с.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.95. Найти температуру газообразного азота, при которой скоростям молекул $v_1=300$ м/с и $v_2=600$ м/с соответствуют одинаковые значения функции распределения $F(v)$.

2.96. Определить скорость v молекул азота, при которой значение функции $F(v)$ для температуры T_0 будет таким же, как и для температуры, в η раз большей.

2.97. При какой температуре газа, состоящего из смеси азота и кислорода, наиболее вероятные скорости молекул азота и кислорода будут отличаться друг от друга на $\Delta v=30$ м/с?

2.98. Смесь водорода и гелия находится при температуре $T=300$ К. При каком значении скорости v молекул значения функции $F(v)$ будут одинаковыми для обоих газов?

2.99. Газ состоит из молекул, масса каждой из которых равна m. При какой температуре этого газа число молекул со скоростями в заданном малом интервале $(v, v+\delta v)$ будет максимально? Найти наиболее вероятную скорость молекул, соответствующую такой температуре.

2.100. Вычислить среднюю проекцию скорости $\langle v_x\rangle$ и $\langle|v_x|\rangle$, если масса каждой молекулы m и температура газа T.

2.101. Найти $\langle v_x^2\rangle$ — среднее значение квадрата проекции v_x скорости молекул газа при температуре T. Масса каждой молекулы равна m.

2.102. Вычислить с помощью функции $\varphi(v_x)$ число ν молекул газа, падающих в единицу времени на единичную площадку, если концентрация молекул n, температура газа T и масса каждой молекулы m.

2.103. Определить с помощью функции $\varphi(v_x)$ давление газа на стенку, если температура газа T и концентрация молекул n.

2.104. Найти $\langle 1/v\rangle$ — среднее значение обратной скорости молекул идеального газа при температуре T, если масса каждой молекулы равна m. Сравнить полученную величину с обратной величиной средней скорости.

2.105. Газ состоит из молекул массы m и находится при температуре T. Найти с помощью функции $F(v)$:

а) функцию распределения молекул по кинетическим энергиям $f(\varepsilon)$; изобразить примерный график $f(\varepsilon)$;

б) наиболее вероятное значение кинетической энергии $\varepsilon_{\text{вер}}$; соответствует ли $\varepsilon_{\text{вер}}$ наиболее вероятной скорости?

2.106. Какая часть одноатомных молекул газа, находящегося в тепловом равновесии, имеет кинетическую энергию, отличающуюся от ее среднего значения не более чем на $\delta\eta=1{,}0$ %?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.107. Распределение молекул по скоростям в пучке, выходящем из небольшого отверстия в сосуде, описывается функцией $F_1(v)=Av^3\exp(-mv^2/2kT)$, где T — температура газа внутри сосуда. Найти наиболее вероятные значения:

а) скорости молекул в пучке; сравнить полученную величину с наиболее вероятной скоростью молекул в самом сосуде;

б) кинетической энергии молекул в пучке.

2.108. Идеальный газ, состоящий из молекул массы m с концентрацией n, имеет температуру T. Найти с помощью распределения Максвелла число молекул, падающих в единицу времени на единицу поверхности стенки под углами ϑ, $\vartheta+d\vartheta$ к ее нормали.

2.109. Исходя из условий предыдущей задачи, найти число молекул, падающих в единицу времени на единицу поверхности стенки со скоростями в интервале $(v, v+dv)$.

2.110. Найти силу, действующую на частицу со стороны однородного поля, если концентрации этих частиц на двух уровнях, отстоящих друг от друга на расстоянии $\Delta h=3{,}0$ см (вдоль поля), отличаются в $\eta=2{,}0$ раза. Температура системы $T=280$ К.

2.111. При наблюдении в микроскоп взвешенных частиц гуммигута обнаружено, что среднее число их в слоях, расстояние между которыми $h=40$ мкм, отличается друг от друга в $\eta=2{,}0$ раза. Температура среды $T=290$ К. Диаметр частиц $d=0{,}40$ мкм и их плотность на $\Delta\rho=0{,}20$ г/см^3 больше плотности окружающей жидкости. Найти по этим данным постоянную Авогадро.

2.112. Пусть η_0 — отношение концентрации молекул водорода к концентрации молекул азота вблизи поверхности Земли, а η — соответствующее отношение на высоте $h=3000$ м. Найти отношение η/η_0 при $T=280$ К, полагая, что температура и ускорение свободного падения не зависят от высоты.

2.113. В длинном вертикальном сосуде находится газ, состоящий из двух сортов молекул с массами m_1 и m_2, причем $m_2>m_1$. Концентрации этих молекул у дна сосуда равны соответственно n_1 и n_2, причем $n_2>n_1$. Считая, что по всей высоте поддерживается одна и та же температура T и ускорение свободного падения равно g, найти высоту h, на которой концентрации этих сортов молекул будут одинаковы.

2.114. В очень высоком вертикальном цилиндрическом сосуде находится углекислый газ при некоторой температуре T. Считая поле тяжести однородным, найти, как изме-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

нится давление газа на дно сосуда, если температуру газа увеличить в η раз.

2.115. Азот находится в очень высоком сосуде в однородном поле тяжести при температуре T. Температуру увеличили в η раз. На какой высоте h концентрация молекул осталась прежней?

2.116. Газ находится в очень высоком цилиндрическом сосуде при температуре T. Считая поле тяжести однородным, найти среднее значение потенциальной энергии молекул газа. Как зависит эта величина от того, состоит ли газ из одного сорта молекул или из нескольких сортов?

2.117. Закрытую с обоих торцов горизонтальную трубку длины $l=100$ см перемещают с постоянным ускорением a, направленным вдоль ее оси. Внутри трубки находится аргон при температуре $T=330$ К. При каком значении a концентрации аргона вблизи торцов трубки будут отличаться друг от друга на $\eta=1{,}0$ %?

2.118. Найти массу моля коллоидных частиц, если при вращении центрифуги с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси концентрация этих частиц на расстоянии r_2 от оси вращения в η раз больше, чем на расстоянии r_1 (в одной горизонтальной плоскости). Плотности частиц и растворителя равны соответственно ρ и ρ_0.

2.119. Горизонтально расположенную трубку с закрытыми торцами вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через один из ее торцов. В трубке находится углекислый газ при температуре $T=300$ К. Длина трубки $l=100$ см. Найти значение ω, при котором отношение концентраций молекул у противоположных торцов трубки $\eta=2{,}0$.

2.120. Потенциальная энергия молекул газа в некотором центральном поле зависит от расстояния r до центра поля как $U(r)=ar^2$, где a — положительная постоянная. Температура газа T, концентрация молекул в центре поля n_0. Найти:

а) число молекул, находящихся в интервале расстояний $(r, r+dr)$;

б) наиболее вероятное расстояние молекул от центра поля;

в) относительное число всех молекул в слое $(r, r+dr)$;

г) во сколько раз изменится концентрация молекул в центре поля при уменьшении температуры в η раз.

2.121. Исходя из условий предыдущей задачи, найти:

а) число молекул с потенциальной энергией $(U, U+dU)$;

б) наиболее вероятное значение потенциальной энергии.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.4. Второе начало термодинамики. Энтропия

● К.п.д. тепловой машины:

$$\eta = A/Q_1 = 1 - Q_2'/Q_1, \qquad (2.4а)$$

где Q_1 — тепло, получаемое рабочим телом, Q_2' — отдаваемое тепло.

● К.п.д. цикла Карно:

$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1, \qquad (2.4б)$$

где T_1 и T_2 — температуры нагревателя и холодильника.

● Неравенство Клаузиуса:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leqslant 0, \qquad (2.4в)$$

где δQ — элемеитарное тепло, полученное системой.

● Приращение энтропии системы:

$$\Delta S \geqslant \int \frac{\delta Q}{T}. \qquad (2.4г)$$

● Основное уравнение термодинамики для обратимых процессов:

$$T\,dS = dU + p\,dV. \qquad (2.4д)$$

● Свободная энергия:

$$F = U - TS, \quad A_T = -\Delta F. \qquad (2.4е)$$

● Связь между энтропией и статистическим весом Ω (термодинамической вероятностью):

$$S = k \ln \Omega, \qquad (2.4ж)$$

где k — постоянная Больцмана.

2.122. У тепловой машины, работающей по циклу Карно, температура нагревателя в $n=1{,}60$ раза больше температуры холодильника. За один цикл машина производит работу $A=12{,}0$ кДж. Какая работа за цикл затрачивается на изотермическое сжатие рабочего вещества?

2.123. В каком случае к. п. д. цикла Карно повысится больше: при увеличении температуры нагревателя на ΔT или при уменьшении температуры холодильника на такую же величину?

2.124. Водород совершает цикл Карно. Найти к. п. д. цикла, если при адиабатическом расширении:

а) объем газа увеличивается в $n=2{,}0$ раза;

б) давление уменьшается в $n=2{,}0$ раза.

2.125. Холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, должна поддерживать в своей камере температуру -10 °С при температуре окружающей среды 20 °С. Какую работу надо совершить над рабочим веществом машины, чтобы отвести от ее камеры $Q_2=140$ кДж тепла?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.126. Тепловую машину, работавшую по циклу Карно с к. п. д. $\eta=10$ %, используют при тех же тепловых резервуарах как холодильную машину. Найти ее холодильный коэффициент ε.

2.127. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из чередующихся изотерм и адиабат (рис. 2.3). Температуры, при которых происходят изотермические процессы, равны T_1, T_2 и T_3. Найти к. п. д. такого цикла, если при каждом изотермическом расширении объем газа увеличивается в одно и то же число раз.

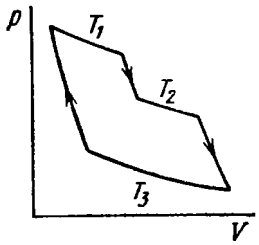


Рис. 2.3

2.128. Найти к. п. д. цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если в пределах цикла объем идеального газа изменяется в $n=10$ раз. Рабочим веществом является азот.

2.129. Найти к. п. д. цикла, состоящего из двух изобар и двух адиабат, если в пределах цикла давление изменяется в n раз. Рабочее вещество — идеальный газ с показателем адиабаты γ.

2.130. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти к. п. д. такого цикла, если температура T газа возрастает в n раз как при изохорическом нагреве, так и при изобарическом расширении.

2.131. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из:

а) изохоры, адиабаты и изотермы;

б) изобары, адиабаты и изотермы,

причем изотермический процесс происходит при *минимальной* температуре цикла. Найти к. п. д. каждого цикла, если температура T в его пределах изменяется в n раз.

2.132. То же, что в предыдущей задаче, только изотермический процесс происходит при *максимальной* температуре цикла.

2.133. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из изотермы, политропы и адиабаты, причем изотермический процесс происходит при *максимальной* температуре цикла. Найти к. п. д. такого цикла, если температура T в его пределах изменяется в n раз.

2.134. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает прямой цикл, состоящий из адиабаты, изобары и изохоры. Найти к. п. д. цикла, если при адиабатическом процессе объем идеального газа:

а) увеличивается в n раз; б) уменьшается в n раз.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.135. Воспользовавшись неравенством Клаузиуса, показать, что к. п. д. всех циклов, у которых одинакова максимальная температура $T_{макс}$ и одинакова минимальная температура $T_{мин}$, меньше, чем у цикла Карно при $T_{макс}$ и $T_{мин}$.

2.136. Какую максимальную работу может произвести тепловая машина, если в качестве нагревателя используется кусок железа массы $m=100$ кг с начальной температурой $T_{10}=1500$ К, а в качестве холодильника — вода океана с температурой $T_2=285$ К?

2.137. Найти (в расчете на один моль) приращение энтропии углекислого газа при увеличении его термодинамической температуры в $n=2{,}0$ раза, если процесс нагревания:

а) изохорический; б) изобарический.

Газ считать идеальным.

2.138. Во сколько раз следует увеличить изотермически объем идеального газа в количестве $\nu=4{,}0$ моля, чтобы его энтропия испытала приращение $\Delta S=23$ Дж/К?

2.139. Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равна первоначальной. Найти приращение энтропии газа, если его давление в данном процессе изменилось в $n=3{,}3$ раза.

2.140. Гелий массы $m=1{,}7$ г адиабатически расширили в $n=3{,}0$ раза и затем изобарически сжали до первоначального объема. Найти приращение энтропии газа в этом процессе.

2.141. Найти приращение энтропии двух молей идеального газа с показателем адиабаты $\gamma=1{,}30$, если в результате некоторого процесса объем газа увеличился в $\alpha=2{,}0$ раза, а давление уменьшилось в $\beta=3{,}0$ раза.

2.142. В сосудах *1* и *2* находится по $\nu=1{,}2$ моля газообразного гелия. Отношение объемов сосудов $V_2/V_1=\alpha=2{,}0$, а отношение абсолютных температур гелия в них $T_1/T_2=\beta=1{,}5$. Считая газ идеальным, найти разность энтропий гелия в этих сосудах (S_2-S_1).

2.143. Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ совершает политропический процесс, в результате которого абсолютная температура газа увеличивается в τ раз. Показатель политропы n. Найти приращение энтропии газа в данном процессе.

2.144. Процесс расширения двух молей аргона происходит так, что давление газа увеличивается прямо пропорционально его объему. Найти приращение энтропии газа при увеличении его объема в $\alpha=2{,}0$ раза.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.145. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает процесс по закону $p=p_0-\alpha V$, где p_0 и α — положительные постоянные, V — объем. При каком значении объема энтропия газа окажется максимальной?

2.146. Один моль идеального газа совершает процесс, при котором энтропия газа изменяется с температурой T по закону $S=aT+C_V \ln T$, где a — положительная постоянная, C_V — молярная теплоемкость данного газа при постоянном объеме. Найти, как зависит температура газа от его объема в этом процессе, если при $V=V_0$ температура $T=T_0$.

2.147. Найти приращение энтропии одного моля ван-дер-ваальсовского газа при изотермическом изменении его объема от V_1 до V_2.

2.148. Один моль ван-дер-ваальсовского газа, имевший объем V_1 и температуру T_1, переведен в состояние с объемом V_2 и температурой T_2. Найти соответствующее приращение энтропии газа, считая его молярную теплоемкость C_V известной.

2.149. При очень низких температурах теплоемкость кристаллов $C=aT^3$, где a — постоянная. Найти энтропию кристалла как функцию температуры в этой области.

2.150. Найти приращение энтропии алюминиевого бруска массы $m=3{,}0$ кг при нагревании его от $T_1=300$ К до $T_2=600$ К, если в этом интервале температур теплоемкость алюминия $c=a+bT$, где $a=0{,}77$ Дж/(г·К), $b=0{,}46$ мДж/(г·К^2).

2.151. В некотором процессе температура вещества зависит от его энтропии S по закону $T \backsim S^n$, где n — постоянная. Найти соответствующую теплоемкость C вещества как функцию S.

2.152. Найти температуру T как функцию энтропии S вещества для политропического процесса, при котором теплоемкость вещества равна C. Известно, что при температуре T_0 энтропия равна S_0.

2.153. Один моль идеального газа с известным значением теплоемкости C_V совершает процесс, при котором его энтропия S зависит от температуры T как $S=\alpha/T$, где α — постоянная. Температура газа изменилась от T_1 до T_2. Найти:

а) молярную теплоемкость газа как функцию T;

б) количество тепла, сообщенное газу;

в) работу, которую совершил газ.

2.154. Рабочее вещество совершает цикл, в пределах которого абсолютная температура изменяется в n раз, а сам цикл имеет вид, показанный:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) на рис. 2.4, *а*; б) на рис. 2.4, *б*, где T — температура, S — энтропия. Найти к.п.д. цикла.

2.155. Идеальный газ в количестве $\nu=2{,}2$ моля находится в одном из двух теплоизолированных сосудов, соединенных между собой трубкой с краном. В другом сосуде — вакуум. Кран открыли, и газ заполнил оба сосуда, увеличив свой объем в $n=3{,}0$ раза. Найти приращение энтропии газа.

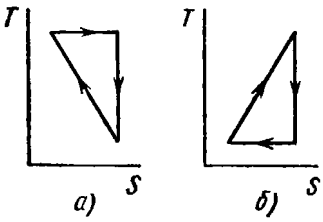


Рис. 2.4

2.156. Теплоизолированный цилиндр разделен невесомым поршнем на две одинаковые части. По одну сторону поршня находится один моль идеального газа с показателем адиабаты γ, а по другую сторону — вакуум. Начальная температура газа T_0. Поршень отпустили, и газ заполнил весь цилиндр. Затем поршень медленно переместили в начальное положение. Найти приращение внутренней энергии и энтропии газа в результате обоих процессов.

2.157. Идеальный газ, находившийся в некотором состоянии, адиабатически расширили до объема V. Одинаково ли будет установившееся давление газа в конечном состоянии, если процесс:

а) обратимый;

б) необратимый?

2.158. Теплоизолированный сосуд разделен перегородкой на две части так, что объем одной из них в $n=2{,}0$ раза больше объема другой. В меньшей части находится $\nu_1=0{,}30$ моля азота, а в большей части $\nu_2=0{,}70$ моля кислорода. Температура газов одинакова. В перегородке открыли отверстие, и газы перемешались. Найти приращение энтропии системы, считая газы идеальными.

2.159. Кусок меди массы $m_1=300$ г при температуре $t_1=97$ °С поместили в калориметр, где находится вода массы $m_2=100$ г при температуре $t_2=7$ °С. Найти приращение энтропии системы к моменту выравнивания температур. Теплоемкость калориметра пренебрежимо мала.

2.160. Два одинаковых теплоизолированных сосуда, соединенные трубкой с краном, содержат по одному молю одного и того же идеального газа. Температура газа в одном сосуде T_1, в другом T_2. Молярная теплоемкость газа C_V известна. После открывания крана газ пришел в новое состояние равновесия. Найти ΔS — приращение энтропии газа. Показать, что $\Delta S>0$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.161. Один моль ван-дер-ваальсовского газа расширили изотермически при температуре T от объема V_1 до V_2. Найти приращение свободной энергии газа.

2.162. Найти энтропию одного моля азота при температуре $T=300$ К, если при обратимом адиабатическом сжатии его в $\eta=5{,}0$ раз приращение свободной энергии $\Delta F=-48{,}5$ кДж. Газ считать идеальным.

2.163. Зная зависимость свободной энергии от температуры и объема $F(T, V)$, показать, что давление $p=-(\partial F/\partial V)_T$ и энтропия $S=-(\partial F/\partial T)_V$.

2.164. N атомов газообразного гелия находятся при комнатной температуре в кубическом сосуде объемом 1,0 см^3. Найти:

а) вероятность того, что все атомы соберутся в одной половине сосуда;

б) примерное числовое значение N, при котором это событие можно ожидать на протяжении $t\approx 10^{10}$ лет (возраст Вселенной).

2.165. Найти статистический вес наиболее вероятного распределения $N=10$ одинаковых молекул по двум одинаковым половинам сосуда. Определить вероятность такого распределения.

2.166. N молекул идеального газа находятся в некотором сосуде. Разделим мысленно сосуд на две одинаковые половины A и B. Найти вероятность того, что в половине A сосуда окажется n молекул. Рассмотреть случаи, когда $N=5$ и $n=0, 1, 2, 3, 4, 5$.

2.167. В сосуде объемом V_0 находится N молекул идеального газа. Найти вероятность того, что в некоторой выделенной части этого сосуда, имеющей объем V, окажется n молекул. Рассмотреть, в частности, случай $V=V_0/2$.

2.168. Идеальный газ находится при нормальных условиях. Найти диаметр сферы, в объеме которой относительная флуктуация числа молекул $\eta=1{,}0\cdot 10^{-3}$. Каково среднее число молекул внутри такой сферы?

2.169. Какое количество тепла необходимо сообщить макроскопической системе, находящейся при температуре $T=290$ К, чтобы при неизменном объеме ее статистический вес увеличился на $\Delta\eta=1{,}0$ %?

2.170. Один моль идеального газа, состоящего из одноатомных молекул, находится в сосуде при температуре $T_0=300$ К. Как и во сколько раз изменится статистический вес этой системы (газа), если ее нагреть изохорически на $\Delta T=1{,}0$ К?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.5. Жидкости. Капиллярные явления

● Добавочное (капиллярное) давление в жидкости под произвольной поверхностью (формула Лапласа):

$$\Delta p=\alpha\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right), \qquad (2.5а)$$

где α — поверхностное натяжение жидкости.

● Приращение свободной энергии поверхностного слоя жидкости:

$$dF=\alpha\, dS, \qquad (2.5б)$$

где dS — приращение площади поверхностного слоя.

● Тепло, необходимое для образования единицы площади поверхностного слоя жидкости при изотермическом увеличении ее поверхности:

$$q=-T\frac{d\alpha}{dT}. \qquad (2.5в)$$

2.171. Найти капиллярное давление:

а) в капельках ртути диаметра $d=1{,}5$ мкм;

б) внутри мыльного пузырька диаметра $d=3{,}0$ мм, если поверхностное натяжение мыльной воды $\alpha=45$ мН/м.

2.172. В дне сосуда со ртутью имеется круглое отверстие диаметра $d=70$ мкм. При какой максимальной толщине слоя ртути она еще не будет вытекать через это отверстие?

2.173. В сосуде с воздухом при давлении p_0 находится мыльный пузырек диаметра d. Давление воздуха изотермически уменьшили в n раз, в результате чего диаметр пузырька увеличился в η раз. Найти поверхностное натяжение мыльной воды.

2.174. На мыльном пузыре радиуса a «сидит» пузырь радиуса b. Имея в виду, что $b<a$, найти радиус кривизны пленки, их разделяющей. Каковы углы между пленками в местах их соприкосновения?

2.175. Найти давление в пузырьке воздуха диаметра $d=4{,}0$ мкм, который находится в воде на глубине $h=5{,}0$ м. Атмосферное давление p_0 нормальное.

2.176. На дне пруда выделился пузырек газа диаметра $d=4{,}0$ мкм. При подъеме этого пузырька к поверхности воды его диаметр увеличился в $n=1{,}1$ раза. Найти глубину пруда в данном месте. Атмосферное давление нормальное, процесс расширения газа считать изотермическим.

2.177. Найти разность уровней ртути в двух сообщающихся вертикальных капиллярах, диаметры которых $d_1=0{,}50$ мм и $d_2=1{,}00$ мм, если краевой угол $\vartheta=138°$.

2.178. Вертикальный капилляр с внутренним диаметром 0,50 мм погрузили в воду так, что длина выступающей над

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

поверхностью воды части капилляра $h=25$ мм. Найти радиус кривизны мениска.

2.179. Стеклянный капилляр длины $l=110$ мм с диаметром внутреннего канала $d=20$ мкм опустили в вертикальном положении в воду. Верхний конец капилляра запаян Наружное давление воздуха нормальное. Какая длина x капилляра должна быть погружена в воду, чтобы уровень воды в капилляре совпадал с поверхностью воды вне его?

2.180. Вертикальный капилляр длины l с запаянным верхним концом привели в соприкосновение с поверхностью жидкости, после чего она поднялась в нем на высоту h. Плотность жидкости ρ, диаметр внутреннего канала капилляра d, краевой угол ϑ, атмосферное давление p_0. Найти поверхностное натяжение жидкости.

2.181. Стеклянный стержень диаметром $d_1=1{,}5$ мм вставили симметрично в стеклянный капилляр с диаметром внутреннего канала $d_2=2{,}0$ мм. Затем всю систему установили вертикально и привели в соприкосновение с поверхностью воды. На какую высоту поднимется вода в таком капилляре?

2.182. Две вертикальные пластинки, погруженные частично в смачивающую жидкость, образуют клин с очень малым углом $\delta\varphi$. Ребро клина вертикально. Плотность жидкости ρ, ее поверхностное натяжение α, краевой угол ϑ. Найти высоту h поднятия жидкости как функцию расстояния x от ребра клина.

2.183. Из круглого отверстия вытекает вертикальная струя воды так, что в одном из горизонтальных сечений ее диаметр $d=2{,}0$ мм, а в другом сечении, расположенном ниже на $l=20$ мм, диаметр струи в $n=1{,}5$ раза меньше. Найти объем воды, вытекающий из отверстия за одну секунду.

2.184. Капля массы m находится на поверхности стола. Высота капли h, плотность жидкости ρ, поверхностное натяжение σ, радиус границы соприкосновения капли с поверхностью стола равен a. Считая, что имеется полное несмачивание, найти радиус кривизны поверхности капли в верхней точке.

2.185. Капля воды равномерно падает в воздухе. Найти разность между радиусом кривизны поверхности капли в ее верхней точке и радиусом кривизны в нижней точке, расстояние между которыми $h=2{,}3$ мм.

2.186. Между двумя горизонтальными стеклянными пластинками находится капля ртути в форме лепешки радиуса R и толщины h. Считая, что $h \ll R$, найти массу m груза, который надо положить на верхнюю пластинку,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

чтобы расстояние между пластинками уменьшилось в n раз. Краевой угол ϑ. Вычислить m, если $R=2{,}0$ см, $h=0{,}38$ мм, $n=2{,}0$ и $\vartheta=135°$.

2.187. Найти силу притяжения двух параллельных стеклянных пластинок, отстоящих друг от друга на расстояние $h=0{,}10$ мм, после того как между ними ввели каплю воды массы $m=70$ мг. Смачивание считать полным.

2.188. Два стеклянных диска радиуса $R=5{,}0$ см смочили водой и сложили вместе так, что толщина слоя воды между дисками $h=1{,}9$ мкм. Считая смачивание полным, найти силу, которую нужно приложить перпендикулярно к плоскости дисков, чтобы оторвать их друг от друга.

2.189. Две вертикальные параллельные друг другу стеклянные пластины частично погружены в воду. Расстояние между пластинами $d=0{,}10$ мм, их ширина $l=12$ см. Считая, что вода между пластинами не доходит до их верхних краев и что смачивание полное, найти силу, с которой они притягиваются друг к другу.

2.190. Найти время исчезновения мыльного пузыря радиуса R, соединенного с атмосферой капилляром, который имеет длину l и радиус канала r. Поверхностное натяжение α, вязкость газа η.

2.191. Вертикальный капилляр привели в соприкосновение с поверхностью воды. Какое количество тепла выделится при поднятии воды по капилляру? Смачивание считать полным, поверхностное натяжение равно α.

2.192. Найти свободную энергию поверхностного слоя:

а) капли ртути диаметра $d=1{,}4$ мм;

б) мыльного пузыря диаметра $d=6{,}0$ мм, если поверхностное натяжение мыльной воды $\alpha=45$ мН/м.

2.193. Вычислить приращение свободной энергии поверхностного слоя при изотермическом слиянии двух одинаковых капель ртути, каждая диаметра $d=1{,}5$ мм.

2.194. Найти работу, которую нужно совершить, чтобы изотермически выдуть мыльный пузырь радиуса R, если давление окружающего воздуха p_0 и поверхностное натяжение мыльной воды α.

2.195. Внутри мыльного пузыря радиуса r находится идеальный газ. Наружное давление p_0, поверхностное натяжение мыльной воды α. Найти разность между молярной теплоемкостью газа при нагреве его внутри пузыря и молярной теплоемкостью этого газа при постоянном давлении, $C-C_p$.

2.196. Рассмотрев цикл Карно для пленки жидкости, показать, что при изотермическом процессе теплота, необхо-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

димая для образования единицы площади поверхностного слоя, $q=-T\cdot d\alpha/dT$, где $d\alpha/dT$ — производная поверхностного натяжения по температуре.

2.197. Площадь мыльной пленки изотермически увеличили на $\Delta\sigma$ при температуре T. Зная поверхностное натяжение мыльной воды α и температурный коэффициент $d\alpha/dT$, найти приращение:

а) энтропии поверхностного слоя пленки;

б) внутренней энергии поверхностного слоя.

2.6. Фазовые превращения

● Соотношения между постоянными Ван-дер-Ваальса и параметрами критического состояния вещества:

$$V_{M\,кр}=3b,\quad p_{кр}=\frac{a}{27b^2},\quad T_{кр}=\frac{8a}{27Rb}. \tag{2.6а}$$

● Связь между критическими параметрами моля вещества:

$$p_{кр}V_{M\,кр}=\frac{3}{8}RT_{кр}. \tag{2.6б}$$

● Уравненне Клапейроиа — Клаузиуса:

$$\frac{dp}{dT}=\frac{q_{12}}{T(V_2'-V_1')}, \tag{2.6в}$$

где q_{12} — удельная теплота, поглощаемая при переходе $1\longrightarrow 2$, V_1' и V_2' — удельные объемы фазы *1* и фазы *2*.

2.198. Насыщенный водяной пар находится при температуре $t=100$ °С в цилиндрическом сосуде под невесомым поршнем. При медленном вдвигании поршня небольшая часть пара массы $\Delta m=0{,}70$ г сконденсировалась. Какая работа была совершена над газом? Пар считать идеальным газом, объемом жидкости пренебречь.

2.199. Вода со своим насыщенным паром находится в сосуде объемом $V=6{,}0$ л при температуре 250 °С и давлении 40 атм. Удельный объем пара при этих условиях $V_п'=50$ л/кг. Масса системы (воды с паром) $m=5{,}0$ кг. Найти массу и объем пара.

2.200. Пространство в цилиндре под поршнем, имеющее объем $V_0=5{,}0$ л, занимает один насыщенный водяной пар, температура которого $t=100$ °С. Найти массу жидкой фазы, образовавшейся в результате изотермического уменьшения объема под поршнем до $V=1{,}6$ л. Насыщенный пар считать идеальным газом.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.201. Некоторую массу вещества, взятого в состоянии насыщенного пара, изотермически сжали в n раз по объему. Найти, какую часть η конечного объема занимает жидкая фаза, если удельные объемы насыщенного пара и жидкой фазы отличаются друг от друга в N раз ($N>n$).

Тот же вопрос, но при условии, что конечный объем вещества соответствует середине горизонтального участка изотермы на диаграмме p, V.

2.202. Вода массы $m=1{,}00$ кг, кипящая при нормальном атмосферном давлении, целиком превратилась в насыщенный пар. Найти приращения энтропии и внутренней энергии этой системы, считая насыщенный пар идеальным газом.

2.203. Вода массы $m=20$ г находится при температуре 0 °С в теплоизолированном цилиндре под невесомым поршнем, площадь которого $S=410$ см². Внешнее давление равно нормальному атмосферному. На какую высоту поднимется поршень, если воде сообщить количество тепла $Q=20{,}0$ кДж?

2.204. В теплоизолированном цилиндре под невесомым поршнем находится один грамм насыщенного водяного пара. Наружное давление нормальное. В цилиндр ввели $m=1{,}0$ г воды при температуре $t_0=22$ °С. Пренебрегая теплоемкостью цилиндра и трением, найти работу, которую произвела сила атмосферного давления при опускании поршня.

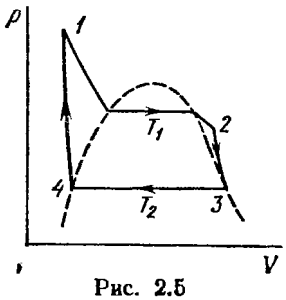


Рис. 2.5

2.205. В тепловой машине, работающей по циклу Карно, рабочим веществом является вода массы $m=1{,}00$ кг, которая испытывает фазовые превращения в пар и обратно. Цикл показан на рис. 2.5, где пунктиром ограничена область двухфазных состояний. Изотермическое расширение *1—2* происходит при температуре $T_1=484$ К, изотермическое сжатие — при $T_2=373$ К. Полная удельная теплота парообразования при температуре 373 К равна $q=2{,}68$ кДж/г. Найти работу, совершаемую рабочим веществом за один цикл.

2.206. Если дополнительное давление Δp насыщенных паров над выпуклой сферической поверхностью жидкости значительно меньше давления пара у плоской поверхности, то $\Delta p=(\rho_п/\rho_ж)2\alpha/r$, где $\rho_п$ и $\rho_ж$ — плотности пара и жидкости, α — поверхностное натяжение, r — радиус кривизны поверхности. Найти с помощью этой формулы диаметр капелек воды, при котором давление насыщенных паров на

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

$\eta=1{,}0$ % превышает давление паров над плоской поверхностью при $t=27$ °С. Пар считать идеальным газом.

2.207. Найти массу всех молекул, вылетающих за одну секунду с одного квадратного сантиметра поверхности воды в находящийся над ней насыщенный водяной пар при $t=100$ °С. Считать, что $\eta=3{,}6$ % всех молекул водяного пара, падающих на поверхность воды, ею задерживаются.

2.208. Найти давление насыщенного пара вольфрама при $T=2000$ К, если известно, что при этой температуре вольфрамовая нить, испаряясь в высоком вакууме, теряет в единицу времени с единицы поверхности массу $\mu=1{,}2\times10^{-13}$ г/(с·см^2).

2.209. На какую величину возросло бы давление воды на стенки сосуда, если бы исчезли силы притяжения между ее молекулами?

2.210. Найти «внутреннее давление» p_i в жидкости, если известны ее плотность ρ и удельная теплота парообразования q. Считать, что теплота q равна работе против сил внутреннего давления и жидкость подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса. Вычислить p_i у воды.

2.211. Показать, что для вещества, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса, в критическом состоянии справедливы соотношения (2.6а) и (2.6б).

У к а з а н и е. Использовать тот факт, что критическому состоянию соответствует точка перегиба на изотерме $p(V)$.

2.212. Вычислить постоянные Ван-дер-Ваальса для углекислого газа, если его критическая температура $T_{кр}=304$ К и критическое давление $p_{кр}=73$ атм.

2.213. Найти удельный объем бензола (C_6H_6) в критическом состоянии, если его критическая температура $T_{кр}=562$ К и критическое давление $p_{кр}=47$ атм.

2.214. Записать уравнение Ван-дер-Ваальса в приведенных параметрах π, ν и τ, приняв за единицы давления, объема и температуры соответствующие критические величины. Используя полученное уравнение, найти, во сколько раз температура газа больше его критической температуры, если давление газа в 12 раз больше критического, а объем газа вдвое меньше критического.

2.215. Зная постоянные Ван-дер-Ваальса, найти:

а) наибольший объем, который может занимать вода массы $m=1{,}00$ кг в жидком состоянии;

б) наибольшее давление насыщенных паров воды.

2.216. Вычислить температуру и плотность углекислого

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

газа в критическом состоянии, считая газ ван-дер-ваальсовским.

2.217. Какую часть объема сосуда должен занимать жидкий эфир при комнатной температуре, чтобы при достижении критической температуры он оказался в критическом состоянии? Для эфира $T_{кр}=467$ К, $p_{кр}=35{,}5$ атм, $M=74$ г/моль.

2.218. Показать, что положение прямой *1—5*, соответствующей изотермически-изобарическому фазовому переходу, таково, что площади *I* и *II*, ограниченные этой прямой и изотермой Ван-дер-Ваальса, равны друг другу (рис. 2.6).

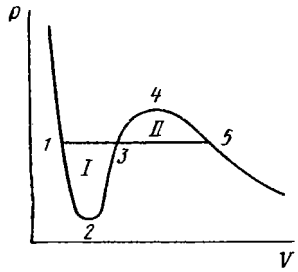


Рис. 2.6

2.219. Какая часть воды, переохлажденной при нормальном давлении до температуры $t=-20$ °С, превратится в лед при переходе системы в равновесное состояние? При какой температуре переохлажденной воды она целиком превратится в лед?

2.220. Найти приращение температуры плавления льда вблизи 0 °С при повышении давления на $\Delta p=1{,}00$ атм, если удельный объем льда на $\Delta V'=0{,}091$ см³/г больше удельного объема воды.

2.221. Найти удельный объем насыщенного водяного пара при нормальном давлении, если известно, что уменьшение давления на $\Delta p=3{,}2$ кПа приводит к уменьшению температуры кипения воды на $\Delta T=0{,}9$ К.

2.222. Определить давление насыщенного водяного пара при температуре 101,1 °С, считая его идеальным газом.

2.223. В закрытом сосуде находится небольшое количество воды и ее насыщенный пар при температуре $t=100$ °С. На сколько процентов увеличится масса насыщенного пара при повышении температуры системы на $\Delta T=1{,}5$ К? Пар считать идеальным газом и удельный объем воды пренебрежимо малым по сравнению с удельным объемом пара.

2.224. Давление p насыщенного пара ртути зависит от температуры T по закону

$$\ln p = -a/T - b \ln T + c,$$

где a, b, c — постоянные. Найти молярную теплоту испарения ртути как функцию температуры $q(T)$.

2.225. Найти давление насыщенного пара как функцию температуры, если при температуре T_0 его давление p_0.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Считать, что: удельная теплота парообразования q не зависит от T, удельный объем жидкости пренебрежимо мал по сравнению с удельным объемом пара, насыщенный пар подчиняется уравнению состояния идеального газа. При каких условиях эти упрощения допустимы?

2.226. Лед, находившийся при нормальных условиях, подвергли сжатию до давления $p=640$ атм. Считая, что понижение температуры плавления льда в даиных условиях линейно зависит от давления, найти, какая часть льда растаяла. Удельный объем воды на $\Delta V'=0{,}09$ см³/г меньше удельного объема льда.

2.227. Вблизи тройной точки давление p насыщенного пара двуокиси углерода зависит от температуры T как $\lg p=a-b/T$, где a и b — постоянные. Если p — в атмосферах, то для процесса сублимации $a=9{,}05$ и $b=1800$ К, а для процесса испарения $a=6{,}78$ и $b=1310$ К. Найти:

а) температуру и давление в тройной точке;

б) значения удельных теплот сублимации, испарения и плавления вблизи тройной точки.

2.228. Воду массы $m=1{,}00$ кг нагрели от температуры $t_1=10$ °С до $t_2=100$ °С, при которой она вся превратилась в пар. Найти приращение энтропии системы.

2.229. Лед с начальной температурой $t_1=0$ °С в результате нагревания превратили сначала в воду, а затем в пар при температуре $t_2=100$ °С. Найти приращение удельной энтропии системы.

2.230. Кусок меди массы $m=90$ г при температуре $t_1=-90$ °С положили в калориметр, в котором находился лед массы 50 г при температуре —3 °С. Найти приращение энтропии куска меди к моменту установления теплового равновесия.

2.231. Кусок льда массы $m_1=100$ г при температуре $t_1=0$ °С поместили в калориметр, в котором находилась вода массы $m_2=100$ г при температуре t_2. Пренебрегая теплоемкостью калориметра, найти приращение энтропии системы к моменту установления теплового равновесия. Рассмотреть два случая:

а) $t_2=60$ °С; б) $t_2=94$ °С.

2.232. В калориметр, наполненный большим количеством льда при температуре $t_1=0$ °С, вылили $m=5{,}0$ г расплавленного свинца, находившегося при температуре плавления $t_2=327$ °С. Найти приращение энтропии системы свинец — лед к моменту установления теплового равновесия. Удельная теплота плавления свинца $q=22{,}5$ Дж/г, его удельная теплоемкость $c=0{,}125$ Дж/(г·К).

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.233. Водяной пар, заполняющий пространство под поршнем в цилиндре, сжимают (или расширяют) так, что он все время остается насыщенным, находясь на грани конденсации. Найти молярную теплоемкость C пара в данном процессе как функцию температуры T, считая пар идеальным газом и пренебрегая удельным объемом жидкости по сравнению с удельным объемом пара. Вычислить C при $t=100$ °C.

2.234. Один моль воды, находившийся в равновесии с пренебрежимо малым количеством своего насыщенного пара при температуре T_1, перевели целиком в насыщенный пар при температуре T_2. Найти приращение энтропии системы. Пар считать идеальным газом, удельным объемом жидкости пренебречь по сравнению с удельным объемом пара.

2.7. Явления переноса

● Относительное число молекул газа, пролетающих путь s без столкновений:

$$N/N_0 = e^{-s/\lambda}, \tag{2.7а}$$

где λ — средняя длина свободного пробега.

● Средняя длина свободного пробега молекулы газа:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 n}, \tag{2.7б}$$

где d — эффективный диаметр молекулы, n — концентрация молекул.

● Коэффициент диффузии D, вязкость η и теплопроводность $\varkappa$ газов:

$$D = (1/3)\langle v\rangle\lambda, \quad \eta = (1/3)\langle v\rangle\lambda\rho, \quad \varkappa = (1/3)\langle v\rangle\lambda\rho c_V, \tag{2.7в}$$

где ρ — плотность газа, c_V — его удельная теплоемкость при постоянном объеме.

● Сила трения, действующая на единицу поверхности пластин при их движении параллельно друг другу в ультраразреженном газе:

$$F = (1/6)\langle v\rangle\rho\,|u_1 - u_2|, \tag{2.7г}$$

где u_1 и u_2 — скорости пластин.

● Плотность потока тепла, переносимого ультраразреженным газом между двумя стенками:

$$q = (1/6)\langle v\rangle\rho c_V\,|T_1 - T_2|, \tag{2.7д}$$

где T_1 и T_2 — температуры стенок.

2.235. Вычислить, какая часть молекул газа:

а) пролетает без столкновений расстояния, превышающие среднюю длину свободного пробега λ;

б) имеет длины свободного пробега в интервале от λ до 2λ.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.236. Узкий пучок молекул входит в сосуд с газом, давление которого достаточно низкое. Найти среднюю длину свободного пробега молекул пучка, если поток молекул в пучке убывает в η раз на расстоянии Δl вдоль пучка.

2.237. Пусть $\alpha\, dt$ — вероятность того, что молекула газа испытает столкновение в течение времени dt, α — постоянная. Найти:

а) вероятность того, что молекула не испытает столкновения в течение времени t;

б) среднее время между столкновениями.

2.238. Найти среднюю длину свободного пробега и среднее время между столкновениями молекул газообразного азота:

а) при нормальных условиях;

б) при $t=0$ °С и давлении $p=1{,}0$ нПа (такое давление позволяют получать современные вакуумные насосы).

2.239. Во сколько раз средняя длина свободного пробега молекул азота, находящегося при нормальных условиях, больше среднего расстояния между его молекулами?

2.240. Найти при нормальных условиях среднюю длину свободного пробега молекулы газа, для которого постоянная Ван-дер-Ваальса $b=40$ см^3/моль.

2.241. Азот находится при нормальных условиях. При какой частоте колебаний длина звуковой волны в нем будет равна средней длине свободного пробега молекул данного газа?

2.242. Кислород находится при 0 °С в сосуде с характерным размером $l=10$ мм (это линейный размер, определяющий характер интересующего нас процесса). Найти:

а) давление газа, ниже которого средняя длина свободного пробега молекул $\lambda > l$;

б) соответствующую концентрацию молекул и среднее расстояние между ними.

2.243. Азот находится при нормальных условиях. Найти:

а) число столкновений, испытываемых в среднем каждой молекулой за одну секунду;

б) число всех столкновений между молекулами в 1 см^3 азота ежесекундно.

2.244. Как зависят средняя длина свободного пробега и число столкновений каждой молекулы в единицу времени от температуры T идеального газа в следующих процессах:

а) изохорическом; б) изобарическом?

2.245. Идеальный газ совершил процесс, в результате которого его давление возросло в n раз. Как и во сколько раз изменились средняя длина свободного пробега и число

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

столкновений каждой молекулы в единицу времени, если процесс:

а) изохорический; б) изотермический?

2.246. Идеальный газ, состоящий из жестких двухатомных молекул, совершает адиабатический процесс. Как зависят средняя длина свободного пробега и число столкновений каждой молекулы ежесекундно в этом процессе от:

а) объема V; б) давления p; в) температуры T?

2.247. Идеальный газ совершает политропический процесс с показателем политропы n. Найти среднюю длину свободного пробега и число столкновений каждой молекулы ежесекундно как функцию:

а) объема V; б) давления p; в) температуры T.

2.248. Определить молярную теплоемкость идеального газа из жестких двухатомных молекул, совершающего политропический процесс, при котором число столкновений между молекулами в единицу времени остается неизменным:

а) в единице объема; б) во всем объеме газа.

2.249. Идеальный газ с молярной массой M находится в тонкостенном сосуде объемом V, стенки которого поддерживаются при постоянной температуре T. В момент $t=0$ в стенке сосуда открыли малое отверстие площадью S, и газ начал вытекать в вакуум. Найти концентрацию n газа как функцию времени t, если в начальный момент $n(0)=n_0$.

2.250. Сосуд с газом разделен на две одинаковые половины *1* и *2* тонкой теплоизолирующей перегородкой с двумя отверстиями. Диаметр одного из них мал, а другого очень велик (оба — по сравнению со средней длиной свободного пробега молекул). В половине *2* газ поддерживается при температуре в η раз большей, чем в половине *1*. Как и во сколько раз изменится концентрация молекул в половине *2*, если закрыть только большое отверстие?

2.251. В результате некоторого процесса вязкость идеального газа увеличилась в $\alpha=2{,}0$ раза, а коэффициент диффузии — в $\beta=4{,}0$ раза. Как и во сколько раз изменилось давление газа?

2.252. Как изменятся коэффициент диффузии D и вязкость η идеального газа, если его объем увеличить в n раз:

а) изотермически; б) изобарически?

2.253. Идеальный газ состоит из жестких двухатомных молекул. Как и во сколько раз изменятся коэффициент диффузии D и вязкость η, если объем газа адиабатически уменьшить в $n=10$ раз?

2.254. Найти показатель политропы n процесса, совер-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

шаемого идеальным газом, при котором остается неизменным:

а) коэффициент диффузии; б) вязкость; в) теплопроводность.

2.255. Зная вязкость гелия при нормальных условиях, вычислить эффективный диаметр его атома.

2.256. Теплопроводность гелия в 8,7 раза больше, чем у аргона (при нормальных условиях). Найти отношение эффективных диаметров атомов аргона и гелия.

2.257. Гелий при нормальных условиях заполняет пространство между двумя длинными коаксиальными цилиндрами. Средний радиус цилиндров R, зазор между ними ΔR, причем $\Delta R \ll R$. Внутренний цилиндр неподвижен, а внешний вращают с небольшой угловой скоростью ω. Найти момент сил трения, действующих на единицу длины внутреннего цилиндра.

До какого значения надо уменьшить давление гелия (не меняя температуры), чтобы искомый момент уменьшился в $n=10$ раз, если $\Delta R=6$ мм?

2.258. Газ заполняет пространство между двумя длинными коаксиальными цилиндрами, радиусы которых равны R_1 и R_2, причем $R_1 < R_2$. Внутренний цилиндр неподвижен, а внешний вращают с малой угловой скоростью ω. Момент сил трения, действующих на единицу длины внутреннего цилиндра, равен N_1. Найти вязкость газа, имея в виду, что сила трения, действующая на единицу площади цилиндрической поверхности радиуса r, определяется формулой $\sigma = \eta r (\partial\omega/\partial r)$.

2.259. Два одинаковых параллельных диска, оси которых совпадают, расположены на расстоянии h друг от друга. Радиус каждого диска равен a, причем $a \gg h$. Один диск вращают с небольшой угловой скоростью ω, другой диск неподвижен. Найти момент сил трения, действующий на неподвижный диск, если вязкость газа между дисками равна η.

2.260. Решить предыдущую задачу, считая, что между дисками находится ультраразреженный газ с молярной массой M, температурой T и под давлением p.

2.261. Воспользовавшись формулой Пуазейля (1.7г), определить массу μ газа, протекающего в единицу времени через поперечное сечение трубы длиной l и радиусом a, на концах которой поддерживаются постоянные давления p_1 и p_2. Вязкость газа равна η.

2.262. Один конец стержня, заключенного в теплоизолирующую оболочку, поддерживается при температуре T_1, а другой конец — при температуре T_2. Сам стержень со-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

стоит из двух частей, длины которых l_1 и l_2 и теплопроводности $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$. Найти температуру поверхности соприкосновения этих частей стержня.

2.263. Сложены торцами два стержня, длины которых l_1 и l_2 и теплопроводности $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$. Найти теплопроводность однородного стержня длины l_1+l_2, проводящего теплоту так же, как и система из этих двух стержней. Боковые поверхности стержней теплоизолированы.

2.264. Стержень длины l с теплоизолированной боковой поверхностью состоит из материала, теплопроводность которого изменяется с температурой по закону $\varkappa=\alpha/T$, где α — постоянная. Торцы стержня поддерживают при температурах T_1 и T_2. Найти зависимость $T(x)$, где x — расстояние от торца с температурой T_1, а также плотность потока тепла.

2.265. Два куска металла, теплоемкости которых C_1 и C_2, соединены между собой стержнем длины l с площадью поперечного сечения S и достаточно малой теплопроводностью $\varkappa$. Вся система теплоизолирована от окружающего пространства. В момент $t=0$ разность температур между двумя кусками металла равна $(\Delta T)_0$. Пренебрегая теплоемкостью стержня, найти разность температур между кусками металла как функцию времени.

2.266. Найти распределение температур в веществе, находящемся между двумя большими параллельными пластинами, если последние поддерживают при температурах T_1 и T_2, расстояние между ними равно l и теплопроводность вещества $\varkappa \sim \sqrt{T}$.

2.267. Пространство между двумя большими горизонтальными пластинами заполнено гелием. Расстояние между пластинами $l=50$ мм. Нижняя пластина поддерживается при температуре $T_1=290$ К, верхняя — при $T_2=330$ К. Давление газа близко к нормальному. Найти плотность потока тепла.

2.268. Гелий под давлением $p=1{,}0$ Па находится между двумя большими параллельными пластинами, отстоящими друг от друга на $l=5{,}0$ мм. Одна пластина поддерживается при температуре $t_1=17$ °С, другая — при $t_2=37$ °С. Найти среднюю длину свободного пробега атомов гелия и плотность потока тепла.

2.269. Найти распределение температуры в пространстве между двумя коаксиальными цилиндрами с радиусами R_1 и R_2, заполненном однородным теплопроводящим веществом, если температуры цилиндров равны T_1 и T_2.

2.270. Тот же вопрос, что и в предыдущей задаче, но для

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

двух концентрических сфер с радиусами R_1 и R_2 и температурами T_1 и T_2.

2.271. Постоянный электрический ток течет по однородному проводу, радиус сечения которого R и теплопроводность $\varkappa$. В единице объема провода выделяется тепловая мощность w. Найти распределение температуры в проводе, если установившаяся температура на его поверхности равна T_0.

2.272. В однородном шаре, радиус которого R и теплопроводность $\varkappa$, выделяется равномерно по объему тепловая мощность с объемной плотностью w. Найти распределение температуры в шаре, если установившаяся температура на его поверхности равна T_0.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

3.1. Постоянное электрическое поле в вакууме

● Напряженность и потенциал поля точечного заряда q:

$$\mathbf{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\mathbf{r},\quad \varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}. \tag{3.1а}$$

● Связь между напряженностью поля и потенциалом:

$$\mathbf{E}=-\nabla\varphi. \tag{3.1б}$$

● Теорема Гаусса и циркуляция вектора $\mathbf{E}$:

$$\oint \mathbf{E}\,d\mathbf{S}=q/\varepsilon_0,\quad \oint \mathbf{E}\,d\mathbf{r}=0. \tag{3.1в}$$

● Потенциал и напряженность поля точечного диполя с электрическим моментом $\mathbf{p}$:

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathbf{pr}}{r^3},\quad E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}, \tag{3.1г}$$

где θ — угол между векторами $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p}$.

● Энергия W диполя $\mathbf{p}$ во внешнем электрическом поле и момент сил $\mathbf{N}$, действующих на диполь:

$$W=-\mathbf{pE},\quad \mathbf{N}=[\mathbf{pE}]. \tag{3.1д}$$

● Сила $\mathbf{F}$, действующая на диполь, и ее проекция F_x:

$$\mathbf{F}=p\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial l},\quad F_x=\mathbf{p}\cdot\nabla E_x, \tag{3.1е}$$

где $\partial\mathbf{E}/\partial l$ — производная вектора $\mathbf{E}$ по направлению диполя, ∇E_x — градиент функции E_x.

↘ **3.1.** Вычислить отношение электростатической и гравитационной сил взаимодействия между двумя электронами, между двумя протонами. При каком значении удельного заряда q/m частицы эти силы оказались бы равными по модулю?

↘ **3.2.** С какой силой взаимодействовали бы два медных шарика, каждый массы 1 г, находясь на расстоянии 1 м друг от друга, если бы суммарный заряд всех электронов в них отличался на 1 % от суммарного заряда всех ядер?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.3. Два небольших одинаково заряженных шарика, каждый массы m, подвешены к одной точке на шелковых нитях длины l. Расстояние между шариками $x \ll l$. Найти скорость утечки зарядов dq/dt с каждого шарика, если скорость их сближения меняется по закону $v=a/\sqrt{x}$, где a — постоянная.

3.4. Два положительных заряда q_1 и q_2 находятся в точках с радиус-векторами $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$. Найти отрицательный заряд q_3 и радиус-вектор $\mathbf{r}_3$ точки, в которую его надо поместить, чтобы сила, действующая на каждый из этих трех зарядов, была равна нулю

3.5. Тонкое проволочное кольцо радиуса $r=100$ мм имеет электрический заряд $q=50$ мкКл. Каково будет приращение силы, растягивающей проволоку, если в центр кольца поместить точечный заряд $q_0=7{,}0$ мкКл?

3.6. Положительный точечный заряд 50 мкКл находится на плоскости xy в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}_0=2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$, где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y. Найти напряженность электрического поля и ее модуль в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}=8\mathbf{i}-5\mathbf{j}$. Здесь r_0 и r — в метрах.

3.7. В вершинах квадрата с диагональю $2l$ находятся точечные заряды q и $-q$, как показано на рис. 3.1. Найти модуль напряженности электрического поля в точке, отстоящей на расстояние x от центра квадрата и расположенной симметрично относительно вершин квадрата.

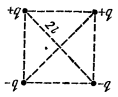


Рис. 3.1

3.8. Тонкое полукольцо радиуса $R=20$ см заряжено равномерно зарядом $q=0{,}70$ нКл. Найти модуль напряженности электрического поля в центре кривизны этого полукольца.

3.9. Кольцо радиуса r из тонкой проволоки имеет заряд q. Найти модуль напряженности электрического поля на оси кольца как функцию расстояния l до его центра. Исследовать полученную зависимость при $l \gg r$. Определить максимальное значение напряженности и соответствующее расстояние l. Изобразить примерный график функции $E(l)$.

3.10. Точечный заряд q находится в центре тонкого кольца радиуса R, по которому равномерно распределен заряд $-q$. Найти модуль напряженности электрического поля на оси кольца в точке, отстоящей от центра кольца на расстояние x, если $x \gg R$.

3.11. Система состоит из тонкого заряженного проволочного кольца радиуса R и очень длинной равномерно заря-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

женной нити, расположенной по оси кольца так, что один из ее концов совпадает с центром кольца. Последнее имеет заряд q. На единицу длины нити приходится заряд λ. Найти силу взаимодействия кольца и нити.

3.12. Тонкое непроводящее кольцо радиуса R заряжено с линейной плотностью $\lambda=\lambda_0\cos\varphi$, где λ_0 — постоянная, φ — азимутальный угол. Найти модуль напряженности электрического поля:

а) в центре кольца;

б) на оси кольца в зависимости от расстояния x до его центра. Исследовать полученное выражение при $x\gg R$.

3.13. Находящийся в вакууме тонкий прямой стержень длины $2a$ заряжен равномерно зарядом q. Найти модуль напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра стержня до точки прямой,

а) перпендикулярной к стержню и проходящей через его центр;

б) совпадающей с осью стержня, если $r>a$.

Исследовать полученные выражения при $r\gg a$.

3.14. Очень длинная прямая равномерно заряженная нить имеет заряд λ на единицу длины. Найти модуль и направление напряженности электрического поля в точке, которая отстоит от нити на расстояние y и находится на перпендикуляре к нити, проходящем через один из ее концов.

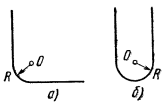


Рис. 3.2

3.15. Равномерно заряженная нить, на единицу длины которой приходится заряд λ, имеет конфигурации, показанные на рис. 3.2. Радиус закругления R значительно меньше длины нити. Воспользовавшись результатом решения предыдущей задачи, найти модуль напряженности электрического поля в точке O для конфигураций ($а$) и ($б$).

3.16. Сфера радиуса r заряжена с поверхностной плотностью $\sigma=\mathbf{ar}$, где $\mathbf{a}$ — постоянный вектор, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки сферы относительно ее центра. Найти напряженность электрического поля в центре сферы

3.17. Поверхностная плотность заряда на сфере радиуса R зависит от полярного угла ϑ как $\sigma=\sigma_0\cos\vartheta$, где σ_0 — положительная постоянная. Показать, что такое распределение заряда можно представить как результат малого сдвига друг относительно друга двух равномерно заряженных *шаров* радиуса R, заряды которых одинаковы по моду-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

лю и противоположны по знаку. Воспользовавшись этим представлением, найти напряженность электрического поля внутри данной сферы.

3.18. Найти напряженность электрического поля в центре шара радиуса R, объемная плотность заряда которого $\rho=\mathbf{ar}$, где $\mathbf{a}$ — постоянный вектор, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, проведенный из центра шара.

3.19. Две длинные параллельные нити равномерно заряжены каждая с линейной плотностью $\lambda=0{,}50$ мкКл/м. Расстояние между нитями $l=45$ см. Найти максимальное значение модуля напряженности электрического поля в плоскости симметрии этой системы, расположенной между нитями.

3.20. Бесконечно длинная цилиндрическая поверхность круглого сечения заряжена равномерно по длине с поверхностной плотностью $\sigma=\sigma_0\cos\varphi$, где φ — полярный угол цилиндрической системы координат, ось z которой совпадает с осью данной поверхности. Найти модуль и направление напряженности электрического поля на оси z.

3.21. Напряженность электрического поля зависит только от координат x и y по закону $\mathbf{E}=a(x\mathbf{i}+y\mathbf{j})/(x^2+y^2)$, где a — постоянная, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y. Найти поток вектора $\mathbf{E}$ через сферу радиуса R с центром в начале координат.

3.22. Шар радиуса R имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r до его центра как $\rho=\rho_0(1-r/R)$, где ρ_0 — постоянная. Полагая, что диэлектрическая проницаемость $\varepsilon=1$ всюду, найти:

а) модуль напряженности электрического поля внутри и вне шара как функцию r;

б) максимальное значение модуля напряженности $E_{\text{макс}}$ и соответствующее ему значение r_m.

3.23. Система состоит из шара радиуса R, заряженного сферически симметрично, и окружающей среды, заполненной зарядом с объемной плотностью $\rho=\alpha/r$, где α — постоянная, r — расстояние от центра шара. Найти заряд шара, при котором модуль напряженности электрического поля вне шара не зависит от r. Чему равна эта напряженность? Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon=1$ всюду.

3.24. Пространство заполнено зарядом с объемной плотностью $\rho=\rho_0\exp(-\alpha r^3)$, где ρ_0 и α — положительные постоянные, r — расстояние от центра системы. Найти модуль напряженности электрического поля как функцию r. Исследовать полученное выражение при малых и больших r, т. е. при $\alpha r^3\ll 1$ и $\alpha r^3\gg 1$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.25. Внутри шара, заряженного равномерно с объемной плотностью ρ, имеется сферическая полость. Центр полости смещен относительно центра шара на расстояние, характеризуемое вектором $\mathbf{a}$. Найти напряженность $\mathbf{E}$ поля внутри полости.

3.26. Найти напряженность $\mathbf{E}$ электрического поля в области пересечения двух шаров, равномерно заполненных разноименными по знаку зарядами с объемной плотностью ρ и $-\rho$, если расстояние между центрами шаров характеризуется вектором $\mathbf{a}$ (рис. 3.3).

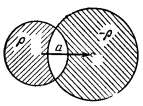


Рис. 3.3

3.27. Три одинаковых шарика, расположенные в вершинах равностороннего треугольника со стороной a, соединены друг с другом нитями. Заряд и масса каждого шарика равны q и m. Одну из нитей пережгли. Найти максимальную скорость среднего шарика. Силы тяжести нет.

3.28. Имеются два тонких проволочных кольца радиуса R каждое, оси которых совпадают. Заряды колец равны q и $-q$. Найти разность потенциалов между центрами колец, отстоящими друг от друга на расстояние l, если $R=30$ см, $l=52$ см и $q=0{,}40$ мкКл

3.29. Бесконечно длинная прямая нить заряжена равномерно с линейной плотностью $\lambda=0{,}40$ мкКл/м. Вычислить разность потенциалов точек *1* и *2*, если точка *2* находится дальше от нити, чем точка *1*, в $\eta=2{,}0$ раза.

3.30. Тонкое кольцо радиуса $R=25$ см имеет заряд $q=5{,}0$ мкКл, неравномерно распределенный по кольцу. Найти работу электрических сил при перемещении точечного заряда $q'=10$ мкКл из центра кольца по произвольному пути в точку, находящуюся на оси кольца на расстоянии $l=50$ см от его центра.

3.31. Найти потенциал и напряженность электрического поля в центре полусферы радиуса R, заряженной равномерно с поверхностной плотностью σ.

3.32. Находящаяся в вакууме круглая тонкая пластинка радиуса R равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ. Найти потенциал и модуль напряженности электрического поля на оси пластинки как функцию расстояния l от ее центра. Исследовать полученное выражение при $l \to 0$ и $l \gg R$.

3.33. Найти потенциал на краю тонкого диска радиуса

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

R=20 см, по которому равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью σ=0,25 мкКл/м^2.

3.34. Заряд q распределен равномерно по объему шара радиуса R. Полагая диэлектрическую проницаемость всюду равной единице, найти потенциал:

а) в центре шара;

б) внутри шара как функцию расстояния r от его центра.

3.35. Найти напряженность электрического поля, потенциал которого имеет вид $\varphi=\mathbf{ar}$, где $\mathbf{a}$ — постоянный вектор, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки поля.

3.36. Определить напряженность электрического поля, потенциал которого зависит от координат x, y по закону:

а) $\varphi=a(x^2-y^2)$; б) $\varphi=axy$,

где a — постоянная. Изобразить примерный вид этих полей с помощью линий вектора $\mathbf{E}$ (в плоскости xy).

3.37. Потенциал электрического поля имеет вид $\varphi=\alpha(xy-z^2)$, где α — постоянная. Найти проекцию напряженности электрического поля в точке $M\{2, 1, -3\}$ на направление вектора $\mathbf{a}=\mathbf{i}+3\mathbf{k}$.

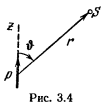


Рис. 3.4

3.38. Показать, что потенциал поля диполя с электрическим моментом $\mathbf{p}$ (рис. 3.4) может быть представлен как $\varphi=\mathbf{pr}/4\pi\varepsilon_0 r^3$, где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор. Найти с помощью этого выражения модуль напряженности электрического поля диполя как функцию r и ϑ.

3.39. Точечный диполь с электрическим моментом p, ориентированный в положительном направлении оси z, находится в начале координат. Найти проекции напряженности электрического поля E_z и $E_\perp$ на плоскость, перпендикулярную к оси z в точке S (см. рис. 3.4).

3.40. Точечный электрический диполь с моментом $\mathbf{p}$ находится во внешнем однородном электрическом поле, напряженность которого равна $\mathbf{E}_0$, причем $\mathbf{p}\uparrow\uparrow\mathbf{E}_0$. В этом случае одна из эквипотенциальных поверхностей, охватывающих диполь, является сферой. Найти ее радиус.

3.41. Две параллельные тонкие нити равномерно заряжены с линейной плотностью λ и $-\lambda$. Расстояние между нитями l. Найти потенциал и модуль напряженности электрического поля на расстоянии $r\gg l$ под углом ϑ к вектору $\mathbf{l}$ (рис. 3.5).

3.42. Система состоит из заряда $q>0$, равномерно распределенного по полуокружности радиуса a, в центре которой находится точечный заряд $-q$ (рис. 3.6). Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) электрический дипольный момент этой системы;

б) модуль напряженности электрического поля на оси x системы на расстоянии $r \gg a$ от нее.

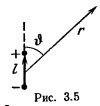


Рис. 3.5

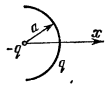


Рис. 3.6

3.43. Два коаксиальных кольца, каждое радиуса R, из тонкой проволоки находятся на малом расстоянии l друг от друга ($l \ll R$) и имеют заряды q и $-q$. Найти потенциал и напряженность электрического поля на оси системы как функции координаты x (рис. 3.7). Изобразить на одном рисунке примерные графики полученных зависимостей. Исследовать эти функции при $|x| \gg R$.

3.44. Две безграничные плоскости, отстоящие друг от друга на расстояние l, заряжены равномерно с поверхностной плотностью σ и $-\sigma$ (рис. 3.8). Плоскости имеют коаксиальные отверстия радиуса R, причем $l \ll R$. Взяв координатную ось x с началом отсчета O, как показано на рисунке, найти потенциал и проекцию напряженности электрического поля E_x на ось системы как функции координаты x. Изобразить примерный график $\varphi(x)$.

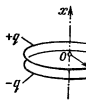


Рис. 3.7

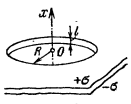


Рис. 3.8

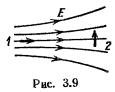


Рис. 3.9

3.45. Какую работу против сил электрического поля надо совершить, чтобы перенести диполь с электрическим моментом p из положения 1, где напряженность поля равна E_1, в положение 2 с напряженностью E_2 (рис. 3.9) и повернуть его при этом на 90°?

3.46. Диполь с электрическим моментом $\mathbf{p}$ находится на расстоянии r от длинной нити, заряженной равномерно с линейной плотностью λ. Найти силу $\mathbf{F}$, действующую на диполь, если вектор $\mathbf{p}$ ориентирован:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) вдоль нити;
б) по радиус-вектору $\mathbf{r}$;
в) перпендикулярно к нити и радиус-вектору $\mathbf{r}$.

3.47. Найти силу взаимодействия двух молекул воды, отстоящих друг от друга на расстояние $l=10$ нм, если их электрические моменты ориентированы вдоль одной и той же прямой. Момент каждой молекулы $p=0{,}62\cdot10^{-29}$ Кл·м.

3.48. Найти потенциал следующих электростатических полей:
а) $\mathbf{E}=a(y\mathbf{i}+x\mathbf{j})$;
б) $\mathbf{E}=2axy\mathbf{i}+a(x^2-y^2)\,\mathbf{j}$;
в) $\mathbf{E}=ay\mathbf{i}+(ax+bz)\,\mathbf{j}+by\mathbf{k}$.
Здесь a и b — постоянные, $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ — орты осей x, y, z.

3.49. Потенциал поля в некоторой области пространства зависит только от координаты x как $\varphi=-ax^2+b$, где a и b — некоторые постоянные. Найти распределение объемного заряда $\rho(x)$.

3.50. Между двумя большими параллельными пластинами, отстоящими друг от друга на расстояние d, находится равномерно распределенный объемный заряд. Разность потенциалов пластин равна $\Delta\varphi$. При каком значении объемной плотности ρ заряда напряженность поля вблизи одной из пластин будет равна нулю? Какова будет при этом напряженность поля у другой пластины?

3.51. Потенциал поля внутри заряженного шара зависит только от расстояния до его центра как $\varphi=ar^2+b$, где a и b — постоянные. Найти распределение объемного заряда $\rho(r)$ внутри шара.

3.2. Проводники и диэлектрики в электрическом поле

● Напряженность электрического поля у поверхности проводника в вакууме:

$$E_n=\sigma/\varepsilon_0. \tag{3.2a}$$

● Поток поляризованности $\mathbf{P}$ через замкнутую поверхность:

$$\oint \mathbf{P}\,d\mathbf{S}=-q'. \tag{3.2б}$$

где q' — алгебраическая сумма связанных зарядов внутри этой поверхности.

● Вектор $\mathbf{D}$ (электрическое смещение) и теорема Гаусса для него:

$$\mathbf{D}=\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P},\quad \oint \mathbf{D}\,d\mathbf{S}=q, \tag{3.2в}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

где q — алгебраическая сумма сторонних зарядов внутри замкнутой поверхности.

● Условия на границе раздела двух диэлектриков:

$$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma', \quad D_{2n} - D_{1n} = \sigma, \quad E_{2\tau} = E_{1\tau}, \tag{3.2г}$$

где σ' и σ — поверхностные плотности связанных и сторонних зарядов, а орт нормали $\mathbf{n}$ направлен из среды 1 в среду 2.

● Для изотропных диэлектриков:

$$\mathbf{P} = \varkappa\varepsilon_0\mathbf{E}, \quad \mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}, \quad \varepsilon = 1 + \varkappa. \tag{3.2д}$$

● В случае изотропного однородного диэлектрика, заполняющего все пространство между эквипотенциальными поверхностями:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0/\varepsilon. \tag{3.2е}$$

3.52. Небольшой шарик висит над горизонтальной проводящей плоскостью на изолирующей упругой нити жесткости $\varkappa$. После того как шарик зарядили, он опустился на x см, и его расстояние до проводящей плоскости стало равным l. Найти заряд шарика.

3.53. Точечный заряд q=100 мкКл находится на расстоянии l=1,5 см от проводящей плоскости. Какую работу надо совершить против электрических сил, чтобы медленно удалить этот заряд на очень большое расстояние от плоскости?

3.54. Два точечных заряда, q и $-q$, расположены на расстоянии l друг от друга и на одинаковом расстоянии $l/2$ от проводящей плоскости с одной стороны от нее. Найти модуль электрической силы, действующей на каждый заряд.

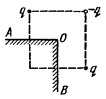


Рис. 3.10

3.55. Три разноименных точечных заряда расположены в вершинах квадрата с диагональю l=50 см, как показано на рис. 3.10, где точка O — центр квадрата, AOB — прямой угол, образованный двумя проводящими полуплоскостями. Найти силу, действующую на заряд $-q$, если q=11 мкКл.

3.56. Точечный заряд q=2,00 мкКл находится между двумя проводящими взаимно перпендикулярными полуплоскостями. Расстояние от заряда до каждой полуплоскости l=5,0 см. Найти модуль силы, действующей на заряд.

3.57. Точечный диполь с электрическим моментом $\mathbf{p}$ находится на расстоянии l от проводящей плоскости. Найти силу, действующую на диполь, если вектор $\mathbf{p}$ перпендикулярен к плоскости.

3.58. Точечный заряд q находится на расстоянии l от проводящей плоскости. Определить поверхностную плот-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ность зарядов, индуцированных на плоскости, как функцию расстояния r от основания перпендикуляра, опущенного из заряда на плоскость.

3.59. Тонкая бесконечно длинная нить имеет заряд λ на единицу длины и расположена параллельно проводящей плоскости. Расстояние между нитью и плоскостью равно l. Найти:

а) модуль силы, действующей на единицу длины нити;

б) распределение поверхностной плотности заряда $\sigma(x)$ на плоскости (здесь x — расстояние от прямой на плоскости, где σ=макс).

3.60. Очень длинная нить ориентирована перпендикулярно к проводящей плоскости и не доходит до этой плоскости на расстояние l. Нить заряжена равномерно с линейной плотностью λ. Пусть точка O — след нити на плоскости. Найти поверхностную плотность индуцированного заряда на плоскости:

а) в точке O;

б) в зависимости от расстояния r до точки O.

3.61. Тонкое проволочное кольцо радиуса R имеет заряд q. Кольцо расположено параллельно проводящей плоскости на расстоянии l от нее. Найти поверхностную плотность индуцированного заряда в точке плоскости, расположенной симметрично относительно кольца.

3.62. Найти потенциал незаряженной проводящей сферы, вне которой на расстоянии l=30 см от ее центра находится точечный заряд q=0,50 мкКл.

3.63. Точечный заряд q=3,4 нКл находится на расстоянии r=2,5 см от центра O незаряженного сферического слоя проводника, радиусы которого R_1=5,0 см и R_2=8,0 см. Найти потенциал в точке O.

3.64. Система состоит из двух концентрических проводящих сфер, причем на внутренней сфере радиуса a находится положительный заряд q_1. Какой заряд q_2 следует поместить на внешнюю сферу радиуса b, чтобы потенциал внутренней сферы оказался равным нулю? Как будет зависеть при этом потенциал от расстояния r до центра системы? Изобразить примерный график этой зависимости.

3.65. Четыре большие металлические пластйны расположены на малом расстоянии d друг от друга (рис. 3.11). Крайние пластины соединены проводником, а на внутренние пластины подана разность потенциалов $\Delta\varphi$. Найти:

а) напряженность электрического поля между пластинами;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) суммарный заряд на единицу площади каждой пластины.

3.66. Между пластинами накоротко замкнутого плоского конденсатора находится металлическая пластина с зарядом q (рис. 3.12). Пластину переместили на расстояние l.

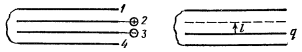


Рис. 3.11

Рис. 3.12

Какой заряд Δq прошел при этом по закорачивающему проводнику? Расстояние между пластинами конденсатора равно d.

3.67. Две проводящие плоскости *1* и *2* расположены на расстоянии l друг от друга. Между ними на расстоянии x от плоскости *1* находится точечный заряд q. Найти заряды, наведенные на каждой из плоскостей.

3.68. Найти электрическую силу, которую испытывает заряд, приходящийся на единицу поверхности произвольного проводника, в точке, где $\sigma = 46$ мкКл/м^2.

3.69. Металлический шарик радиуса $R = 1{,}5$ см имеет заряд $q = 10$ мкКл. Найти модуль результирующей силы, которая действует на заряд, расположенный на одной половине шарика.

3.70. Незаряженный проводящий шар радиуса R поместили во внешнее однородное электрическое поле, в результате чего на поверхности шара появился индуцированный заряд с поверхностной плотностью $\sigma = \sigma_0 \cos\vartheta$, где σ_0 — постоянная, ϑ — полярный угол. Найти модуль результирующей электрической силы, которая действует на весь индуцированный заряд одного знака.

3.71. В воде электрическое поле напряженности $E = 1{,}0$ кВ/см создает поляризацию, эквивалентную правильной ориентации только одной из N молекул. Найти N. Электрический момент молекулы воды $p = 0{,}62 \cdot 10^{-29}$ Кл·м.

3.72. Неполярная молекула с поляризуемостью β находится на большом расстоянии l от полярной молекулы с электрическим моментом $\mathbf{p}$. Найти модуль силы взаимодействия этих молекул, если вектор $\mathbf{p}$ ориентирован вдоль прямой, проходящей через обе молекулы.

3.73. На оси тонкого равномерно заряженного кольца радиусом R находится неполярная молекула. На каком расстоянии x от центра кольца модуль силы F, действующей на данную молекулу,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) равен нулю; б) имеет максимальное значение? Изобразить примерный график зависимости $F_x(x)$.

3.74. Точечный сторонний заряд q находится в центре шара из однородного диэлектрика с проницаемостью ε. Найти поляризованность $\mathbf{P}$ как функцию радиус-вектора $\mathbf{r}$ относительно центра шара, а также связанный заряд q' внутри сферы, радиус которой меньше радиуса шара.

3.75. Точечный сторонний заряд q находится в центре диэлектрического шара радиуса a с проницаемостью ε_1. Шар окружен безграничным диэлектриком с проницаемостью ε_2. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе раздела этих диэлектриков.

3.76. Показать, что на границе однородного диэлектрика с проводником поверхностная плотность связанных зарядов $\sigma' = -\sigma(\varepsilon-1)/\varepsilon$, где ε — диэлектрическая проницаемость, σ — поверхностная плотность зарядов на проводнике.

3.77. Проводник произвольной формы, имеющий заряд $q=2{,}5$ мкКл, окружен однородным диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon=5{,}0$ (рис. 3.13). Найти суммарные поверхностные связанные заряды на внутренней и наружной поверхностях диэлектрика

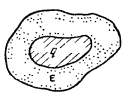


Рис. 3.13

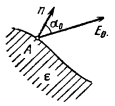


Рис. 3.14

3.78. Однородный диэлектрик имеет вид сферического слоя с радиусами a и b, причем $a<b$. Изобразить примерные графики модуля напряженности электрического поля E и потенциала φ как функций расстояния r от центра системы, если диэлектрик имеет положительный сторонний заряд, распределенный равномерно:

а) по внутренней поверхности слоя; б) по объему слоя.

3.79. Вблизи точки A (рис. 3.14) границы раздела стекло — вакуум напряженность электрического поля в вакууме $E_0=10{,}0$ В/м, причем угол между вектором $\mathbf{E}_0$ и нормалью $\mathbf{n}$ к границе раздела $\alpha_0=30°$. Найти напряженность E поля в стекле вблизи точки A, угол α между векторами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{n}$, а также поверхностную плотность связанных зарядов в точке A.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.80. У плоской поверхности однородного диэлектрика с проницаемостью ε напряженность электрического поля в вакууме равна E_0, причем вектор $\mathbf{E}_0$ составляет угол ϑ с нормалью к поверхности диэлектрика (рис. 3.15). Считая поле внутри и вне диэлектрика однородным, найти:

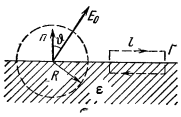


Рис. 3.15

а) поток вектора $\mathbf{E}$ через сферу радиуса R с центром на поверхности диэлектрика;

б) циркуляцию вектора $\mathbf{D}$ по контуру Γ длины l (см. рис. 3.15), плоскость которого перпендикулярна к поверхности диэлектрика и параллельна вектору $\mathbf{E}_0$.

3.81. Бесконечно большая пластина из однородного диэлектрика с проницаемостью ε заряжена равномерно сторонним зарядом с объемной плотностью ρ. Толщина пластины $2d$. Найти:

а) модуль напряженности электрического поля и потенциал как функции расстояния l от середины пластины (потенциал в середине пластины положить равным нулю); взяв ось x перпендикулярно к пластине, изобразить примерные графики зависимостей проекции $E_x(x)$ и потенциала $\varphi(x)$;

б) поверхностную и объемную плотности связанного заряда.

3.82. Сторонние заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho>0$ по шару радиуса R из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε. Найти:

а) модуль напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра шара; изобразить примерные графики зависимостей $E(r)$ и $\varphi(r)$;

б) объемную и поверхностную плотности связанных зарядов.

3.83. Круглый диэлектрический диск радиуса R и толщины d поляризован *статически* так, что поляризованность, равная $\mathbf{P}$, всюду одинакова и вектор $\mathbf{P}$ лежит в плоскости диска. Найти напряженность $\mathbf{E}$ электрического поля в центре диска, если $d \ll R$.

3.84. При некоторых условиях поляризованность безграничной незаряженной пластины из диэлектрика имеет вид $\mathbf{P}=\mathbf{P}_0(1-x^2/d^2)$, где $\mathbf{P}_0$ — вектор, перпендикулярный к пластине, x — расстояние от середины пластины, d — ее полутолщина. Найти напряженность электрического поля

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

внутри пластины и разность потенциалов между ее поверхностями.

3.85. Первоначально пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено воздухом и напряженность поля в зазоре равна E_0. Затем половину зазора, как показано на рис. 3.16, заполнили однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ε. Найти модули векторов **E** и **D** в обеих частях зазора (*1* и *2*), если при введении диэлектрика:

а) напряжение между обкладками не менялось;

б) заряды на обкладках оставались неизменными.

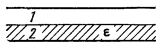


Рис. 3.16

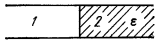


Рис. 3.17

3.86. Решить предыдущую задачу с тем отличием, что диэлектриком заполнили половину зазора, как показано на рис. 3.17.

3.87. Половина пространства между двумя концентрическими обкладками сферического конденсатора заполнена, как показано на рис. 3.18, однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ε. Заряд конденсатора равен q. Найти модуль вектора напряженности электрического поля между обкладками как функцию расстояния r от центра кривизны этих обкладок.



Рис. 3.18

3.88. Два одинаковых небольших одноименно заряженных шарика подвешены на изолирующих нитях равной длины к одной точке. При заполнении окружающей среды керосином угол расхождения нитей не изменился. Найти плотность материала шариков.

3.89. Внутри шара из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε=5,00 создано однородное электрическое поле напряженности E=100 В/м. Радиус шара R=3,0 см. Найти максимальную поверхностную плотность связанных зарядов и полный связанный заряд одного знака.

3.90. Точечный заряд q находится в вакууме на расстоянии l от плоской поверхности однородного изотропного диэлектрика, заполняющего все полупространство. Проницаемость диэлектрика равна ε. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) поверхностную плотность связанных зарядов как функцию расстояния r от точечного заряда q; рассмотреть случай $l \to 0$;

б) суммарный связанный заряд на поверхности диэлектрика.

3.91. Воспользовавшись условием и решением предыдущей задачи, найти модуль силы, действующей на заряд q со стороны связанных зарядов на поверхности диэлектрика.

3.92. Точечный заряд q находится на плоскости, отделяющей вакуум от безграничного однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε. Найти модули векторов $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ и потенциал φ как функции расстояния r от заряда q.

3.93. Небольшой проводящий шарик, имеющий заряд q, находится в однородном изотропном диэлектрике с проницаемостью ε на расстоянии l от безграничной плоской границы, отделяющей диэлектрик от вакуума. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе диэлектрик — вакуум как функцию расстояния r от шарика. Исследовать полученный результат при $l \to 0$.

3.94. Полупространство, заполненное однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ε, ограничено проводящей плоскостью. На расстоянии l от этой плоскости в диэлектрике находится небольшой металлический шарик, имеющий заряд q. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе с проводящей плоскостью как функцию расстояния r от шарика.

3.95. Пластинка толщины h из однородного *статически* поляризованного диэлектрика находится внутри плоского конденсатора, обкладки которого соединены между собой проводником. Поляризованность диэлектрика равна $\mathbf{P}$ (рис. 3.19). Расстояние между обкладками конденсатора d. Найти векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ внутри и вне пластины.

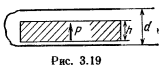


Рис. 3.19

3.96. Длинный диэлектрический цилиндр круглого сечения поляризован так, что вектор $\mathbf{P}=\alpha\mathbf{r}$, где α — положительная постоянная, $\mathbf{r}$ — расстояние от оси. Найти объемную плотность ρ' связанных зарядов как функцию расстояния r от оси.

3.97. Диэлектрический шар поляризован однородно и *статически*. Его поляризованность равна $\mathbf{P}$. Имея в виду, что *так* поляризованный шар можно представить как результат малого сдвига всех положительных зарядов диэлектрика относительно всех отрицательных зарядов,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) найти напряженность электрического поля внутри шара;

б) показать, что поле вне шара является полем диполя, расположенного в центре шара, и потенциал поля $\varphi = p_0 r/4\pi\varepsilon_0 r^3$, где $\mathbf{p}_0$ — электрический момент шара, r — расстояние от его центра.

3.98. В однородное электрическое поле напряженности $\mathbf{E}_0$ поместили однородный диэлектрический шар. При этих условиях диэлектрик поляризуется однородно. Найти напряженность $\mathbf{E}$ электрического поля внутри шара и поляризованность $\mathbf{P}$ диэлектрика, проницаемость которого равна ε. При решении воспользоваться результатом задачи 3.97.

3.99. Бесконечно длинный диэлектрический цилиндр круглого сечения поляризован однородно и статически, причем поляризованность $\mathbf{P}$ перпендикулярна к оси цилиндра. Найти напряженность электрического поля в диэлектрике.

3.100. Длинный цилиндр круглого сечения из однородного диэлектрика поместили в однородное электрическое поле с напряженностью $\mathbf{E}_0$. Ось цилиндра перпендикулярна к вектору $\mathbf{E}_0$. При этих условиях диэлектрик поляризуется однородно. Воспользовавшись результатом решения предыдущей задачи, найти напряженность электрического поля внутри цилиндра и поляризованность диэлектрика, проницаемость которого равна ε.

3.3. Электроемкость. Энергия электрического поля

● Емкость плоского конденсатора:

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d. \qquad (3.3а)$$

● Энергия взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2}\sum q_i\varphi_i. \qquad (3.3б)$$

● Полная электрическая энергия системы с непрерывным распределением заряда:

$$W = \frac{1}{2}\int \varphi\rho\, dV. \qquad (3.3в)$$

● Полная электрическая энергия двух заряженных тел *1* и *2*:

$$W = W_1 + W_2 + W_{12}, \qquad (3.3г)$$

где W_1 и W_2 — собственные энергии тел, W_{12} — энергия взаимодействия.

● Энергия заряженного конденсатора:

$$W = qU/2 = q^2/2C = CU^2/2. \qquad (3.3д)$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Объемная плотность энергии электрического поля:

$$\omega = \mathbf{ED}/2 = \varepsilon\varepsilon_0 E^2/2. \qquad (3.3e)$$

3.101. Найти емкость шарового проводника радиуса R_1=100 мм, окруженного прилегающим к нему концентрическим слоем однородного диэлектрика с проницаемостью ε=6,0 и наружным радиусом R_2=200 мм.

3.102. К источнику с э. д. с. $\mathscr{E}$=100 В подключили последовательно два воздушных конденсатора, каждый емкости C=40 пФ. Затем один из конденсаторов заполнили однородным диэлектриком с проницаемостью ε=3,0. Во сколько раз уменьшилась напряженность электрического поля в этом конденсаторе? Какой заряд пройдет через источник?

3.103. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено последовательно двумя диэлектрическими слоями *1* и *2* с толщинами d_1 и d_2 и с проницаемостями ε_1 и ε_2. Площадь каждой обкладки равна S. Найти:

а) емкость конденсатора;

б) плотность σ' связанных зарядов на границе раздела диэлектрических слоев, если напряжение на конденсаторе равно U и электрическое поле направлено от слоя *1* к слою *2*.

3.104. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен изотропным диэлектриком, проницаемость ε которого изменяется в перпендикулярном к обкладкам направлении по линейному закону от ε_1 до ε_2, причем $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Площадь каждой обкладки S, расстояние между ними d. Найти:

а) емкость конденсатора;

б) объемную плотность связанных зарядов как функцию ε, если заряд конденсатора q и поле $\mathbf{E}$ в нем направлено в сторону возрастания ε.

3.105. Найти емкость сферического конденсатора, радиусы обкладок которого равны a и b, причем $a<b$, если пространство между обкладками заполнено:

а) однородным диэлектриком с проницаемостью ε;

б) диэлектриком, проницаемость которого зависит от расстояния r до центра конденсатора как $\varepsilon=\alpha/r$, α — постоянная.

3.106. То же, что в предыдущей задаче, но конденсатор цилиндрический длиной l и в пункте (б) r — расстояние до оси системы. Краевыми эффектами пренебречь.

3.107. Найти емкость сферического конденсатора, радиусы внутренней и внешней обкладок которого равны a и

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

b, если пространство между обкладками заполнено наполовину, как показано на рис. 3.18, однородным диэлектриком с проницаемостью ε.

3.108. Цилиндрический конденсатор заполнен двумя цилиндрическими слоями диэлектриков с проницаемостями ε_1 и ε_2. Внутренние радиусы слоев равны соответственно R_1 и $R_2 > R_1$. Максимально допустимая напряженность электрического поля для этих диэлектриков равна E_{1m} и E_{2m}. При каком соотношении между ε, R и E_m напряженность поля при повышении напряжения одновременно достигнет значения, соответствующего пробою того и другого диэлектрика?

3.109. Имеется двухслойный цилиндрический конденсатор, данные которого приведены на рис. 3.20. Предельные значения напряженности электрического поля, при которых наступает пробой данных диэлектриков, равны соответственно E_1 и E_2. При каком напряжении конденсатор будет пробит, если $\varepsilon_1 R_1 E_1 < \varepsilon_2 R_2 E_2$?

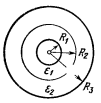


Рис. 3.20

3.110. Два длинных прямых провода с одинаковым радиусом сечения a расположены в воздухе параллельно друг другу. Расстояние между их осями равно b. Найти взаимную емкость проводов C_1 на единицу их длины при условии $b \gg a$. Вычислить C_1, если $a=1{,}00$ мм и $b=50$ мм.

3.111. Длинный прямой провод расположен параллельно безграничной проводящей плоскости. Радиус сечения провода a, расстояние между осью провода и проводящей плоскостью b. Найти взаимную емкость этой системы на единицу длины провода при условии $a \ll b$.

3.112. Найти взаимную емкость системы из двух одинаковых металлических шариков радиуса a, расстояние между центрами которых b, причем $b \gg a$. Система находится в однородном диэлектрике с проницаемостью ε.

3.113. Определить взаимную емкость системы, которая состоит из металлического шарика радиуса a и безграничной проводящей плоскости, отстоящей от центра шарика на расстояние l, если $l \gg a$.

3.114. Найти емкость системы одинаковых конденсаторов между точками A и B, которая показана:

а) на рис. 3.21, *а*; б) на рис. 3.21, *б*.

3.115. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на расстоянии $d=1{,}00$ мм друг от друга. Площадь каждой пластины $S=220$ см^2. Найти емкость сис-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

темы между точками A и B, если пластины соединены так, как показано:

а) на рис. 3.22, *а*; б) на рис. 3.22, *б*.

3.116. Конденсатор емкости $C_1=1{,}0$ мкФ выдерживает напряжение не более $U_1=6{,}0$ кВ, а конденсатор емкости

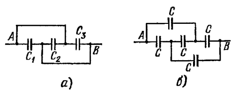


Рис. 3.21

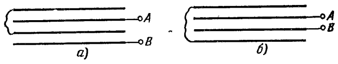


Рис. 3.22

$C_2=2{,}0$ мкФ — не более $U_2=4{,}0$ кВ. Какое напряжение может выдержать система из этих двух конденсаторов при последовательном соединении?

3.117. В схеме (рис. 3.23) найти разность потенциалов между точками A и B, если э.д.с. $\mathscr{E}=110$ В и отношение емкостей $C_2/C_1=\eta=2{,}0$.

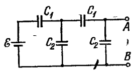


Рис. 3.23

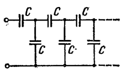


Рис. 3.24

3.118. Найти емкость бесконечной цепи, которая образована повторением одного и того же звена, состоящего из двух одинаковых конденсаторов, каждый емкости C (рис. 3.24).

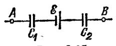


Рис. 3.25

3.119. В некоторой цепи имеется участок AB, показанный на рис. 3.25. Э.д.с. источника $\mathscr{E}=10$ В, емкости конденсаторов $C_1=1{,}0$ мкФ, $C_2=2{,}0$ мкФ и разность потенциалов $\varphi_A-\varphi_B=5{,}0$ В. Найти напряжение на каждом конденсаторе.

3.120. В схеме (рис. 3.26) найти разность потенциалов между левой и правой обкладками каждого конденсатора.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.121. Найти заряд каждого конденсатора в цепи, показанной на рис. 3.26.

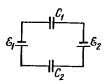


Рис. 3.26

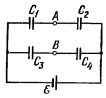


Рис. 3.27

3.122. Определить разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между точками A и B схемы (рис. 3.27). При каком условии она равна нулю?

3.123. Конденсатор емкости $C_1=1{,}0$ мкФ, заряженный до напряжения $U=110$ В, подключили параллельно к концам системы из двух последовательно соединенных незаряженных конденсаторов, емкости которых $C_2=2{,}0$ мкФ и $C_3=3{,}0$ мкФ. Какой заряд протечет при этом по соединительным проводам?

3.124. Какие заряды протекут после замыкания ключа K в схеме (рис. 3.28) через сечения 1 и 2 в направлениях, указанных стрелками?

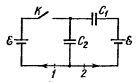


Рис. 3.28

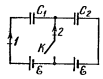


Рис. 3.29

3.125. В схеме (рис. 3.29) э.д.с. каждой батареи $\mathcal{E}=60$ В, емкости конденсаторов $C_1=2{,}0$ мкФ и $C_2=3{,}0$ мкФ. Найти заряды, которые пройдут после замыкания ключа K через сечения 1 и 2 в направлениях, указанных стрелками.

3.126. Найти разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между точками A и B схемы (рис. 3.30).

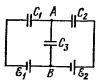


Рис. 3.30

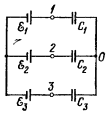


Рис. 3.31

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.127. Определить потенциал в точке *1* схемы (рис. 3.31), полагая потенциал точки *O* равным нулю. Написать по аналогии (используя симметрию полученной формулы) выражения для потенциалов в точках *2* и *3*.

3.128. Найти емкость схемы (рис. 3.32) между точками *A* и *B*.

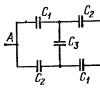


Рис. 3.32

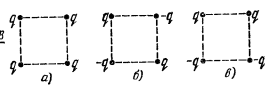


Рис. 3.33

3.129. Определить суммарную энергию взаимодействия точечных зарядов, расположенных в вершинах квадрата со стороной a в системах, которые показаны на рис. 3.33.

3.130. Имеется бесконечная прямая цепочка чередующихся зарядов q и $-q$. Расстояние между соседними зарядами равно a. Найти энергию взаимодействия каждого заряда со всеми остальными.

Указание. Воспользоваться разложением $\ln(1+\alpha)$ в ряд по α.

3.131. Точечный заряд q находится на расстоянии l от безграничной проводящей плоскости. Найти:

а) энергию взаимодействия этого заряда с зарядами, индуцированными на плоскости;

б) собственную энергию зарядов, индуцированных на плоскости.

3.132. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого $S=200$ см^2 и расстояние между ними $d=5{,}0$ мм, поместили во внешнее однородное электрическое поле с $E=1{,}30$ кВ/см, перпендикулярное к пластинам. Затем пластины замкнули проводником, после чего проводник убрали и конденсатор перевернули на 180° вокруг оси, перпендикулярной к направлению поля. Найти совершенную при этом работу против электрических сил.

3.133. Конденсатор емкости $C_1=1{,}0$ мкФ, предварительно заряженный до напряжения $U=300$ В, подключили параллельно к незаряженному конденсатору емкости $C_2=2{,}0$ мкФ. Найти приращение электрической энергии этой системы к моменту установления равновесия. Объяснить полученный результат.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.134. Какое количество тепла выделится в цепи (рис. 3.34) после переключения ключа K из положения *1* в положение *2*?

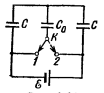


Рис. 3.34



Рис. 3.35

3.135. Какое количество тепла выделится в цепи (рис. 3.35) после переключения ключа K из положения *1* в положение *2*?

3.136. Система состоит из двух концентрических тонких металлических оболочек с радиусами R_1, R_2 и соответствующими зарядами q_1 и q_2. Найти собственную энергию W_1 и W_2 каждой оболочки, энергию взаимодействия W_{12} оболочек и полную электрическую энергию W системы.

3.137. Заряд q распределен равномерно по объему шара радиуса R. Считая диэлектрическую проницаемость $\varepsilon=1$, найти:

а) собственную электрическую энергию шара;

б) отношение энергии W_1 внутри шара к энергии W_2 в окружающем пространстве

3.138. Точечный заряд $q=3{,}0$ мкКл находится в центре шарового слоя из однородного диэлектрика с проницаемостью $\varepsilon=3{,}0$. Внутренний радиус слоя $a=250$ мм, внешний $b=500$ мм. Найти электрическую энергию в данном слое.

3.139. Сферическую оболочку радиуса R_1, равномерно заряженную зарядом q, расширили до радиуса R_2. Найти работу, совершенную при этом электрическими силами.

3.140. В центре сферической оболочки, равномерно заряженной зарядом $q=5{,}0$ мкКл, расположен точечный заряд $q_0=1{,}50$ мкКл. Найти работу электрических сил при расширении оболочки — увеличении ее радиуса от $R_1=50$ мм до $R_2=100$ мм.

3.141. Сферическая оболочка заряжена равномерно с поверхностной плотностью σ. Воспользовавшись законом сохранения энергии, найти модуль электрической силы на единицу поверхности оболочки.

3.142. Точечный заряд q находится в центре O сферического незаряженного проводящего слоя с малым отверстием вдоль радиуса. Внутренний и внешний радиусы слоя равны

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

соответственно a и b. Какую работу надо совершить против электрических сил, чтобы медленно перенести заряд q из точки O на бесконечность?

3.143. Имеется плоский воздушный конденсатор, площадь каждой обкладки которого равна S. Какую работу против электрических сил надо совершить, чтобы медленно увеличить расстояние между обкладками от x_1 до x_2, если при этом поддерживать неизменным:

а) заряд конденсатора q;

б) напряжение на конденсаторе U?

3.144. Внутри плоского конденсатора находится параллельная обкладкам пластина, толщина которой составляет η=0,60 расстояния между обкладками. Емкость конденсатора в отсутствие пластины C=20 нФ. Конденсатор сначала подключили к источнику постоянного напряжения U= =200 В, затем отключили и после этого медленно извлекли пластину из зазора. Найти работу, совершенную против электрических сил при извлечении пластины, если она:

а) металлическая; б) стеклянная.

3.145. Плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого d=1,0 мм, опустили в горизонтальном положении в воду, которая целиком заполнила его. Затем конденсатор подключили к источнику постоянного напряжения U=500 В. Найти приращение давления воды в конденсаторе.

3.146. Плоский конденсатор расположен горизонтально так, что одна его пластина находится над поверхностью жидкости, другая — под ее поверхностью. Диэлектрическая проницаемость жидкости ε, ее плотность ρ. На какую высоту поднимется уровень жидкости в конденсаторе после сообщения его пластинам заряда с поверхностной плотностью σ?

3.147. В цилиндрический конденсатор вводят длинный цилиндрический слой диэлектрика с проницаемостью ε, заполняющий практически весь зазор между обкладками. Средний радиус обкладок R, зазор между ними d, причем $d \ll R$. Обкладки конденсатора подключены к источнику постоянного напряжения U. Найти модуль электрической силы, втягивающей диэлектрик в конденсатор.

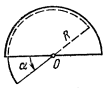


Рис. 3.36

3.148. Конденсатор состоит из двух неподвижных пластин, имеющих форму полукруга радиуса R, и расположенной между ними подвижной пластины из диэлектрика с

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

проницаемостью ε, которая может свободно поворачиваться вокруг оси O (рис. 3.36). Толщина подвижной пластины a, что практически равно расстоянию между неподвижными пластинами. Конденсатор поддерживают при постоянном напряжении U. Найти модуль момента сил относительно оси O, действующих на подвижную пластину в положении, показанном на рисунке.

3.4. Электрический ток

● Закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = U_{12}/R = (\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12})/R. \qquad (3.4а)$$

где U_{12} — падение напряжения на данном участке.

● Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*), \qquad (3.4б)$$

где $\mathbf{E}^*$ — напряженность поля сторонних сил.

● Правила Кирхгофа:

$$\sum I_k = 0, \quad \sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_k. \qquad (3.4в)$$

● Мощность тока P и тепловая мощность Q:

$$P = UI = (\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12})\, I, \quad Q = RI^2. \qquad (3.4г)$$

● Удельная мощность тока $P_{уд}$ и удельная тепловая мощность тока $Q_{уд}$:

$$P_{уд} = \mathbf{j}(\mathbf{E} \quad \mathbf{E}^*), \quad Q_{уд} = \rho j^2. \qquad 4д)$$

● Плотность тока в металле

$$\mathbf{j} = en\mathbf{u}, \qquad (3.4е)$$

где $\mathbf{u}$ — средняя скорость носителей.

● Число ионов, рекомбинирующих за единицу времени в единице объема газа:

$$\dot{n}_r \quad rn^2, \qquad (3.4ж)$$

где r — коэффициент рекомбинации.

3.149. Длинный равномерно заряженный по поверхности цилиндр радиуса $a = 1{,}0$ см движется со скоростью $v = 10$ м/с вдоль своей оси. Напряженность электрического поля непосредственно у поверхности цилиндра $E = 0{,}9$ кВ/см. Найти ток, обусловленный механическим переносом заряда.

3.150. Воздушный цилиндрический конденсатор, подключенный к источнику напряжения $U = 200$ В, погружают в вертикальном положении в сосуд с дистиллированной водой со скоростью $v = 5{,}0$ мм/с. Зазор между обкладками конденсатора $d = 2{,}0$ мм, средний радиус обкладок $r = 50$ мм.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Имея в виду, что $d \ll r$, найти ток, текущий по подводящим проводам.

3.151. Найти сопротивление проволочного каркаса, имеющего форму куба (рис. 3.37), при включении его в цепь между точками:

а) *1*—*7*; б) *1*—*2*; в) *1*—*3*.

Сопротивление каждого ребра каркаса равно R.

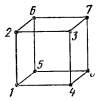


Рис. 3.37

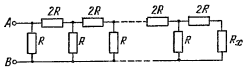


Рис. 3.38

3.152. При каком сопротивлении R_x в цепочке (рис. 3.38) сопротивление между точками A и B не зависит от числа ячеек?

3.153. На рис. 3.39 показана бесконечная цепь, образованная повторением одного и того же звена — сопротивлений $R_1=4{,}0$ Ом и $R_2=3{,}0$ Ом. Найти сопротивление между точками A и B.

3.154. Имеется безграничная проволочная сетка с квадратными ячейками (рис. 3.40). Сопротивление каждого проводника между соседними узлами равно R_0. Найти сопротивление R этой сетки между точками A и B.

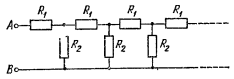


Рис. 3.39

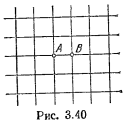


Рис. 3.40

Указание. Воспользоваться принципами симметрии и суперпозиции.

3.155. Однородная слабо проводящая среда с удельным сопротивлением ρ заполняет пространство между двумя коаксиальными идеально проводящими тонкими цилиндрами. Радиусы цилиндров a и b, причем $a<b$, длина каждого цилиндра l. Пренебрегая краевыми эффектами, найти сопротивление среды между цилиндрами.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.156. Металлический шар радиуса a окружен концентрической тонкой металлической оболочкой радиуса b. Пространство между этими электродами заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ. Найти сопротивление межэлектродного промежутка. Рассмотреть также случай $b \to \infty$.

3.157. Пространство между двумя проводящими концентрическими сферами, радиусы которых a и b ($a<b$), заполнено однородной слабо проводящей средой. Емкость такой системы равна C. Найти удельное сопротивление среды, если разность потенциалов между сферами, отключенными от внешнего напряжения, уменьшается в η раз за время Δt.

3.158. Два металлических шарика одинакового радиуса a находятся в однородной слабо проводящей среде с удельным сопротивлением ρ. Найти сопротивление среды между шариками при условии, что расстояние между ними значительно больше a.

3.159. Металлический шарик радиуса a находится на расстоянии l от безграничной идеально проводящей плоскости. Пространство вокруг шарика заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ. Найти для случая $a \ll l$:

а) плотность тока у проводящей плоскости как функцию расстояния r от шарика, если разность потенциалов между шариком и плоскостью равна U;

б) сопротивление среды между шариком и плоскостью.

3.160. Два длинных параллельных провода находятся в слабо проводящей среде с удельным сопротивлением ρ. Расстояние между осями проводов l, радиус сечения каждого провода a. Найти для случая $a \ll l$:

а) плотность тока в точке, равноудаленной от осей проводов на расстояние r, если разность потенциалов между проводами равна U;

б) сопротивление среды на единицу длины проводов.

3.161. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен стеклом с удельным сопротивлением $\rho = 100$ ГОм·м. Емкость конденсатора $C = 4{,}0$ нФ. Найти ток утечки через конденсатор при подаче на него напряжения $U = 2{,}0$ кВ.

3.162. Два проводника произвольной формы находятся в безграничной однородной слабо проводящей среде с удельным сопротивлением ρ и диэлектрической проницаемостью ε. Найти значение произведения RC для данной системы,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

где R — сопротивление среды между проводниками, C — взаимная емкость проводников при наличии среды.

3.163. Проводник с удельным сопротивлением ρ граничит с диэлектриком проницаемости ε. В точке A у поверхности проводника электрическая индукция равна D, причем вектор $\mathbf{D}$ направлен от проводника и составляет угол α с нормалью к поверхности. Найти поверхностную плотность зарядов на проводнике вблизи точки A и плотность тока в проводнике вблизи этой точки.

3.164. Зазор между пластинами плоского конденсатора заполнен неоднородной слабо проводящей средой, удельная проводимость которой изменяется в направлении, перпендикулярном к пластинам, по линейному закону от σ_1=1,0 пСм/м до σ_2=2,0 пСм/м. Площадь каждой пластины S=230 см², ширина зазора d=2,0 мм. Найти ток через конденсатор при напряжении на нем U=300 В.

3.165. Показать, что закон преломления линий постоянного тока на границе раздела двух проводящих сред имеет вид $\operatorname{tg}\alpha_2/\operatorname{tg}\alpha_1=\sigma_2/\sigma_1$, где σ_1 и σ_2 — проводимости сред, α_2 и α_1 — углы между линиями тока и нормалью к поверхности раздела данных сред.

3.166. Два цилиндрических проводника одинакового сечения, но с разными удельными сопротивлениями ρ_1 = =84 нОм·м и ρ_2=50 нОм·м, прижаты торцами друг к другу. Найти заряд на границе раздела данных проводников, если в направлении от проводника *1* к проводнику *2* течет ток I=50 А.

3.167. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен последовательно двумя диэлектрическими слоями *1* и *2* толщиной d_1 и d_2, с проницаемостями ε_1 и ε_2 и удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2. Конденсатор находится под постоянным напряжением U, причем электрическое поле направлено от слоя *1* к слою *2*. Найти σ — поверхностную плотность сторонних зарядов на границе раздела диэлектрических слоев и условие, при котором σ=0.

3.168. Между пластинами *1* и *2* плоского конденсатора находится неоднородная слабо проводящая среда. Ее диэлектрическая проницаемость и удельное сопротивление изменяются от значений ε_1, ρ_1 у пластины *1* до значений ε_2, ρ_2 у пластины *2*. Конденсатор подключен к постоянному напряжению, и через него течет установившийся ток *I* от пластины *1* к пластине *2*. Найти суммарный сторонний заряд в данной среде.

3.169. Длинный проводник круглого сечения радиуса a сделан из материала, удельное сопротивление которого

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

зависит только от расстояния r до оси проводника по закону $\rho=\alpha/r^2$, где α — постоянная. Найти:

а) сопротивление единицы длины такого проводника;

б) напряженность электрического поля в проводнике, при которой по нему будет протекать ток I

3.170. Конденсатор емкости $C=400$ пФ подключили через сопротивление $R=650$ Ом к источнику постоянного напряжения U_0. Через сколько времени напряжение на конденсаторе станет $U=0{,}90\,U_0$?

3.171. Конденсатор, заполненный диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon=2{,}1$, теряет за время $\tau=3{,}0$ мин половину сообщенного ему заряда. Считая, что утечка заряда происходит только через диэлектрическую прокладку, найти ее удельное сопротивление.

3.172. Цепь состоит из источника постоянной э.д.с. $\mathscr{E}$ и последовательно подключенных к нему сопротивления R и конденсатора емкости C. Внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало. В момент $t=0$ емкость конденсатора быстро (скачком) уменьшили в η раз. Найти ток в цепи как функцию времени t.

3.173. Амперметр и вольтметр подключили последовательно к батарее с э.д.с $\mathscr{E}=6{,}0$ В. Если параллельно вольтметру подключить некоторое сопротивление, то показание вольтметра уменьшается в $\eta=2{,}0$ раза, а показание амперметра во столько же раз увеличивается. Найти показание вольтметра после подключения сопротивления.

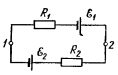


Рис. 3.41

3.174. Найти разность потенциалов $\varphi_1-\varphi_2$ между точками *1* и *2* схемы (рис. 3.41), если $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом, $\mathscr{E}_1=5$ В и $\mathscr{E}_2=2{,}0$ В. Внутренние сопротивления источников тока пренебрежимо малы.

3.175. Два последовательно соединенных одинаковых источника э.д.с. имеют различные внутренние сопротивления R_1 и R_2, причем $R_2>R_1$. Найти внешнее сопротивление R, при котором разность потенциалов на клеммах одного из источников (какого именно?) равна нулю.

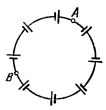


Рис. 3.42

3.176. Источники тока с различными э.д.с. соединены, как показано на рис. 3.42. Э.д.с. источников пропорциональны их внутренним сопротивлениям: $\mathscr{E}=\alpha R$, где α — постоянная. Сопротивление проводов пренебрежимо мало. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) ток в цепи;

б) разность потенциалов между точками A и B.

3.177. Резистор с сопротивлением R и нелинейное сопротивление, вольт-амперная характеристика которого имеет вид $U=a\sqrt{I}$, где a — постоянная, соединены последовательно и подключены к источнику напряжения U_0. Найти ток в цепи.

3.178. На рис. 3.43 показана вольт-амперная характеристика разрядного промежутка дугового разряда. Найти максимальное сопротивление резистора, соединенного последовательно с дугой, при котором дуга еще будет гореть, если эту систему подключить к напряжению $U_0=85$ В.

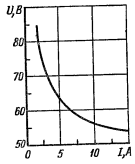


Рис. 3.43

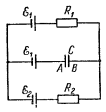


Рис. 3.44

3.179. В схеме (рис. 3.44) $\mathscr{E}_1=1{,}0$ В, $\mathscr{E}_2=2{,}5$ В, $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Найти разность потенциалов $\varphi_A-\varphi_B$ между обкладками конденсатора C.

3.180. В схеме (рис. 3.45) $\mathscr{E}=5{,}0$ В, $R_1=4{,}0$ Ом, $R_2=6{,}0$ Ом. Внутреннее сопротивление источника $R=0{,}10$ Ом. Найти токи, текущие через сопротивления R_1 и R_2.

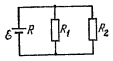


Рис. 3.45

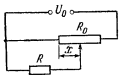


Рис. 3.46

3.181. На рис. 3.46 показана схема потенциометра, с помощью которого можно менять напряжение U, подаваемое на некоторый прибор с сопротивлением R. Потенциометр имеет длину l, сопротивление R_0 и находится под напряже-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

нием U_0. Найти напряжение U как функцию длины x. Исследовать отдельно случай $R \gg R_0$.

3.182. Найти э.д.с. и внутреннее сопротивление источника, эквивалентного двум параллельно соединенным элементам с э.д.с. $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$ и внутренними сопротивлениями R_1 и R_2.

3.183. Найти значение и направление тока через сопротивление R в схеме (рис. 3.47), если $\mathscr{E}_1=1{,}5$ В, $\mathscr{E}_2=3{,}7$ В, $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом и $R=5{,}0$ Ом. Внутренние сопротивления источников тока пренебрежимо малы.

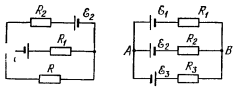


Рис. 3.47

Рис. 3.48

3.184. В схеме (рис. 3.48) $\mathscr{E}_1=1{,}5$ В, $\mathscr{E}_2=2{,}0$ В, $\mathscr{E}_3=2{,}5$ В, $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом, $R_3=30$ Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Найти:

а) ток через сопротивление R_1;

б) разность потенциалов $\varphi_A-\varphi_B$ между точками A и B.

3.185. Найти ток через сопротивление R в схеме (рис. 3.49). Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы.

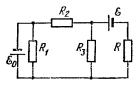


Рис. 3.49

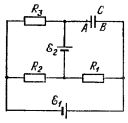


Рис. 3.50

3.186. Найти разность потенциалов $\varphi_A-\varphi_B$ между обкладками конденсатора C схемы (рис. 3.50), если $\mathscr{E}_1=4{,}0$ В, $\mathscr{E}_2=1{,}0$ В, $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом, $R_3=30$ Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.187. Найти ток через сопротивление R_1 участка цепи (рис. 3.51), если $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом, $R_3=30$ Ом и потенциалы точек *1*, *2*, *3* равны $\varphi_1=10$ В, $\varphi_2=6$ В, $\varphi_3=5$ В.

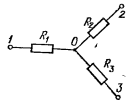


Рис. 3.51

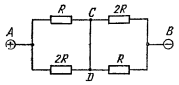


Рис. 3.52

3.188. Между точками A и B цепи (рис. 3.52) поддерживают напряжение $U=20$ В. Найти ток и его направление в участке CD, если $R=5{,}0$ Ом.

3.189. В схеме (рис. 3.53) найти сопротивление между точками A и B, если $R=100$ Ом и $r=50{,}0$ Ом.

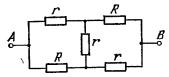


Рис. 3.53

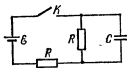


Рис. 3.54

3.190. Найти зависимость от времени напряжения на конденсаторе C (рис. 3.54) после замыкания в момент $t=0$ ключа K.

3.191. Сколько тепла выделится в спирали с сопротивлением $R=75$ Ом при прохождении через нее количества электричества $q=100$ Кл, если ток в спирали:

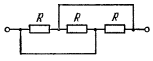


Рис. 3.55

а) равномерно убывал до нуля в течение $\Delta t=50$ с;

б) монотонно убывал до нуля так, что через каждые $\Delta t=2{,}0$ с он уменьшался вдвое?

3.192. К источнику постоянного тока с внутренним сопротивлением R_0 подключили три одинаковых сопротивления R, соединенных между собой, как показано на рис. 3.55. При каком значении R тепловая мощность, выделяемая на этом участке, будет максимальна?

3.193. Убедиться, что распределение тока в параллельно соединенных сопротивлениях R_1 и R_2 соответст-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

вует минимуму выделяемой на этом участке тепловой мощности.

3.194. Аккумулятор с э.д.с. $\mathscr{E}=2{,}6$ В, замкнутый на внешнее сопротивление, дает ток $I=1{,}0$ А. При этом разность потенциалов между полюсами аккумулятора $U=2{,}0$ В. Найти тепловую мощность, выделяемую в аккумуляторе, и мощность, которую развивают в нем электрические силы.

3.195. Электромотор постоянного тока подключили к напряжению U. Сопротивление обмотки якоря равно R. При каком значении тока через обмотку полезная мощность мотора будет максимальной? Чему она равна? Каков при этом к.п.д. мотора?

3.196. На сколько процентов уменьшился диаметр нити накала вследствие испарения, если для поддержания прежней температуры пришлось повысить напряжение на $\eta=1{,}0\%$? Считать, что теплоотдача нити в окружающее пространство пропорциональна площади ее поверхности.

3.197. Имеется проводник, у которого известны сопротивление R, не зависящее от температуры, и общая теплоемкость C. В момент $t=0$ его подключили к постоянному напряжению U Найти зависимость от времени температуры T проводника, считая, что тепловая мощность, отдаваемая им в окружающее пространство, $q=k(T-T_0)$, где k — постоянная, T_0 — температура окружающей среды (она же и температура проводника в начальный момент).

3.198. Лампочку, параллельно соединенную с сопротивлением $R=2{,}0$ Ом, подключили к источнику с э.д.с. $\mathscr{E}=15$ В и внутренним сопротивлением $R_i=3{,}0$ Ом. Найти мощность, выделяющуюся на лампочке, если зависимость тока от напряжения на ней имеет вид, показанный на рис. 3.56.

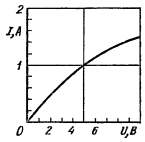


Рис. 3.56

3.199. В схеме (рис. 3.57) $R_1=20$ Ом и $R_2=30$ Ом. При каком сопротивлении R_x выделяемая на нем тепловая мощность практически не будет зависеть от малых изменений этого сопротивления? Напряжение между точками A и B постоянное

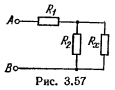


Рис. 3.57

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.200. В схеме (рис. 3.58) заданы R_1 и R_2, а также $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. При каком сопротивлении R выделяемая на нем тепловая мощность будет максимальной? Чему она равна?

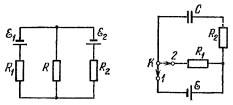


Рис. 3.58

Рис. 3.59

3.201. Конденсатор емкости C=5,00 мкФ подключили к источнику постоянной э.д.с. $\mathscr{E}$=200 В (рис. 3.59). Затем переключатель K перевели с контакта 1 на контакт 2. Найти количество тепла, выделившееся на сопротивлении R_1=500 Ом, если R_2=330 Ом.

3.202. Между обкладками плоского конденсатора помещена параллельно им металлическая пластинка, толщина которой составляет η=0,60 расстояния между обкладками Емкость конденсатора в отсутствие пластинки C= =20 нФ. Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения U=100 В. Пластинку медленно извлекли из конденсатора. Найти:

а) приращение энергии конденсатора;

б) механическую работу, затраченную на извлечение пластинки.

3.203. Стеклянная пластинка целиком заполняет зазор между обкладками плоского конденсатора, емкость которого в отсутствие пластинки C=20 нФ. Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения U=100 В. Пластинку медленно (без трения) извлекли из зазора. Найти приращение энергии конденсатора и механическую работу, совершенную против электрических сил при извлечении пластинки

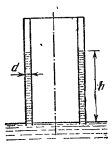


Рис. 3.60

3.204. Цилиндрический конденсатор, подключенный к источнику постоянного напряжения U, упирается своим торцом в поверхность воды (рис. 3.60). Расстояние d между обкладками конденсатора значительно меньше их среднего

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

радиуса. Найти высоту h, на которой установится уровень воды между обкладками конденсатора. Капиллярными явлениями пренебречь.

3.205. Радиусы обкладок сферического конденсатора равны a и b, причем $a<b$. Пространство между обкладками заполнено однородным веществом с диэлектрической проницаемостью ε и удельным сопротивлением ρ. Первоначально конденсатор не заряжен. В момент $t=0$ внутренней обкладке сообщили заряд q_0. Найти:

а) закон изменения во времени заряда на внутренней обкладке;

б) количество тепла, выделившегося при растекании заряда.

3.206. Обкладкам конденсатора емкости $C=2{,}00$ мкФ сообщили разноименные заряды $q_0=1{,}00$ мКл. Затем обкладки замкнули через сопротивление $R=5{,}0$ МОм. Найти:

а) заряд, прошедший через это сопротивление за $\tau=2{,}00$ с;

б) количество тепла, выделившееся в сопротивлении за то же время.



Рис. 3.61

3.207. В схеме, показанной на рис. 3.61, один конденсатор зарядили до напряжения U_0 и в момент $t=0$ замкнули ключ K. Найти:

а) ток I в цепи как функцию времени t;

б) количество выделившегося тепла, зная зависимость $I(t)$.

3.208. Катушка радиуса $r=25$ см, содержащая $l=500$ м тонкого медного провода, вращается с угловой скоростью $\omega=300$ рад/с вокруг своей оси. Через скользящие контакты катушка подключена к баллистическому гальванометру. Общее сопротивление всей цепи $R=21$ Ом. Найти удельный заряд носителей тока в меди, если при резком затормаживании катушки через гальванометр проходил заряд $q=10$ нКл.

3.209. Найти суммарный импульс электронов в прямом проводе длины $l=1000$ м, по которому течет ток $I=70$ А.

3.210. По медному проводу течет ток плотности $j=1{,}0$ А/мм². Считая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон, оценить, какой путь пройдет электрон, переместившись вдоль провода на расстояние $l=10$ мм.

3.211. По прямому медному проводу длины $l=1000$ м и сечением $S=1{,}0$ мм² течет ток $I=4{,}5$ А. Считая, что на

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

каждый атом меди приходится один свободный электрон, найти:

а) время, за которое электрон переместится от одного конца провода до другого;

б) сумму электрических сил, действующих на все свободные электроны в данном проводе.

3.212. Однородный пучок протонов, ускоренных разностью потенциалов $U=600$ кВ, имеет круглое сечение радиуса $r=5{,}0$ мм. Найти напряженность электрического поля на поверхности пучка и разность потенциалов между поверхностью и осью пучка при токе $I=50$ мА.

3.213. Две большие параллельные пластины находятся в вакууме. Одна из пластин служит катодом — источником электронов, начальная скорость которых пренебрежимо мала. Электронный поток, направленный к противоположной пластине, создает в пространстве объемный заряд, вследствие чего потенциал в зазоре между пластинами меняется по закону $\varphi=ax^{4/3}$, где a — положительная постоянная, x — расстояние от катода. Найти:

а) плотность пространственного заряда в зависимости от x;

б) плотность тока.

3.214. Воздух между двумя параллельными пластинами, отстоящими друг от друга на расстояние $d=20$ мм, ионизируют рентгеновским излучением. Площадь каждой пластины $S=500$ см². Найти концентрацию положительных ионов, если при напряжении $U=100$ В между пластинами идет ток $I=3{,}0$ мкА, значительно меньший тока насыщения. Подвижность ионов воздуха $u_0^+=1{,}37$ см²/(В·с) и $u_0^-=1{,}91$ см²/(В·с).

3.215. Газ ионизируют непосредственно у поверхности плоского электрода *1* (рис. 3.62), отстоящего от электрода *2* на расстояние l. Между электродами приложили переменное напряжение, изменяющееся со временем t по закону $U=U_0 \sin \omega t$. Уменьшая частоту ω, обнаружили, что гальванометр Γ показывает ток только при $\omega<\omega_0$, где ω_0 — некоторая граничная частота. Найти подвижность ионов, достигающих при этих условиях электрода *2*.

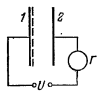


Рис. 3.62

3.216. Воздух между двумя близко расположенными пластинами равномерно ионизируют ультрафиолетовым излучением. Объем воздуха между пластинами $V=500$ см³, наблюдаемый ток насыщения $I_{\text{нас}}=0{,}48$ мкА. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) число пар ионов, создаваемых ионизатором за единицу времени в единице объема;

б) равновесную концентрацию пар ионов, если коэффициент рекомбинации ионов воздуха $r=1{,}67\cdot10^{-6}$ см^3/с.

3.217. Длительно действовавший ионизатор, создававший за единицу времени в единице объема воздуха число пар ионов $\dot{n}_i=3{,}5\cdot10^9$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$, был выключен. Считая, что единственным процессом потери ионов в воздухе является рекомбинация с коэффициентом $r=1{,}67\cdot10^{-6}$ см^3/с, найти, через какое время после выключения ионизатора концентрация ионов уменьшится в $\eta=2{,}0$ раза.

3.218. Плоский воздушный конденсатор, расстояние между пластинами которого $d=5{,}0$ мм, зарядили до $U=90$ В и отключили от источника напряжения. Найти время, за которое напряжение на конденсаторе уменьшится на $\eta=1{,}0$ %, имея в виду, что в воздухе при обычных условиях в среднем образуется за единицу времени в единице объема число пар ионов $\dot{n}_i=5{,}0$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$ и что данное напряжение соответствует току насыщения.

3.219. Между двумя плоскими пластинами конденсатора, отстоящими друг от друга на расстояние d, находится газ. Одна из пластин эмиттирует ежесекундно ν_0 электронов, которые, двигаясь в электрическом поле, ионизируют молекулы газа так, что каждый электрон создает на единице длины пути α новых электронов (и ионов). Найти электронный ток у противоположной пластины, пренебрегая ионизацией молекул газа ионами.

3.220. Газ между пластинами конденсатора, отстоящими друг от друга на расстояние d, равномерно ионизируют ультрафиолетовым излучением так, что ежесекундно в единице объема создается $\dot{n}_i$ электронов. Последние, двигаясь в электрическом поле конденсатора, ионизируют молекулы газа, причем каждый электрон создает на единице длины своего пути α новых электронов (и ионов). Пренебрегая ионизацией ионами, найти плотность электронного тока у пластины с бо́льшим потенциалом.

3.5. Постоянное магнитное поле. Магнетики

● Магнитное поле точечного заряда q, движущегося с нерелятивистской скоростью $\mathbf{v}$:

$$\mathbf{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q[\mathbf{vr}]}{r^3}. \qquad (3.5a)$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Закон Био—Савара:

$$d\mathbf{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\mathbf{j}\mathbf{r}]}{r^3}dV,\quad d\mathbf{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\mathbf{l},\,\mathbf{r}]}{r^3}. \tag{3.5б}$$

● Циркуляция вектора **B** (в вакууме) и теорема Гаусса для него:

$$\oint \mathbf{B}\,d\mathbf{r}=\mu_0 I,\quad \oint \mathbf{B}\,d\mathbf{S}=0. \tag{3.5в}$$

● Сила Лоренца:

$$\mathbf{F}=q\mathbf{E}+q\,[\mathbf{v}\mathbf{B}]. \tag{3.5г}$$

● Сила Ампера:

$$d\mathbf{F}=[\mathbf{j}\mathbf{B}]\,dV,\quad d\mathbf{F}=I\,[d\mathbf{l},\,\mathbf{B}]. \tag{3.5д}$$

● Сила и момент сил, действующие на магнитный диполь $\mathbf{p}_m=IS\mathbf{n}$:

$$\mathbf{F}=p_m\,\partial\mathbf{B}/\partial n,\quad \mathbf{N}=[\mathbf{p}_m\mathbf{B}], \tag{3.5е}$$

где $\partial\mathbf{B}/\partial n$ — производная вектора **B** по направлению диполя.

● Элементарная работа амперовых сил при перемещении контура с током:

$$\delta A=I\,d\Phi. \tag{3.5ж}$$

● Циркуляция намагниченности **J**:

$$\oint \mathbf{J}\,d\mathbf{r}=I', \tag{3.5з}$$

где I' — суммарный молекулярный ток.

● Вектор **H** и его циркуляция:

$$\mathbf{H}=\mathbf{B}/\mu_0-\mathbf{J},\quad \oint \mathbf{H}\,d\mathbf{r}=I, \tag{3.5и}$$

где I — алгебраическая сумма макроскопических токов.

● Условия на границе раздела двух магнетиков:

$$B_{1n}=B_{2n},\quad H_{1\tau}=H_{2\tau}. \tag{3.5к}$$

● Для магнетиков, у которых $\mathbf{J}=\chi\mathbf{H}$:

$$\mathbf{B}=\mu\mu_0\mathbf{H},\quad \mu=1+\chi. \tag{3.5л}$$

3.221. Точечный заряд движется со скоростью $v=900$ м/с. В некоторый момент в точке наблюдения P напряженность электрического поля этого заряда $E=600$ В/м, а между векторами **E** и **v** угол $\alpha=30°$. Найти индукцию B магнитного поля данного заряда в точке P в этот момент.

3.222. По круговому витку радиуса $R=100$ мм из тонкого провода циркулирует ток $I=1{,}00$ А. Найти магнитную индукцию:

а) в центре витка;

б) на оси витка в точке, отстоящей от его центра на $x=100$ мм.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.223. Ток I течет по тонкому проводнику, который имеет вид правильного n-угольника, вписанного в окружность радиуса R. Найти магнитную индукцию в центре данного контура. Исследовать полученное выражение при $n \to \infty$.

3.224. Найти индукцию магнитного поля в центре контура, имеющего вид прямоугольника, если его диагональ $d=16$ см, угол между диагоналями $\varphi=30°$ и ток в контуре $I=5{,}0$ А.

3.225. Ток $I=5{,}0$ А течет по тонкому замкнутому проводнику (рис. 3.63). Радиус изогнутой части проводника $R=120$ мм, угол $2\varphi=90°$. Найти магнитную индукцию в точке O.

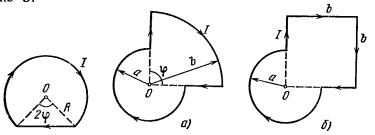


Рис. 3.63

Рис. 3.64

3.226. Найти индукцию магнитного поля в точке O контура с током I, который показан:

а) на рис. 3.64, *а*; радиусы a и b, а также угол φ известны;

б) на рис. 3.64, *б*; радиус a и сторона b известны.

3.227. Ток I течет вдоль длинной тонкостенной трубы радиуса R, имеющей по всей длине продольную прорезь ширины h. Найти индукцию магнитного поля внутри трубы, если $h \ll R$.

3.228. Ток $I=11{,}0$ А течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса $R=5{,}0$ см (рис. 3.65). Найти индукцию магнитного поля в точке O



Рис. 3.65

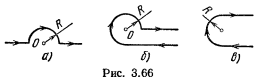


Рис. 3.66

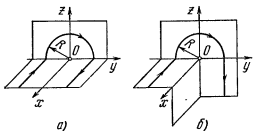
3.229. Определить индукцию магнитного поля в точке O если проводник с током I имеет вид, показанный:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) на рис. 3.66, *а*; б) на рис. 3.66, *б*; в) на рис. 3.66, *в*. Радиус изогнутой части проводника равен R, прямолинейные участки проводника предполагаются очень длинными.

3.230. Длинный проводник с током $I=5{,}0$ А изогнут под прямым углом. Найти магнитную индукцию в точке, которая отстоит от плоскости проводника на $l=35$ см и находится на перпендикуляре к проводникам, проходящем через точку изгиба.

3.231. Найти магнитную индукцию в точке O, если проводник с током $I=8{,}0$ А имеет вид, показанный а) на рис. 3.67, *а*; б) на рис. 3.67, *б*.



а) *б)*

Рис. 3.67

Радиус изогнутой части проводника $R=100$ мм, прямолинейные участки проводника очень длинные.

3.232. Определить индукцию магнитного поля тока, равномерно распределенного:

а) по плоскости с линейной плотностью $\mathbf{i}$;

б) по двум параллельным плоскостям с линейными плотностями $\mathbf{i}$ и $-\mathbf{i}$.

3.233. Однородный ток плотности j течет внутри неограниченной пластины толщины $2d$ параллельно ее поверхности. Найти индукцию магнитного поля этого тока как функцию расстояния x от средней плоскости пластины. Магнитную проницаемость всюду считать равной единице.

3.234. Постоянный ток I течет по длинному прямому проводу и далее растекается радиально-симметрично по проводящей плоскости, перпендикулярной к проводу. Найти индукцию магнитного поля во всех точках пространства.

3.235. Ток I течет по длинному прямому проводу и затем растекается равномерно по всем направлениям в однородной проводящей среде, как показано на рис. 3.68. Считая магнитную проницаемость среды равной единице, найти индукцию магнитного поля в точке A, отстоящей от точки O на расстояние r под углом ϑ.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.236. Имеется круговой виток с током I. Найти интеграл $\int \mathbf{B}\,d\mathbf{r}$ вдоль оси витка в пределах от $-\infty$ до $+\infty$. Объяснить полученный результат.

3.237. По однородному прямому проводу, радиус сечения которого R, течет постоянный ток плотности $\mathbf{j}$. Найти индукцию магнитного поля этого тока в точке, положение которой относительно оси провода определяется радиус-вектором $\mathbf{r}$. Магнитная проницаемость всюду $\mu=1$.

3.238. Внутри однородного длинного прямого провода круглого сечения имеется круглая длинная цилиндрическая полость, ось которой параллельна оси провода и смещена относительно последней на расстояние $\mathbf{l}$. По проводу течет постоянный ток плотности $\mathbf{j}$. Найти индукцию магнитного поля внутри полости. Рассмотреть, в частности, случай $\mathbf{l}=0$.

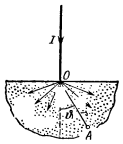


Рис. 3.68

3.239. Найти плотность тока как функцию расстояния r от оси аксиально-симметричного параллельного потока электронов, если индукция магнитного поля внутри потока зависит от r как $B=br^{\alpha}$, где b и α — положительные постоянные.

3.240. Однослойная катушка (соленоид) имеет длину l и радиус сечения R. Число витков на единицу длины n. Найти индукцию магнитного поля в центре катушки, если ток через нее равен I.

3.241. Очень длинный прямой соленоид имеет радиус сечения R и n витков на единицу длины. По соленоиду течет постоянный ток I. Пусть x — расстояние, отсчитываемое вдоль оси соленоида от его торца. Найти:

а) индукцию магнитного поля на оси как функцию x; изобразить примерный график зависимости индукции B от отношения x/R;

б) расстояние x_0 до точки на оси, в которой индукция поля отличается от B в глубине соленоида на $\eta=1\%$.

3.242. Обмоткой длинного прямого соленоида с радиусом сечения $R=2{,}5$ см служит тонкая лента-проводник шириной $h=2{,}0$ см, намотанная в один слой практически вплотную. По ленте течет ток $I=5{,}0$ А. Найти индукцию магнитного поля внутри и вне соленоида как функцию расстояния r от его оси.

3.243. На деревянный тороид малого поперечного се-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

чения намотано равномерно $N=2{,}5\cdot10^3$ витков провода, по которому течет ток I. Найти отношение η индукции магнитного поля внутри тороида к индукции в центре тороида.

3.244. Ток $I=10$ А течет по длинному прямому проводнику круглого сечения. Найти магнитный поток через одну из половин осевого сечения проводника в расчете на один метр его длины.

3.245. Имеется очень длинный прямой соленоид с током I. Площадь поперечного сечения соленоида S, число витков на единицу длины n. Найти поток вектора **B** через торец соленоида.

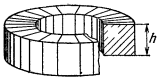


Рис. 3.69

3.246. На рис. 3.69 показан кольцевой соленоид прямоугольного сечения. Найти магнитный поток через это сечение, если ток в обмотке $I=1{,}7$ А, полное число витков $N=1000$, отношение внешнего диаметра к внутреннему $\eta=1{,}6$ и толщина $h=5{,}0$ см.

3.247. Найти магнитный момент тонкого кругового витка с током, если радиус витка $R=100$ мм и индукция магнитного поля в его центре $B=6{,}0$ мкТл.

3.248. Вычислить магнитный момент тонкого проводника с током $I=0{,}8$ А, плотно навитого на половину тора (рис. 3.70). Диаметр сечения тора $d=5{,}0$ см, число витков $N=500$.

3.249. Тонкий провод (с изоляцией) образует плоскую спираль из $N=100$ плотно расположенных витков, по которым течет ток

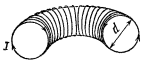
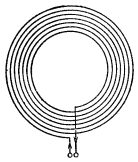


Рис. 3.70


Рис. 3.71

$I=8$ мА. Радиусы внутреннего и внешнего витков (рис. 3.71) $a=50$ мм, $b=100$ мм. Найти:

а) индукцию магнитного поля в центре спирали;

б) магнитный момент спирали при данном токе.

3.250. Непроводящий тонкий диск радиуса R, равномерно заряженный с одной стороны с поверхностной плот-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ностью σ, вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Найти:

а) индукцию магнитного поля в центре диска;

б) магнитный момент диска.

3.251. Непроводящая сфера радиуса R=50 мм, заряженная равномерно с поверхностной плотностью σ=10,0 мкКл/м², вращается с угловой скоростью ω=70 рад/с вокруг оси, проходящей через ее центр. Найти магнитную индукцию в центре сферы.

3.252. Заряд q равномерно распределен по объему однородного шара массы m и радиуса R, который вращается вокруг оси, проходящей через его центр, с угловой скоростью ω. Найти соответствующий магнитный момент и его отношение к механическому моменту.

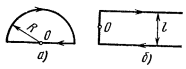
3.253. Длинный диэлектрический цилиндр радиуса R статически поляризован так, что во всех его точках поляризованность $\mathbf{P}=\alpha\mathbf{r}$, где α — положительная постоянная, $\mathbf{r}$ — расстояние от оси. Цилиндр привели во вращение вокруг его оси с угловой скоростью ω. Найти индукцию магнитного поля в центре цилиндра.

3.254. Два протона движутся параллельно друг другу с одинаковой скоростью v=300 км/с. Найти отношение сил магнитного и электрического взаимодействия данных протонов.

3.255. Найти модуль и направление силы, действующей на единицу длины тонкого проводника с током I=8,0 А в точке O, если проводник изогнут, как показано:

а) на рис. 3.72, *а*, и радиус закругления R=10 см;

б) на рис. 3.72, *б*, и расстояние между длинными параллельными друг другу участками проводника l=20 см.



а) *б)*

Рис. 3.72

3.256. Два длинных прямых взаимно перпендикулярных провода отстоят друг от друга на расстояние a. В каждом проводе течет ток I. Найти максимальное значение силы Ампера на единицу длины провода в этой системе.

3.257. Катушку с током I=10 мА поместили в однородное магнитное поле так, что ее ось совпала с направлением поля. Обмотка катушки однослойная из медного провода диаметром d=0,10 мм, радиус витков R=30 мм. При каком значении индукции внешнего поля обмотка катушки может быть разорвана?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.258. Медный провод сечением $S=2{,}5$ мм², согнутый в виде трех сторон квадрата, может поворачиваться вокруг горизонтальной оси OO' (рис. 3.73). Провод находится в однородном вертикально направленном магнитном поле. Найти индукцию поля, если при пропускании по данному проводу тока $I=16$ А угол отклонения $\theta=20°$.

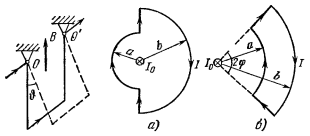


Рис. 3.73

Рис. 3.74

3.259. Замкнутый контур с током I находится в поле длинного прямого проводника с током I_0. Плоскость контура перпендикулярна к прямому проводнику. Найти момент сил Ампера, действующих на замкнутый контур, если он имеет вид:

а) как на рис. 3.74, *а*;

б) как на рис. 3.74, *б*.

Необходимые размеры системы указаны на рисунке.

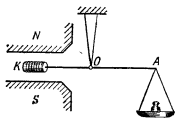


Рис. 3.75

3.260. Укрепленную на конце коромысла весов небольшую катушку K с числом витков $N=200$ поместили в зазор между полюсами магнита (рис. 3.75). Площадь сечения катушки $S=1{,}0$ см², длина плеча OA коромысла $l=30$ см. В отсутствие тока через катушку весы уравновешены. После того как через катушку пустили ток $I=22$ мА, для восстановления равновесия пришлось изменить груз на чаше весов на $\Delta m=60$ мг. Найти индукцию магнитного поля в месте нахождения катушки.

3.261. Квадратная рамка с током $I=0{,}90$ А расположена в одной плоскости с длинным прямым проводником, по которому течет ток $I_0=5{,}0$ А. Сторона рамки $a=8{,}0$ см. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на расстояние, которое в $\eta=1{,}5$ раза больше стороны рамки. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) амперову силу, действующую на рамку;

б) механическую работу, которую нужно совершить при медленном повороте рамки вокруг ее оси на 180°.

3.262. Два параллельных длинных провода с током I=6,0 А в каждом (токи направлены в одну сторону) удалили друг от друга так, что расстояние между ними стало в η=2,0 раза больше первоначального. Какую работу на единицу длины проводов совершили при этом силы Ампера?

3.263. Два длинных параллельных провода с пренебрежимо малым сопротивлением замкнуты с одного конца на сопротивление R, а с другого конца подключены к источнику постоянного напряжения. Расстояние между осями проводов в η=20 раз больше радиуса сечения каждого провода. При каком R сила взаимодействия между проводами обратится в нуль?

3.264. Постоянный ток I=14 А течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса R=5,0 см. Такой же ток течет в противоположном направлении по тонкому проводнику, расположенному на «оси» первого проводника (точка O на рис. 3.65). Найти силу магнитного взаимодействия данных проводников на единицу их длины.

3.265. Внутри длинного цилиндрического сосуда радиуса a параллельно его оси расположен проводящий стержень радиуса b с тонкой изоляцией. Расстояние между осями стержня и сосуда равно l. Сосуд заполнили электролитом и пустили вдоль оси ток I, возвращающийся обратно по стержню. Найти модуль и направление магнитной силы, действующей на единицу длины стержня.

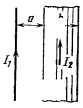


Рис. 3 76

3.266. По двум длинным тонким параллельным проводникам, вид которых показан на рис. 3.76, текут постоянные токи I_1 и I_2. Расстояние между проводниками a, ширина правого проводника b. Имея в виду, что оба проводника лежат в одной плоскости, найти силу магнитного взаимодействия между ними в расчете на единицу их длины.

3.267. Система состоит из двух параллельных друг другу плоскостей с токами, которые создают между плоскостями однородное магнитное поле с индукцией B. Вне этой области магнитное поле отсутствует. Найти магнитную силу, действующую на единицу поверхности каждой плоскости.

3.268. Проводящую плоскость с током поместили во внешнее однородное магнитное поле. В результате индук-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ция магнитного поля с одной стороны плоскости оказалась B_1, а с другой стороны B_2. Найти магнитную силу, действующую на единицу поверхности плоскости в случаях, показанных на рис. 3.77. Выяснить, куда направлен ток в плоскости в каждом случае.

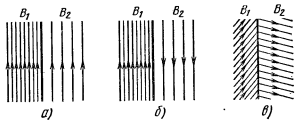


Рис. 3.77

3.269. В электромагнитном насосе для перекачки расплавленного металла участок трубы с металлом находится в одном магнитном поле с индукцией B (рис. 3.78). Через этот участок трубы в перпендикулярном к вектору **B** и оси трубы направлении пропускают равномерно распределенный ток I. Найти избыточное давление, создаваемое насосом при $B=0{,}10$ Тл, $I=100$ А и $a=2{,}0$ см.

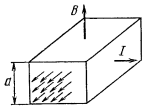


Рис. 3.78

3.270. Вдоль длинного тонкостенного круглого цилиндра радиуса $R=5{,}0$ см течет ток $I=50$ А. Какое давление испытывают стенки цилиндра?

3.271. Какое давление испытывает боковая поверхность длинного прямого соленоида, содержащего $n=20$ витков/см, когда по нему течет ток $I=20$ А?

3.272. Ток I течет по длинному однослойному соленоиду, радиус сечения которого $R=5{,}5$ см. Число витков на единицу длины соленоида $n=15$ см$^{-1}$. Найти предельную силу тока, при которой может наступить разрыв обмотки, если предельная нагрузка на разрыв проволоки обмотки $F_{пр}=100$ Н.

3.273. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого S и расстояние между ними d, поместили в поток проводящей жидкости с удельным сопротивлением ρ. Жидкость движется со скоростью v параллельно пластинам. Система находится в однородном магнитном поле

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

с индукцией B, причем вектор $\mathbf{B}$ параллелен пластинам и перпендикулярен к направлению потока. Пластины конденсатора замкнули на внешнее сопротивление R. Какая мощность выделяется на этом сопротивлении? При каком R выделяемая мощность будет максимальной? Чему она равна?

3.274. Вдоль медного прямого проводника круглого сечения радиуса $R=5{,}0$ мм течет ток $I=50$ А. Найти разность потенциалов между осью проводника и его поверхностью. Концентрация электронов проводимости у меди $n=0{,}9\times\times10^{29}$ см$^{-3}$.

3.275. При измерении эффекта Холла в натриевом проводнике напряженность поперечного поля оказалась $E=5{,}0$ мкВ/см при плотности тока $j=200$ А/см^2 и индукции магнитного поля $B=1{,}00$ Тл. Найти концентрацию электронов проводимости и ее отношение к концентрации атомов в данном проводнике.

3.276. Найти подвижность электронов проводимости в медном проводнике, если при измерении эффекта Холла в магнитном поле с индукцией $B=100$ мТл напряженность поперечного электрического поля у данного проводника оказалась в $\eta=3{,}1\cdot10^3$ раз меньше напряженности продольного электрического поля.

3.277. Небольшой виток с током находится на расстоянии r от длинного прямого проводника с током I. Магнитный момент витка равен $\mathbf{p}_m$. Найти модуль и направление силы, действующей на виток, если вектор $\mathbf{p}_m$:

а) параллелен прямому проводнику;

б) направлен по радиус-вектору $\mathbf{r}$;

в) совпадает по направлению с магнитным полем тока I в месте расположения витка.

3.278. Небольшая катушка с током, имеющая магнитный момент $\mathbf{p}_m$, находится на оси кругового витка радиуса R, по которому течет ток I. Найти модуль силы, действующей на катушку, если ее расстояние от центра витка равно x, а вектор $\mathbf{p}_m$ совпадает по направлению с осью витка.

3.279. Найти силу взаимодействия двух катушек с магнитными моментами $p_{1m}=4{,}0$ мА·м^2 и $p_{2m}=6{,}0$ мА·м^2, если их оси лежат на одной прямой и расстояние между катушками $l=20$ см значительно превышает их линейные размеры.

3.280. Постоянный магнит имеет форму достаточно тонкого диска, намагниченного вдоль его оси. Радиус диска $R=1{,}0$ см. Оценить значение молекулярного тока I', текущего по ободу диска, если индукция магнитного поля

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

на оси диска в точке, отстоящей на $x=10$ см от его центра, составляет $B=30$ мкТл.

3.281. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности однородного изотропного магнетика равна B, причем вектор **B** составляет угол α с нормалью к поверхности. Магнитная проницаемость магнетика μ. Найти индукцию B' магнитного поля в магнетике вблизи поверхности.

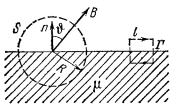


Рис. 3.79

3.282. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности магнетика равна B, и вектор **B** составляет угол ϑ с нормалью **n** к поверхности (рис. 3.79). Магнитная проницаемость магнетика μ. Найти:

а) поток вектора **H** через поверхность сферы S радиуса R, центр которой лежит на поверхности магнетика;

б) циркуляцию вектора **B** по квадратному контуру Γ со стороной l, расположенному, как показано на рисунке.

3.283. Постоянный ток I течет вдоль длинного однородного цилиндрического провода круглого сечения. Провод сделан из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ. Найти:

а) поверхностный молекулярный ток $I'_{\text{пов}}$;

б) объемный молекулярный ток $I'_{\text{об}}$.

Как эти токи направлены друг относительно друга?

3.284. Длинный соленоид заполнен неоднородным парамагнетиком, восприимчивость которого зависит только от расстояния r до оси соленоида как $\chi=ar^4$, где a — постоянная. На оси соленоида индукция магнитного поля равна B_0. Найти зависимость от r:

а) намагниченности магнетика $J(r)$;

б) плотности молекулярного тока $j'(r)$ внутри магнетика.

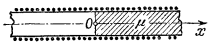


Рис. 3.80

3.285. Бесконечно длинный прямой соленоид с током «наполовину» заполнен парамагнетиком, как показано на рис. 3.80. Изобразить примерные графики магнитной

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

индукции B, напряженности H и намагниченности J на оси соленоида в зависимости от x.

3.286. Прямой бесконечно длинный проводник с током I лежит в плоскости раздела двух непроводящих сред с магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2. Найти модуль вектора индукции магнитного поля во всем пространстве в зависимости от расстояния r до провода. Иметь в виду, что линии вектора **B** являются окружностями с центром на оси проводника.

3.287. Круговой контур с током лежит на плоской границе раздела вакуума и магнетика. Проницаемость последнего равна μ. Найти индукцию **B** магнитного поля в произвольной точке на оси контура, если индукция поля в этой точке в отсутствие магнетика равна $\mathbf{B}_0$. Обобщить полученный результат на все поле.

3.288. Если шар из однородного магнетика поместить во внешнее однородное магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}_0$, он намагнитится однородно. Найти индукцию **B** внутри шара с магнитной проницаемостью μ, имея в виду, что в случае однородно намагниченного шара магнитное поле внутри него является однородным и его напряженность $\mathbf{H}' = -\mathbf{J}/3$, где **J** — намагниченность.

3.289. На постоянный магнит, имеющий форму цилиндра длины l=15 см, намотали равномерно N=300 витков тонкого провода. При пропускании по нему тока I=3,0 А поле вне магнита исчезло. Найти коэрцитивную силу H_c материала магнита.

3.290. Постоянный магнит имеет вид кольца с узким зазором между полюсами. Средний диаметр кольца d=20 см. Ширина зазора b=2,0 мм, индукция магнитного поля в зазоре B=40 мТл. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти модуль напряженности магнитного поля внутри магнита.

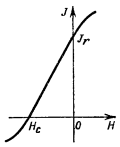


Рис. 3.81

3.291. Постоянный магнит имеет вид кольца с узким поперечным зазором шириной b=2,5 мм. Средний радиус кольца a=5,0 см. Остаточная намагниченность материала магнита J_r=1000 кА/м, его коэрцитивная сила H_c=25 кА/м. Считая, что зависимость $J(H)$ на участке от H_c до O (рис. 3.81) является линейной и рассеяния магнитного поля на краях зазора нет, найти индукцию магнитного поля в зазоре.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.292. На железном сердечнике в виде тора со средним радиусом $R=250$ мм имеется обмотка с общим числом витков $N=1000$. В сердечнике сделана поперечная прорезь шириной $b=1{,}00$ мм. При токе $I=0{,}85$ А через обмотку индукция магнитного поля в зазоре $B=0{,}75$ Тл. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти магнитную проницаемость железа в этих условиях.

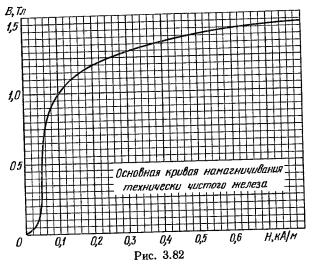


Рис. 3.82

3.293. На рис. 3.82 показана основная кривая намагничивания технически чистого железа. Построить с помощью этого графика кривую зависимости магнитной проницаемости μ от напряженности H магнитного поля. При каком значении H проницаемость максимальна? Чему равно $\mu_{макс}$?

3.294. Тонкое железное кольцо со средним диаметром $d=50$ см несет на себе обмотку из $N=800$ витков с током $I=3{,}0$ А. В кольце имеется поперечная прорезь шириной $b=2{,}0$ мм. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти с помощью графика (см. рис. 3.82) магнитную проницаемость железа в этих условиях.

3.295. Длинный тонкий цилиндрический стержень из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ и площадью поперечного сечения S расположен вдоль оси катушки с током. Один конец стержня находится в центре катушки, где индукция магнитного поля равна B, а другой конец — в области, где магнитное поле практически

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

отсутствует. С какой силой катушка действует на стержень?

3.296. В установке (рис. 3.83) измеряют с помощью весов силу, с которой парамагнитный шарик объема $V = 41$ мм^3 притягивается к полюсу электромагнита M. Индукция магнитного поля на оси полюсного наконечника зависит от высоты x как $B = B_0 \exp(-ax^2)$, где $B_0 = 1{,}50$ Тл, $a = 100$ м$^{-2}$. Найти:

а) на какой высоте x_m надо поместить шарик, чтобы сила притяжения была максимальной;

б) магнитную восприимчивость парамагнетика, если максимальная сила притяжения $F_{макс} = 160$ мкН.



Рис. 3.83

3.297. Небольшой шарик объема V из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ медленно переместили вдоль оси катушки с током из точки, где индукция магнитного поля равна B, в область, где магнитное поле практически отсутствует. Какую при этом совершили работу против магнитных сил?

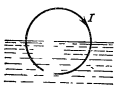


Рис. 3.84

3.298. Длинный прямой соленоид, содержащий n витков на единицу длины, погрузили наполовину в парамагнитную жидкость (рис. 3.84). Найти магнитную силу, действующую на единицу поверхности жидкости, если ее магнитная восприимчивость равна χ и через соленоид течет ток I. Куда эта сила направлена?

3.6. Электромагнитная индукция. Уравнения Максвелла

● Закон электромагнитной индукции Фарадея:

$$\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt. \qquad (3.6а)$$

● В случае соленоида и тороида:

$$\Phi = N\Phi_1, \qquad (3.6б)$$

где N — число витков, Φ_1 — магнитный поток через каждый виток.

Индуктивность соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V. \qquad (3.6в)$$

● Собственная энергия тока и взаимная энергия двух токов:

$$W = LI^2/2, \quad W_{12} = L_{12} I_1 I_2. \qquad (3.6г)$$

● Объемная плотность энергии магнитного поля:

$$w = B^2/2\mu\mu_0 = \mathbf{BH}/2. \qquad (3.6д)$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Плотность тока смещения:

$$\mathbf{j}_{\text{см}} = \partial \mathbf{D}/\partial t. \qquad (3.6е)$$

● Уравнения Максвелла в дифференциальной форме:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \qquad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \partial \mathbf{D}/\partial t, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \qquad (3.6ж)$$

где $\nabla \times \equiv \text{rot}$ (ротор) и $\nabla \cdot \equiv \text{div}$ (дивергенция).

● Плотность потока электромагнитной энергии (вектор Пойнтинга) и объемная плотность энергии электромагнитного поля:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{EH}], \quad w = \mathbf{ED}/2 + \mathbf{BH}/2. \qquad (3.6з)$$

● Формулы преобразования полей при переходе от K-системы отсчета к движущейся по отношению к ней со скоростью $\mathbf{v}_0$ K'-системе.

При $v_0 \ll c$

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + [\mathbf{v}_0\mathbf{B}], \quad \mathbf{B}' = \mathbf{B} - [\mathbf{v}_0\mathbf{E}]/c^2. \qquad (3.6и)$$

В общем случае

$$\mathbf{E}'_{\parallel} = \mathbf{E}_{\parallel}, \quad \mathbf{B}'_{\parallel} = \mathbf{B}_{\parallel}, \qquad \mathbf{E}'_{\perp} = \frac{\mathbf{E}_{\perp} + [\mathbf{v}_0\mathbf{B}]}{\sqrt{1-(v_0/c)^2}}, \quad \mathbf{B}'_{\perp} = \frac{\mathbf{B}_{\perp} - [\mathbf{v}_0\mathbf{E}]/c^2}{\sqrt{1-(v_0/c)^2}}, \qquad (3.6к)$$

где символами $\parallel$ и $\perp$ отмечены составляющие полей, параллельные и перпендикулярные к вектору $\mathbf{v}_0$.

● Инварианты электромагнитного поля:

$$\mathbf{EB} = \text{inv}, \quad E^2 - c^2B^2 = \text{inv}. \qquad (3.6л)$$

3.299. Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией B (рис. 3.85). Верхнюю часть контура — провод

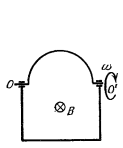


Рис. 3.85

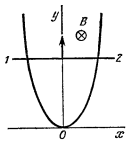


Рис. 3.86

в виде полуокружности радиуса a — вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси OO'. В момент $t=0$ магнитный поток через контур максимальный. Найти э.д.с. индукции в контуре как функцию времени t.

3.300. Провод, имеющий форму параболы $y=kx^2$, находится в однородном магнитном поле с индукцией B

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

(рис. 3.86). Из вершины параболы в момент $t=0$ начали перемещать перемычку 12. Найти э.д.с. индукции в образовавшемся контуре как функцию y, если перемычку перемещают:

а) с постоянной скоростью v;

б) с постоянным ускорением a, причем в момент $t=0$ скорость перемычки была равна нулю.

3.301. Металлический диск радиуса $a=25$ см вращают с постоянной угловой скоростью $\omega=130$ рад/с вокруг его оси. Найти разность потенциалов между центром и ободом диска, если:

а) внешнего магнитного поля нет;

б) имеется перпендикулярное к диску внешнее однородное магнитное поле с индукцией $B=5{,}0$ мТл.

3.302. Длинный прямой проводник с током I и П-образный проводник с подвижной перемычкой расположены в одной плоскости (рис. 3.87). Перемычку, длина которой l, перемещают вправо с постоянной скоростью v. Найти э.д.с. индукции в контуре как функцию расстояния r.

3.303. Квадратная рамка со стороной a и длинный прямой провод с током I находятся в одной плоскости (рис. 3.88). Рамку поступательно перемещают вправо с постоянной скоростью v. Найти э.д.с. индукции в рамке как функцию расстояния x.

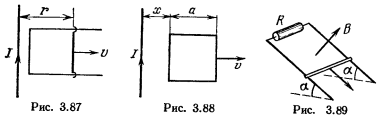


Рис. 3.87 Рис. 3.88 Рис. 3.89

3.304. По двум гладким медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести медная перемычка массы m (рис. 3.89). Шины замкнуты на сопротивление R. Расстояние между шинами l. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B, перпендикулярном к плоскости, в которой перемещается перемычка Сопротивления шин, перемычки и скользящих контактов, а также самоиндукция контура пренебрежимо малы. Найти установившуюся скорость перемычки.

3.305. Система отличается от рассмотренной в предыдущей задаче (см. рис. 3.89) лишь тем, что вместо сопротив-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ления R к концам шин подключен конденсатор емкости C Найти ускорение перемычки.

3.306. В системе, рассмотренной в задаче 3.299 (см. рис. 3.85), сопротивление контура равно R. Пренебрегая магнитным полем индукционного тока, найти среднюю за период вращения тепловую мощность, выделяемую в контуре.

3.307. Круговой контур, имеющий площадь S и сопротивление R, вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг его диаметра, который перпендикулярен к однородному магнитному полю с индукцией B. Пренебрегая магнитным полем индукционного тока, найти, каким моментом силы $N(t)$ надо действовать на контур в этих условиях. В момент $t=0$ плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля.

3.308. Между полюсами электромагнита находится небольшая катушка, ось которой совпадает с направлением магнитного поля. Площадь поперечного сечения катушки $S=3{,}0$ мм^2, число витков $N=60$. При повороте катушки на 180° вокруг ее диаметра через подключенный к ней баллистический гальванометр протекает заряд $q=4{,}5$ мкКл. Найти модуль индукции магнитного поля между полюсами, если сопротивление электрической цепи $R=40$ Ом.

3.309. Квадратная проволочная рамка со стороной a и прямой проводник с постоянным током I лежат в одной плоскости (рис. 3.90). Сопротивление рамки R. Ее повернули на 180° вокруг оси OO', отстоящей от проводника с током на расстояние b. Найти количество электричества, протекшее в рамке.

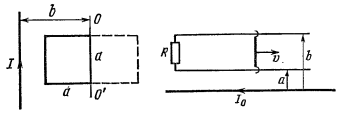


Рис. 3.90

Рис. 3.91

3.310. На расстояниях a и b от длинного прямого проводника с постоянным током I_0 расположены два параллельных ему провода, замкнутых на одном конце сопротивлением R (рис. 3.91). По проводам без трения перемещают с постоянной скоростью v стержень-перемычку. Пренебре-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

гая сопротивлением проводов, стержня и скользящих контактов, а также индуктивностью контура, найти:

а) значение и направление индукционного тока в стержне;

б) силу, необходимую для поддержания постоянства скорости.

3.311. Проводник *12* массы m скользит без трения по двум длинным проводящим рельсам, расположенным на расстоянии l друг от друга (рис. 3.92). На левом конце рельсы замкнуты сопротивлением R. Система находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B. В момент $t=0$ стержню *12* сообщили вправо начальную скорость v_0. Пренебрегая сопротивлением рельсов и стержня *12*, а также самоиндукцией, найти:

а) расстояние, пройденное стержнем до остановки;

б) количество тепла, выделенное при этом на сопротивлении.

3.312. По П-образному проводнику, расположенному в горизонтальной плоскости, может скользить без трения

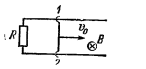


Рис. 3.92



Рис. 3.93

перемычка *12* (рис. 3.93). Последняя имеет длину l, массу m и сопротивление R. Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией B. В момент $t=0$ на перемычку стали действовать постоянной горизонтальной силой F, и перемычка начала перемещаться вправо. Найти зависимость от t скорости перемычки. Самоиндукция и сопротивление П-образного проводника пренебрежимо малы.

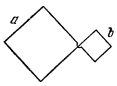


Рис. 3.94

3.313. Плоский контур (рис. 3.94), имеющий вид двух квадратов со сторонами $a=20$ см и $b=10$ см, находится в однородном магнитном поле, перпендикулярном к его плоскости. Индукция поля меняется во времени по закону $B=B_0 \sin \omega t$, где $B_0=10$ мТл и $\omega=100$ с$^{-1}$. Найти амплитуду индукционного тока в контуре, если сопротивление единицы длины его $\rho=50$ мОм/м. Индуктивностью контура пренебречь.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.314. Плоская спираль с очень большим числом витков N, плотно прилегающих друг к другу, находится в однородном магнитном поле, перпендикулярном к плоскости спирали. Наружный радиус витков спирали равен a. Индукция поля изменяется во времени по закону $B=B_0 \sin \omega t$, где B_0 и ω — постоянные. Найти амплитудное значение э.д.с. индукции в спирали.

3.315. П-образный проводник находится в однородном магнитном поле, перпендикулярном к плоскости проводника и изменяющемся со скоростью $\dot{B}=0{,}10$ Тл/с. Вдоль параллельных сторон этого проводника перемещают без начальной скорости проводник-перемычку с ускорением $a=10$ см/с². Длина перемычки $l=20$ см. Найти э.д.с индукции в контуре через $t=2{,}0$ с после начала перемещения, если в момент $t=0$ площадь контура и индукция магнитного поля равны нулю.

3.316. Внутри длинного соленоида находится катушка из N витков с площадью поперечного сечения S. Катушку поворачивают с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси, совпадающей с ее диаметром и перпендикулярной к оси соленоида. Найти э.д.с. индукции в катушке, если индукция магнитного поля в соленоиде меняется со временем как $B=B_0 \sin \omega t$ и в момент $t=0$ ось катушки совпадала с осью соленоида.

3.317. В длинном прямом соленоиде с радиусом сечения a и числом витков на единицу длины n изменяют ток с постоянной скоростью $\dot{I}$ А/с. Найти модуль напряженности вихревого электрического поля как функцию расстояния r от оси соленоида. Изобразить примерный график этой зависимости.

3.318. На длинный прямой соленоид, имеющий диаметр сечения $d=5$ см и содержащий $n=20$ витков на один сантиметр длины, плотно надет круговой виток из медного провода сечением $S=1{,}0$ мм². Найти ток в витке, если ток в обмотке соленоида увеличивают с постоянной скоростью $\dot{I}=100$ А/с.

3.319. Непроводящее тонкое кольцо массы m, имеющее заряд q, может свободно вращаться вокруг своей оси. В начальный момент кольцо покоилось и магнитное поле отсутствовало. Затем включили однородное магнитное поле, перпендикулярное к плоскости кольца, которое начало нарастать во времени по некоторому закону $\mathbf{B}(t)$. Найти угловую скорость $\boldsymbol{\omega}$ кольца в зависимости от индукции $\mathbf{B}(t)$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.320. Магнитный поток через неподвижный контур с сопротивлением R изменяется в течение времени τ по закону $\Phi=at(\tau-t)$. Найти количество тепла, выделенное в контуре за это время. Индуктивностью контура пренебречь.

3.321. В середине длинного соленоида находится коаксиальное кольцо прямоугольного сечения из проводящего материала с удельным сопротивлением ρ. Толщина кольца h, его внутренний и внешний радиусы a и b. Найти индукционный ток в кольце, если индукция магнитного поля соленоида изменяется по закону $B=\beta t$, где β — постоянная.

3.322. Сколько метров тонкого провода надо взять для изготовления соленоида длины $l_0=100$ см с индуктивностью $L=1{,}0$ мГн, если диаметр сечения соленоида значительно меньше его длины?

3.323. Найти индуктивность соленоида длины l, обмоткой которого является медная проволока массы m. Сопротивление обмотки R. Диаметр соленоида значительно меньше его длины.

3.324. Катушку индуктивности $L=300$ мГн и сопротивления $R=140$ мОм подключили к источнику постоянного напряжения. Через сколько времени ток через катушку достигнет $\eta=50$ % установившегося значения?

3.325. Вычислить постоянную времени τ прямого соленоида длины $l=1{,}0$ м, имеющего однослойную обмотку из медного провода массы $m=1{,}0$ кг. Предполагается, что диаметр сечения соленоида значительно меньше его длины.

Примечание. Постоянной времени τ называют отношение L/R, где L — индуктивность, R — активное сопротивление.

3.326. Найти индуктивность единицы длины кабеля, представляющего собой два тонкостенных коаксиальных металлических цилиндра, если радиус внешнего цилиндра в $\eta=3{,}6$ раза больше, чем радиус внутреннего. Магнитную проницаемость среды между цилиндрами считать равной единице.

3.327. Определить индуктивность тороидального соленоида из N витков, внутренний радиус которого равен b, а поперечное сечение имеет форму квадрата со стороной a. Пространство внутри соленоида заполнено однородным парамагнетиком с магнитной проницаемостью μ.

3.328. Вычислить индуктивность единицы длины двухпроводной ленточной линии (рис. 3.95), если расстояние

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

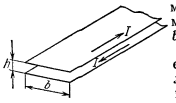


Рис. 3.95

между лентами h значительно меньше их ширины b, а именно, $b/h=50$.

3.329. Найти индуктивность единицы длины двухпроводной линии, если радиус каждого провода в η раз меньше расстояния между их осями. Полем внутри проводов пренебречь, магнитную проницаемость всюду считать равной единице и $\eta \gg 1$.

3.330. Кольцо радиуса $a=50$ мм из тонкой проволоки индуктивностью $L=0{,}26$ мкГн поместили в однородное магнитное поле с индукцией $B=0{,}50$ мТл так, что его плоскость стала перпендикулярной к направлению поля. Затем кольцо охладили до сверхпроводящего состояния и выключили магнитное поле. Найти ток в кольце.

3.331. Сверхпроводящее круглое кольцо радиуса a, имеющее индуктивность L, находится в однородном магнитном поле с индукцией B. Плоскость кольца параллельна вектору $\mathbf{B}$, и ток в кольце равен нулю. Затем плоскость кольца повернули на 90° в положение, перпендикулярное к полю. Найти:

а) ток в кольце после поворота;

б) работу, совершенную при этом.

3.332. Ток $I_0=1{,}9$ А течет по длинному замкнутому сверхпроводящему соленоиду. Найти ток в соленоиде после того, как его растянули, увеличив длину на $\eta=5\%$.

3.333. Замкнутая цепь состоит из последовательно включенных источника постоянной э.д.с. $\mathscr{E}$ и дросселя индуктивности L. Активное сопротивление всей цепи равно R.

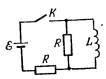


Рис. 3.96

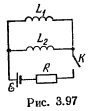


Рис. 3.97

В момент $t=0$ индуктивность дросселя скачком уменьшили в η раз. Найти ток в цепи как функцию времени t.

Указание. При скачкообразном изменении индуктивности полный магнитный поток (потокосцепление) остается неизменным.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.334. Найти закон изменения во времени тока, текущего через индуктивность L в схеме (рис. 3.96) после замыкания ключа K в момент $t=0$.

3.335. В схеме (рис. 3.97) известны э.д.с. $\mathscr{E}$ источника, сопротивление R и индуктивности катушек L_1 и L_2. Внутреннее сопротивление источника и сопротивления катушек пренебрежимо малы. Найти установившиеся токи в катушках после замыкания ключа K.

3.336. Два длинных коаксиальных соленоида содержат n_1 и n_2 витков на единицу длины. Внутренний соленоид, имеющий площадь поперечного сечения S, заполнен магнетиком с проницаемостью μ. Найти взаимную индуктивность соленоидов в расчете на единицу их длины.

3.337. Вычислить взаимную индуктивность длинного прямого провода и прямоугольной рамки со сторонами a и b. Рамка и прямой провод лежат в одной плоскости, причем ближайшая к проводу сторона рамки длиной b параллельна проводу и отстоит от него на расстояние l.

3.338. Определить взаимную индуктивность тороидальной катушки и проходящего по ее оси бесконечного прямого провода. Катушка имеет прямоугольное сечение, ее внутренний радиус a, внешний b. Длина стороны поперечного сечения тора, параллельная проводу, равна h. Число витков катушки N. Система находится в однородном магнетике с проницаемостью μ.

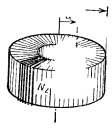


Рис. 3.98

3.339. На поверхность тора квадратного сечения равномерно навито N_1 витков тонкой проволоки. На эту обмотку в свою очередь навито N_2 витков, как показано на рис. 3.98. Внутренний и внешний радиусы тора равны a и b. Найти взаимную индуктивность обеих обмоток.

3.340. Два концентрических тонких проводника в форме окружностей с радиусами a и b лежат в одной плоскости. Имея в виду, что $a \ll b$, найти:

а) их взаимную индуктивность;

б) магнитный поток через поверхность, натянутую на внешний проводник, если по внутреннему проводнику течет ток I.

3.341. Ток I течет по рамке в виде квадратного контура со стороной a. Найти магнитный поток через полуплоскость P (рис. 3.99), граница которой OO' отстоит от ближай-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

щей стороны рамки на расстояние b. Полуплоскость P и рамка лежат в одной плоскости.

У к а з а н и е. Воспользоваться теоремой взаимности: $L_{12}=L_{21}$.

3.342. Имеется тонкое кольцо радиуса a с током I. Найти индукцию магнитного поля в плоскости кольца в точке, находящейся на расстоянии r от его центра, если $r \gg a$.

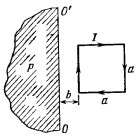


Рис. 3.99

3.343. Небольшой цилиндрический магнит M (рис. 3.100) находится в центре тонкой катушки радиуса a, состоящей из N витков.



Рис. 3.100

Катушка подключена к баллистическому гальванометру. Сопротивление всей цепи равно R. Найти магнитный момент магнита, если при его удалении из катушки через гальванометр прошло количество электричества q.

3.344. Найти приближенную формулу для взаимной индуктивности двух тонких витков одинакового радиуса a, если оси витков совпадают, а их центры находятся друг от друга на расстоянии l, причем $l \gg a$.

3.345. Имеются два неподвижных контура с взаимной индуктивностью L_{12}. В одном из контуров начали изменять ток по закону $I_1=\alpha t$, где α — постоянная, t — время. Найти закон изменения тока $I_2(t)$ в другом контуре, индуктивность которого L_2 и сопротивление R.



Рис. 3.101

3.346. Катушка индуктивности $L=2{,}0$ мкГн и сопротивления $R=1{,}0$ Ом подключена к источнику постоянной э.д.с. $\mathcal{E}=3{,}0$ В (рис. 3.101). Параллельно катушке включено сопротивление $R_0=2{,}0$ Ом. Найти количество тепла, которое выделится в катушке после размыкания ключа K. Внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало.

3.347. Ток I течет по длинному прямому проводнику круглого сечения с магнитной проницаемостью μ. Найти энергию магнитного поля внутри провода в расчете на единицу его длины.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.348. На тор из магнетика намотано $N=500$ витков. Найти энергию магнитного поля, если при токе $I=2{,}0$ А магнитный поток через поперечное сечение тора $\Phi=1{,}0$ мВб.

3.349. Железный сердечник, имеющий форму тора с круглым сечением радиуса $a=3{,}0$ см, несет на себе обмотку из $N=1000$ витков, по которой течет ток $I=1{,}0$ А. Средний радиус тора $b=32$ см. Найти с помощью рис. 3.82 магнитную энергию, запасенную в сердечнике, полагая напряженность поля H одинаковой по всему сечению и равной ее значению в центре сечения.

3.350. Тонкое кольцо из магнетика имеет средний диаметр $d=30$ см и несет на себе обмотку из $N=800$ витков. Площадь поперечного сечения кольца $S=5{,}0$ см^2. В кольце сделана поперечная прорезь ширины $b=2{,}0$ мм. Когда по обмотке течет некоторый ток, магнитная проницаемость магнетика $\mu=1400$. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти:

а) отношение магнитной энергии в зазоре к магнитной энергии в магнетике;

б) индуктивность системы, причем двумя способами — через поток и через энергию.

3.351. Коаксиальный кабель состоит из внутреннего сплошного проводника радиуса a и наружной проводящей тонкостенной трубки радиуса b. Найти индуктивность единицы длины кабеля для токов достаточно малой частоты, при которой распределение тока по сечению практически равномерно. Магнитная проницаемость всюду равна единице.

3.352. Длинный цилиндр радиуса a, заряженный равномерно по поверхности, вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Найти энергию магнитного поля на единицу длины цилиндра, если линейная плотность заряда цилиндра равна λ и $\mu=1$.

3.353. При каком напряжении электрического поля в вакууме объемная плотность энергии этого поля будет такой же, как у магнитного поля с индукцией $B=1{,}0$ Тл (тоже в вакууме)?

3.354. Тонкое равномерно заряженное кольцо радиуса $a=10$ см вращается вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega=100$ рад/с. Найти отношение объемных плотностей энергии магнитного и электрического полей на оси кольца в точке, отстоящей от его центра на расстояние $l=a$.

3.355. Исходя из выражения для объемной плотности магнитной энергии, показать, что работа, затрачиваемая на

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

намагничивание единицы объема пара- или диамагнетика, $A = -\mathbf{JB}/2$.

3.356. Две одинаковые катушки, каждая индуктивности L, соединяют а) последовательно, б) параллельно. Считая взаимную индуктивность катушек пренебрежимо малой, найти индуктивность системы в обоих случаях.

3.357. Две одинаковые катушки, каждая индуктивности L, соединены последовательно и расположены так близко друг от друга, что магнитный поток одной катушки полностью пронизывает, усиливая, другую. Найти индуктивность системы из этих двух катушек.

3.358. Два соленоида одинаковой длины и почти одинакового сечения вставлены полностью один в другой. Найти их взаимную индуктивность, если их индуктивности равны L_1 и L_2.

3.359. Два одинаковых круговых витка из сверхпроводника, обладающие каждый индуктивностью L, расположены коаксиально на большом расстоянии друг от друга. В каждом витке в одном и том же направлении течет ток I. Витки затем совмещают.

а) Каков будет результирующий ток I' в каждом витке?

б) Чему равно приращение магнитной энергии системы?

3.360. Показать, что магнитная энергия взаимодействия двух контуров с токами, находящихся в вакууме, может быть представлена как $W_{вз} = (1/\mu_0) \int \mathbf{B}_1\mathbf{B}_2 dV$, где $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$ — индукции магнитного поля в элементе объема dV, создаваемые отдельно токами одного и другого контуров.

3.361. Найти энергию взаимодействия двух контуров с токами I_1 и I_2, если оба контура имеют вид окружностей с радиусами a и b ($a \ll b$), центры этих контуров находятся в одной точке и плоскости контуров составляют друг с другом угол ϑ.

3.362. Пространство между двумя концентрическими металлическими сферами заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ и диэлектрической проницаемостью ε. В момент $t=0$ внутренней сфере сообщили некоторый заряд. Найти:

а) связь между векторами плотностей тока смещения и тока проводимости в произвольной точке среды в один и тот же момент;

б) ток смещения через произвольную замкнутую поверхность, расположенную целиком в среде и охватывающую внутреннюю сферу, если заряд этой сферы в данный момент равен q.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.363. Плоский конденсатор образован двумя дисками, между которыми находится однородная слабо проводящая среда. Конденсатор зарядили и отключили от источника напряжения. Пренебрегая краевыми эффектами, показать, что магнитное поле внутри конденсатора отсутствует.

3.364. Плоский воздушный конденсатор, площадь каждой пластины которого $S=100$ см^2, включен последовательно в цепь переменного тока. Найти амплитуду напряженности электрического поля в конденсаторе, если амплитуда синусоидального тока в подводящих проводах $I_m=1{,}0$ мА и частота тока $\omega=1{,}6\cdot10^7$ с$^{-1}$.

3.365. Пространство между обкладками плоского конденсатора, имеющими форму круглых дисков, заполнено однородной слабо проводящей средой с удельной проводимостью σ и диэлектрической проницаемостью ε. Расстояние между обкладками d. Пренебрегая краевыми эффектами, найти напряженность магнитного поля между обкладками на расстоянии r от их оси, если на конденсатор подано переменное напряжение $U=U_m\cos\omega t$.

3.366. Длинный прямой соленоид имеет n витков на единицу длины. По нему течет переменный ток $I=I_m\sin\omega t$. Найти плотность тока смещения как функцию расстояния r от оси соленоида. Радиус сечения соленоида R.

3.367. Точечный заряд q движется с нерелятивистской скоростью $\mathbf{v}=\text{const}$. Найти плотность тока смещения $j_{см}$ в точке, находящейся на расстоянии r от заряда на прямой:

а) совпадающей с траекторией заряда;

б) перпендикулярной к траектории и проходящей через заряд.

3.368. Две частицы, масса каждой из которых равна m, а заряды q и $-q$, движутся под действием электрического притяжения по окружности так, что соединяющая их прямая вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$. Найти плотность тока смещения в центре этой системы.

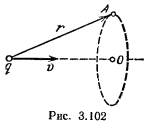


Рис. 3.102

3.369. Точечный заряд q движется с нерелятивистской скоростью $\mathbf{v}=\text{const}$. Воспользовавшись теоремой о циркуляции вектора $\mathbf{H}$ по пунктирной окружности (рис. 3.102), найти $\mathbf{H}$ в точке A как функцию радиус-вектора $\mathbf{r}$ и скорости $\mathbf{v}$ заряда.

3.370. Доказать с помощью уравнений Максвелла что:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) переменное во времени магнитное поле не может существовать без электрического поля;

б) однородное электрическое поле не может существовать при наличии переменного во времени магнитного поля.

3.371. Показать, что из уравнений Максвелла следует закон сохранения электрического заряда, т. е. $\nabla \cdot \mathbf{j} = -\partial\rho/\partial t$.

3.372. Показать, что уравнения Максвелла $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t$ и $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ являются совместимыми, т. е. первое из них не противоречит второму.

3.373. В некоторой области инерциальной системы отсчета имеется вращающееся с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ магнитное поле, индукция которого равна $\mathbf{B}$. Найти $\nabla \times \mathbf{E}$ в этой области как функцию векторов $\boldsymbol{\omega}$ и $\mathbf{B}$.

3.374. В инерциальной K-системе отсчета имеется однородное чисто магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}$. Найти напряженность электрического поля в K'-системе, которая движется с нерелятивистской скоростью $\mathbf{v}$ относительно K-системы, причем $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$. Для решения этого вопроса рассмотреть силы, действующие на воображаемый заряд в обеих системах отсчета в момент, когда скорость заряда в K'-системе равна нулю.



Рис. 3.103

3.375. Большая пластина из неферромагнитного металла движется со скоростью $v = 90$ см/с в однородном магнитном поле с индукцией $B = 50$ мТл, как показано на рис. 3.103. Найти поверхностную плотность электрических зарядов, возникающих на пластине вследствие ее движения.

3.376. Большая пластина из однородного диэлектрика с проницаемостью ε движется с постоянной нерелятивистской скоростью $\mathbf{v}$ в однородном магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}$, как показано на рис. 3.103. Найти поляризованность $\mathbf{P}$ диэлектрика и поверхностную плотность σ' связанных зарядов.

3.377. Длинный сплошной алюминиевый цилиндр радиуса $a = 5{,}0$ см вращают вокруг его оси в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10$ мТл. Угловая скорость вращения $\omega = 45$ рад/с, причем $\boldsymbol{\omega} \uparrow\uparrow \mathbf{B}$. Пренебрегая магнитным полем возникающих зарядов, найти их объемную и поверхностную плотности.

3.378. Длинный цилиндр радиуса a из диэлектрика с проницаемостью ε вращается с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ вокруг своей оси во внешнем однородном магнит-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ном поле. Индукция поля равна $\mathbf{B}$, причем $\boldsymbol{\omega} \uparrow\uparrow \mathbf{B}$. Найти:

а) поляризованность диэлектрика как функцию расстояния от оси цилиндра, $\mathbf{P}(r)$;

б) поверхностный связанный заряд λ' на единицу длины цилиндра.

3.379. Нерелятивистский точечный заряд q движется с постоянной скоростью $\mathbf{v}$. Найти с помощью формул преобразования полей индукцию $\mathbf{B}$ магнитного поля этого заряда в точке, положение которой относительно заряда определяется радиус-вектором $\mathbf{r}$.

3.380. Показать с помощью формул (3.6н): если в инерциальной K-системе отсчета имеется только электрическое или только магнитное поле, то в любой другой инерциальной K'-системе будут существовать как электрическое, так и магнитное поле одновременно, причем $\mathbf{E}' \perp \mathbf{B}'$.

3.381. Имеется длинный прямой проводник с током $I=1{,}0$ А. Найти заряд λ' на единицу длины проводника и соответствующее число электронов, обеспечивающих этот заряд,— в системе отсчета, движущейся поступательно в нерелятивистской скоростью $v_0=1{,}0$ м/с вдоль проводника в направлении тока I.

3.382. В инерциальной K-системе имеется только электрическое поле с напряженностью $\mathbf{E}=a(x\mathbf{i}+y\mathbf{j})/(x^2+y^2)$, где a — постоянная, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y. Найти индукцию $\mathbf{B}'$ магнитного поля в K'-системе, которая движется относительно K-системы с нерелятивистской постоянной скоростью $\mathbf{v}=v\mathbf{k}$, $\mathbf{k}$ — орт оси z. Считать, что ось z' совпадает с осью z. Какой вид имеет поле $\mathbf{B}'$?

3.383. Убедиться, что формулы преобразования (3.6н) следуют из формул (3.6к) при $v_0 \ll c$.

3.384. В инерциальной K-системе имеется только однородное электрическое поле с напряженностью $E=8$ кВ/м. Найти модуль и направление

а) вектора $\mathbf{E}'$, б) вектора $\mathbf{B}'$

в инерциальной K'-системе, движущейся по отношению к K-системе с постоянной скоростью $\mathbf{v}$ под углом $\alpha=45^\circ$ к вектору $\mathbf{E}$. Скорость K'-системы составляет $\beta=0{,}60$ скорости света.

3.385. Решить задачу, отличающуюся от предыдущей лишь тем, что в K-системе имеется не электрическое, а магнитное поле с индукцией $B=0{,}8$ Тл.

3.386. Убедиться с помощью формул преобразования (3.6к) в инвариантности следующих величин:

а) $\mathbf{EB}$; б) $E^2-c^2B^2$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.387. В инерциальной K-системе отсчета имеются два однородных взаимно перпендикулярных поля: электрическое напряженности $E=40$ кВ/м и магнитное с индукцией $B=0{,}20$ мТл. Найти напряженность E' (или индукцию B') поля в той K'-системе отсчета, где наблюдается только одно поле (электрическое или магнитное).

Указание. Воспользоваться инвариантами поля.

3.388. Точечный заряд q движется равномерно и прямолинейно с релятивистской скоростью, составляющей β-часть скорости света ($\beta=v/c$). Найти напряженность $\mathbf{E}$ электрического поля этого заряда в точке, радиус-вектор которой относительно заряда равен $\mathbf{r}$ и составляет угол ϑ с вектором его скорости.

3.7. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях

● Сила Лоренца:

$$\mathbf{F}=q\mathbf{E}+q[\mathbf{vB}]. \tag{3.7а}$$

● Уравнение движения релятивистской частицы:

$$\frac{d}{dt}\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}}=\mathbf{F}. \tag{3.7б}$$

● Период обращения заряженной частицы в однородном магнитном поле:

$$T=2\pi m_r/qB, \tag{3.7в}$$

где m_r — релятивистская масса частицы, $m_r=m/\sqrt{1-(v/c)^2}$.

● Бетатронное условие — условие движения электрона по круговой орбите в бетатроне:

$$B_0=\tfrac{1}{2}\langle B\rangle, \tag{3.7г}$$

где B_0 — индукция магнитного поля на орбите, $\langle B\rangle$ — среднее значение индукции внутри орбиты.

3.389. В момент $t=0$ из одной пластины плоского конденсатора вылетел электрон с пренебрежимо малой скоростью. Между пластинами приложено ускоряющее напряжение, меняющееся во времени по закону $U=\varepsilon t$, где $\varepsilon=100$ В/с. Расстояние между пластинами $l=5{,}0$ см. С какой скоростью электрон подлетит к противоположной пластине?

3.390. Протон, ускоренный разностью потенциалов U, попадает в момент $t=0$ в однородное электрическое поле плоского конденсатора, длина пластин которого в направлении движения равна l. Напряженность поля меняется

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

во времени как $E=\varepsilon t$, где ε — постоянная. Считая протон нерелятивистским, найти угол между направлениями его движения до и после пролета конденсатора. Краевыми эффектами пренебречь.

3.391. Частица с удельным зарядом q/m движется прямолинейно под действием электрического поля $E=E_0-\varepsilon x$, где ε — положительная постоянная, x — расстояние от точки, в которой частица первоначально покоилась. Найти расстояние, пройденное частицей до остановки.

3.392. Электрон начинает двигаться в однородном электрическом поле с напряженностью $E=10$ кВ/см. Через сколько времени после начала движения кинетическая энергия электрона станет равной его энергии покоя?

3.393. Релятивистский протон в момент $t=0$ влетел со скоростью $\mathbf{v}_0$ в область, где имеется поперечное однородное электрическое поле напряженности $\mathbf{E}$, причем $\mathbf{v}_0 \perp \mathbf{E}$. Найти зависимость от времени угла ϑ между скоростью $\mathbf{v}$ протона и первоначальным направлением его движения.

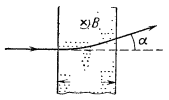


Рис. 3.104

3.394. Протон, ускоренный разностью потенциалов $U=500$ кВ, пролетает поперечное однородное магнитное поле с индукцией $B=0{,}51$ Тл. Толщина области с полем $d=10$ см (рис. 3.104). Найти угол α отклонения протона от первоначального направления движения.

3.395. Заряженная частица движется по окружности радиуса $r=100$ мм в однородном магнитном поле с индукцией $B=10{,}0$ мТл. Найти ее скорость и период обращения, если частицей является:

а) нерелятивистский протон; б) релятивистский электрон

3.396. Для каких значений кинетической энергии период обращения электрона и протона в однородном магнитном поле на $\eta=1{,}0$ % больше периода их обращения при нерелятивистских скоростях?

3.397. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U=1{,}0$ кВ, движется в однородном магнитном поле под углом $\alpha=30^\circ$ к вектору $\mathbf{B}$, модуль которого $B=29$ мТл. Найти шаг винтовой траектории электрона.

3.398. Слабо расходящийся пучок нерелятивистских заряженных частиц, ускоренных разностью потенциалов U, выходит из точки A вдоль оси прямого соленоида. Пучок

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

фокусируется на расстоянии l от точки A при двух последовательных значениях индукции магнитного поля, B_1 и B_2. Найти удельный заряд q/m частиц.

3.399. Из точки A, лежащей на оси прямого соленоида, вылетает нерелятивистский электрон со скоростью v под углом α к оси. Индукция манитного поля B. Найти расстояние r от оси до точки попадания электрона на экран, расположенный перпендикулярно к оси на расстоянии l от точки A.

3.400. С поверхности цилиндрического провода радиуса a, по которому течет постоянный ток I, вылетает электрон с начальной скоростью v_0, перпендикулярной к поверхности провода. На какое максимальное расстояние удалится электрон от оси провода, прежде чем повернуть обратно под действием магнитного поля тока?

3.401. Нерелятивистская заряженная частица пролетает электрическое поле цилиндрического конденсатора и затем попадает в однородное поперечное магнитное поле с индукцией B (рис. 3.105). В конденсаторе частица движется по дуге окружности, в магнитном поле — по полуокружности радиуса r. Разность потенциалов на конденсаторе U, радиусы обкладок a и b, причем $a<b$. Найти скорость частицы и ее удельный заряд q/m.

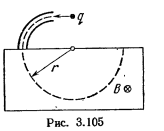


Рис. 3.105

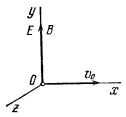


Рис. 3.106

3.402. Из начала координат O области, где созданы однородные параллельные оси y электрическое и магнитное поля с напряженностью E и индукцией B (рис. 3.106), вылетает в направлении оси x нерелятивистская частица с удельным зарядом q/m и начальной скоростью v_0. Найти:

а) координату y_n частицы в момент, когда она n-й раз пересечет ось y;

б) угол α между скоростью частицы и осью y в этот момент.

3.403. Узкий пучок одинаковых ионов с удельным зарядом q/m, имеющих различные скорости, входит в точке O

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

(см. рис. 3.106) в область, где созданы однородные параллельные электрическое и магнитное поля с напряженностью E и индукцией B. Направление пучка в точке O совпадает с осью x. На расстоянии l от точки O находится плоский экран, ориентированный перпендикулярно к оси x. Найти уравнение следа ионов на экране. Показать, что при $z \ll l$ это уравнение параболы.

3.404. Пучок нерелятивистских протонов проходит, не отклоняясь, через область, в которой созданы однородные поперечные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля с $E=120$ кВ/м и $B=50$ мТл. Затем пучок попадает на заземленную мишень. Найти силу, с которой пучок действует на мишень, если ток в пучке $I=0{,}80$ мА.

3.405. Нерелятивистские протоны движутся прямолинейно в области, где созданы однородные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля с $E=4{,}0$ кВ/м и $B=50$ мТл. Траектория протонов лежит в плоскости xz (рис. 3.107) и составляет угол $\varphi=30°$ с осью x. Найти шаг винтовой линии, по которой будут двигаться протоны после выключения электрического поля

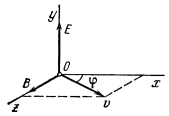


Рис. 3.107

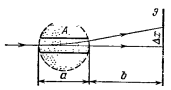


Рис. 3.108

3.406. Пучок нерелятивистских заряженных частиц проходит, не отклоняясь, через область A (рис. 3.108), в которой созданы поперечные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля с напряженностью E и индукцией B. Если магнитное поле выключить, след пучка на экране $Э$ смещается на Δx. Зная расстояния a и b, найти удельный заряд q/m частиц.

3.407. Частица с удельным зарядом q/m движется в области, где созданы однородные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля с напряженностью **E** и индукцией **B** (рис. 3.109). В момент $t=0$ частица находилась в точке O и имела нулевую скорость. Найти для нерелятивистского случая:

а) закон движения частицы $x(t)$ и $y(t)$; какой вид имеет траектория;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

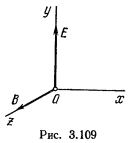


Рис. 3.109

б) длину участка траектории между двумя ближайшими точками, в которых скорость частицы обращается в нуль;

в) среднее значение проекции скорости частицы на ось x (дрейфовая скорость).

3.408. Система состоит из длинного цилиндрического анода радиуса a и коаксиального с ним цилиндрического катода радиуса b ($b<a$). На оси системы имеется нить с током накала I, создающим в окружающем пространстве магнитное поле. Найти наименьшую разность потенциалов между катодом и анодом, при которой термоэлектроны, покидающие катод без начальной скорости, начнут достигать анода.

3.409. Магнетрон — это прибор, состоящий из нити накала радиуса a и коаксиального цилиндрического анода радиуса b, которые находятся в однородном магнитном поле, параллельном нити. Между нитью и анодом приложена ускоряющая разность потенциалов U. Найти значение индукции магнитного поля, при котором электроны, вылетающие с нулевой начальной скоростью из нити, будут достигать анода.

3.410. Заряженная частица с удельным зарядом q/m начинает двигаться в области, где созданы однородные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля. Магнитное поле постоянно и имеет индукцию B, электрическое же меняется во времени как $E=E_m\cos\omega t$, где $\omega=qB/m$.

Найти для нерелятивистского случая закон движения частицы $x(t)$ и $y(t)$, если в момент $t=0$ она находилась в точке O (см. рис. 3.109). Какой примерно вид имеет траектория частицы?

3.411. Частота генератора циклотрона $\nu=10$ МГц. Найти эффективное ускоряющее напряжение на дуантах этого циклотрона, при котором расстояние между соседними траекториями протонов с радиусом $r=0{,}5$ м не меньше, чем $\Delta r=1{,}0$ см.

3.412. Протоны ускоряются в циклотроне так, что максимальный радиус кривизны их траектории $r=50$ см. Найти:

а) кинетическую энергию протонов в конце ускорения, если индукция магнитного поля в циклотроне $B=1{,}0$ Тл;

б) минимальную частоту генератора циклотрона, при

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

которой в конце ускорения протоны будут иметь кинетическую энергию $T=20$ МэВ.

3.413. Однократно ионизованные ионы He^+ ускоряют в циклотроне так, что максимальный радиус орбиты $r=60$ см. Частота генератора циклотрона $\nu=10{,}0$ МГц, эффективное ускоряющее напряжение между дуантами $U=50$ кВ. Пренебрегая зазором между дуантами, найти:

а) полное время процесса ускорения иона;

б) приближенное значение пути, пройденного ионом за весь цикл ускорения.

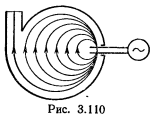


Рис. 3.110

3.414. Так как период обращения электронов в однородном магнитном поле с ростом энергии быстро увеличивается, циклотрон оказывается непригодным для их ускорения. Этот недостаток устраняется в *микротроне* (рис. 3.110), где изменение периода обращения электрона ΔT делают кратным периоду ускоряющего поля T_0. Сколько раз электрону необходимо пройти через ускоряющий промежуток микротрона, чтобы приобрести энергию $W=4{,}6$ МэВ, если $\Delta T=T_0$, индукция магнитного поля $B=107$ мТл и частота ускоряющего поля $\nu=3000$ МГц?

3.415. Чтобы в циклотроне не возникала расстройка, связанная с изменением периода обращения частицы при возрастании ее энергии, медленно изменяют (модулируют) частоту ускоряющего поля. По какому закону надо изменять эту частоту $\omega(t)$, если индукция магнитного поля равна B и частица приобретает за один оборот энергию ΔW? Заряд частицы q, масса m.

3.416. Частица с удельным зарядом q/m находится внутри соленоида круглого сечения на расстоянии r от его оси. В обмотке включили ток, и индукция магнитного поля стала равной B. Найти скорость частицы и радиус кривизны ее траектории, если за время нарастания тока в соленоиде ее смещение пренебрежимо мало.

3.417. В бетатроне магнитный поток внутри равновесной орбиты радиуса $r=25$ см возрастает за время ускорения практически с постоянной скоростью $\dot{\Phi}=5{,}0$ Вб/с. При этом электроны приобретают энергию $W=25$ МэВ. Найти число оборотов, совершенных электроном за время ускорения, и соответствующее значение пройденного им пути.

3.418. Показать, что электроны в бетатроне будут двигаться по круговой орбите постоянного радиуса при

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

условии, что индукция магнитного поля на орбите равна половине среднего значения индукции поля внутри орбиты (бетатронное условие).

3.419. Найти с помощью бетатронного условия радиус круговой орбиты электрона, зная зависимость индукции магнитного поля от расстояния r до оси поля. Рассмотреть этот вопрос на примере поля $B=B_0-ar^2$, где B_0 и a — положительные постоянные.

3.420. Показать с помощью бетатронного условия, что напряженность вихревого электрического поля в бетатроне имеет экстремум на равновесной орбите.

3.421. В бетатроне индукция магнитного поля на равновесной орбите радиуса $r=20$ см изменяется за время $\Delta t=1{,}0$ мс практически с постоянной скоростью от нуля до $B=0{,}40$ Тл. Найти энергию, приобретаемую электроном за каждый оборот.

3.422. Индукция магнитного поля в бетатроне на равновесной орбите радиуса r изменяется за время ускорения от нуля до B практически с постоянной скоростью. Считая начальную скорость электрона равной нулю, найти:

а) энергию, приобретенную электроном за время ускорения;

б) соответствующее значение пройденного электроном пути, если время ускорения равно Δt.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Часть 4

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

4.1. Механические колебания

● Уравнение гармонических колебаний и его решение:

$$\ddot{x}+\omega_0^2 x=0, \quad x=a\cos(\omega_0 t+\alpha), \tag{4.1а}$$

где ω_0 — собственная частота колебаний.

● Уравнение затухающих колебаний и его решение:

$$\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2 x=0, \quad x=a_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t+\alpha), \tag{4.1б}$$

где β — коэффициент затухания, ω — частота затухающих колебаний:

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}. \tag{4.1в}$$

● Логарифмический декремент затухания λ и добротность Q:

$$\lambda=\beta T, \quad Q=\pi/\lambda, \tag{4.1г}$$

где $T=2\pi/\omega$ — период затухающих колебаний.

● Уравнение вынужденных колебаний и его установившееся решение:

$$\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2 x=f_0\cos\omega t, \quad x=a\cos(\omega t-\varphi), \tag{4.1д}$$

где

$$a=\frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}, \quad \operatorname{tg}\varphi=\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}. \tag{4.1е}$$

● Максимум амплитуды смещения достигается при

$$\omega_{\text{рез}}=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}. \tag{4.1ж}$$

4.1. Точка совершает колебания вдоль оси x по закону $x=A\cos(\omega t-\pi/4)$. Построить примерные графики:

а) смещения x, проекции скорости v_x и проекции ускорения a_x как функций времени t;

б) проекций скорости $v_x(x)$ и ускорения $a_x(x)$.

4.2. Некоторая точка движется вдоль оси x по закону $x=A\sin^2(\omega t-\pi/4)$. Найти:

а) амплитуду и период колебаний; изобразить график $x(t)$;

б) проекцию скорости v_x как функцию координаты x; изобразить график $v_x(x)$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.3. Частица совершает гармонические колебания вдоль оси x около положения равновесия $x=0$. Частота колебаний $\omega=4{,}00\ с^{-1}$. В некоторый момент координата частицы $x_0=25{,}0$ см и ее скорость $v_{x0}=100$ см/с. Найти координату x и скорость v_x частицы через $t=2{,}40$ с после этого момента.

4.4. Найти круговую частоту и амплитуду гармонических колебаний частицы, если на расстояниях x_1 и x_2 от положения равновесия ее скорость равна соответственно v_1 и v_2.

4.5. Точка совершает гармонические колебания вдоль некоторой прямой с периодом $T=0{,}60$ с и амплитудой $a=10{,}0$ см. Найти среднюю скорость точки за время, в течение которого она проходит путь $a/2$:

а) из крайнего положения;

б) из положения равновесия.

4.6. Частица совершает гармонические колебания вдоль оси x по закону $x=a\cos\omega t$. Считая вероятность P нахождения частицы в интервале от $-a$ до $+a$ равной единице, найти зависимость от x плотности вероятности dP/dx, где dP — вероятность нахождения частицы в интервале от x до $x+dx$. Изобразить график dP/dx в зависимости от x.

4.7. Найти графически амплитуду A колебаний, которые возникают при сложении следующих колебаний одного направления:

а) $x_1=3{,}0\cos(\omega t+\pi/3)$, $x_2=8{,}0\sin(\omega t+\pi/6)$;

б) $x_1=3{,}0\cos\omega t$, $x_2=5{,}0\cos(\omega t+\pi/4)$, $x_3=6{,}0\sin\omega t$.

4.8. Точка участвует одновременно в двух колебаниях одного направления, которые происходят по законам $x_1=a\cos\omega t$ и $x_2=a\cos 2\omega t$. Найти максимальную скорость точки.

4.9. При сложении двух гармонических колебаний одного направления результирующее колебание точки имеет вид $x=a\cos 2{,}1t\cdot\cos 50{,}0t$, где t — в секундах. Найти круговые частоты складываемых колебаний и период биений.

4.10. «Зайчик» колеблется гармонически с некоторой неизменной частотой относительно шкалы, которая в свою очередь совершает гармонические колебания по отношению к стенке. Оба колебания происходят вдоль одного и того же направления. При частотах колебаний шкалы $\nu_1=20$ Гц и $\nu_2=22$ Гц частота биений зайчика относительно стенки оказывается одинаковой. При какой частоте ν' колебаний шкалы частота биений зайчика станет вдвое больше?

4.11. Точка движется в плоскости xy по закону $x=A\sin\omega t$, $y=B\cos\omega t$, где A, B, ω — постоянные. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) уравнение траектории точки $y(x)$ и направление ее движения по этой траектории;

б) ускорение a точки в зависимости от ее радиус-вектора $\mathbf{r}$ относительно начала координат.

4.12. Найти уравнение траектории $y(x)$ точки, если она движется по закону:

а) $x=a\sin\omega t$, $y=a\sin 2\omega t$;

б) $x=a\sin\omega t$, $y=a\cos 2\omega t$.

Изобразить примерные графики этих траекторий.

4.13. Частица массы m находится в одномерном силовом поле, где ее потенциальная энергия зависит от координаты x как $U(x)=U_0(1-\cos ax)$, U_0 и a — постоянные. Найти период малых колебаний частицы около положения равновесия.

4.14. Тот же вопрос, что и в предыдущей задаче, но потенциальная энергия имеет вид $U(x)=a/x^2-b/x$, где a и b — положительные постоянные.

4.15. Найти период малых поперечных колебаний шарика массы $m=40$ г, укрепленного на середине натянутой струны длины $l=1{,}0$ м. Силу натяжения струны считать постоянной и равной $F=10$ Н. Массой струны и силами тяжести пренебречь.

4.16. Определить период малых колебаний шарика, подвешенного на нерастяжимой нити длины $l=20$ см, если он находится в жидкости, плотность которой в $\eta=3{,}0$ раза меньше плотности шарика. Сопротивление жидкости пренебрежимо мало.

4.17. Шарик подвесили на нити длины l к точке O стенки, составляющей небольшой угол α с вертикалью (рис. 4.1). Затем нить с шариком отклонили на небольшой угол $\beta>\alpha$ и отпустили. Считая удар шарика о стенку абсолютно упругим, найти период колебаний такого маятника.

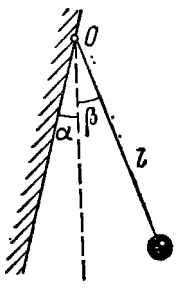


Рис. 4.1

4.18. Неподвижное тело, подвешенное на пружине, увеличивает ее длину на $\Delta l=70$ мм. Считая массу пружины пренебрежимо малой, найти период малых вертикальных колебаний тела.

4.19. Жидкость объемом $V=16$ см^3 налита в изогнутую U-образную трубку (рис. 4.2) с площадью сечения канала $S=0{,}50$ см^2. Пренебрегая вязкостью, найти период малых колебаний жидкости.

4.20. То же, что в предыдущей задаче, но одно колено

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

трубки (см. рис. 4.2) составляет угол $\vartheta=30°$ с вертикалью (другое по-прежнему вертикально).

4.21. Вычислить период малых колебаний ареометра (рис. 4.3), которому сообщили небольшой толчок в вертикальном направлении. Масса ареометра $m=50$ г, радиус

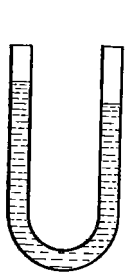


Рис. 4.2

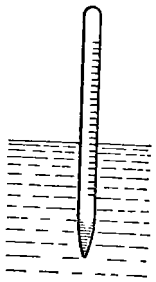


Рис. 4.3

его трубки $r=3{,}2$ мм, плотность жидкости $\rho=1{,}00$ г/см^3. Сопротивление жидкости пренебрежимо мало.

4.22. Концы недеформированной пружины жесткости $\varkappa=13$ Н/м закреплены. В точке, отстоящей от одного из концов пружины на $\eta=1/3$ ее длины, укрепили небольшое тело массы $m=25$ г. Пренебрегая массой пружины, найти период малых продольных колебаний данного тела. Силы тяжести нет.

4.23. Определить период малых продольных колебаний тела массы m в системе, показанной на рис. 4.4, если жесткости пружинок равны $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$, а их массы и трение пренебрежимо малы. В положении равновесия можно считать, что пружинки не деформированы.

4.24. Найти период малых вертикальных колебаний тела массы m в системе, показанной на

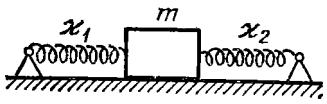


Рис. 4.4

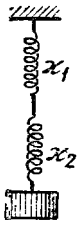


Рис. 4.5

рис. 4.5. Жесткости пружинок $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$, а их массы пренебрежимо малы.

4.25. Однородный стержень положили на два быстро вращающихся блока, как показано на рис. 4.6. Расстояние между осями блоков $l=20$ см, коэффициент трения между

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

стержнем и блоками $k=0{,}18$. Показать, что стержень будет совершать гармонические колебания. Найти их период.

4.26. Имеется поток частиц массы m, которые движутся с одинаковой скоростью v параллельно некоторой оси OO'.



Рис. 4.6

За плоскостью P, перпендикулярной к оси OO', частицы попадают в область, где на них действует сила, направленная к оси OO' и пропорциональная расстоянию до этой оси: $F_r=-\varkappa r$, $\varkappa$ — известная постоянная. Найти наименьшее расстояние l от плоскости P до точки на оси OO', которую будут пересекать все частицы.

4.27. Небольшой брусок начинает скользить по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Коэффициент трения зависит от пройденного пути s по закону $k=as$, где a — постоянная. Найти время движения бруска до остановки.

4.28. Представим себе шахту, пронизывающую Землю по ее оси вращения. Считая Землю за однородный шар и пренебрегая сопротивлением воздуха, найти:

а) уравнение движения тела, упавшего в шахту;

б) время, которое понадобится этому телу, чтобы достигнуть противоположного конца шахты;

в) скорость тела в центре Земли.

4.29. Найти период малых колебаний математического маятника длины l, если его точка подвеса движется относительно поверхности Земли в произвольном направлении с постоянным ускорением $\mathbf{a}$. Вычислить этот период, если $l=21$ см, $a=g/2$ и угол между векторами $\mathbf{a}$ и $\mathbf{g}$ $\beta=120°$.

4.30. На гладкий горизонтальный стержень AB надета небольшая муфточка массы $m=50$ г, которая соединена с концом A стержня легкой пружиной жесткости $\varkappa=50$ Н/м. Стержень вращают с постоянной угловой скоростью $\omega_0=10{,}0$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A. Найти частоту ω малых колебаний муфточки.

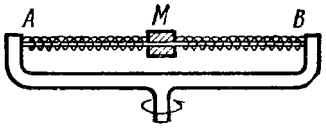


Рис. 4.7

4.31. В установке, изображенной на рис. 4.7, муфта M массы $m=0{,}20$ кг закреплена между двумя одинаковыми

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

пружинками, суммарная жесткость которых $\varkappa=20$ Н/м. Муфта без трения может скользить по горизонтальному стержню AB. Установка вращается с постоянной угловой скоростью $\omega=4{,}4$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Найти период малых колебаний муфты. При каком значении ω колебаний муфты не будет?

4.32. Доска с лежащим на ней бруском совершает горизонтальные гармонические колебания с амплитудой $a=10$ см. Найти коэффициент трения между доской и бруском, если последний начинает скользить по доске, когда ее период колебания меньше $T=1{,}0$ с.

4.33. Найти зависимость от времени угла отклонения математического маятника длины 80 см, если в начальный момент маятник:

а) отклонили на угол 3,0° и без толчка отпустили;

б) находился в состоянии равновесия и его нижнему концу сообщили горизонтальную скорость 0,22 м/с;

в) отклонили на 3,0° и его нижнему концу сообщили скорость 0,22 м/с, направленную к положению равновесия.

4.34. Тело A массы $m_1=1{,}00$ кг и тело B массы $m_2=4{,}10$ кг соединены между собой пружиной, как показано на рис. 4.8. Тело A совершает свободные вертикальные гармонические колебания с амплитудой $a=1{,}6$ см и частотой $\omega=25$ с$^{-1}$. Пренебрегая массой пружины, найти наибольшее и наименьшее значения силы давления этой системы на опорную плоскость.

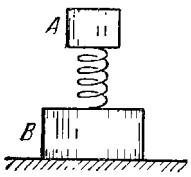


Рис. 4.8

4.35. Доска, на которой лежит тело массы m, начинает двигаться вертикально вверх по закону $y=a\,(1-\cos\omega t)$, где y — смещение из начального положения, $\omega=11$ с$^{-1}$. Найти:

а) минимальную амплитуду колебания доски, при которой тело начнет отставать от нее;

б) амплитуду колебания доски, при которой тело подскочит на высоту $h=50$ см относительно начального положения (в момент $t=0$).

4.36. К нерастянутой пружине, верхний конец которой закреплен, подвесили и без толчка отпустили тело массы m. Жесткость пружины $\varkappa$. Пренебрегая ее массой, найти:

а) закон движения тела $y(t)$, где y — его смещение из начального положения;

б) максимальное и минимальное натяжения пружины.

4.37. Брусок массы m, находящийся на гладкой гори-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

зонтальной поверхности, соединен со стенкой легкой горизонтальной пружиной жесткости $\varkappa$ и находится в покое. Начиная с некоторого момента на брусок начали действовать вдоль пружины постоянной силой F. Найти пройденный путь и время движения бруска до первой остановки.

4.38. Частица массы m движется под действием силы $\mathbf{F}=-\alpha m\mathbf{r}$, где α — положительная постоянная, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор частицы относительно начала координат. Найти траекторию ее движения, если в начальный момент $\mathbf{r}=r_0\mathbf{i}$ и скорость $\mathbf{v}=v_0\mathbf{j}$, где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y.

4.39. Брусок массы m находится на гладкой горизонтальной поверхности. К нему прикреплена легкая пружина жесткости $\varkappa$. Свободный конец пружины начали перемещать в горизонтальном направлении вдоль пружины с некоторой постоянной скоростью. Через сколько времени надо остановить этот конец пружины, чтобы после остановки брусок не колебался?

4.40. Тело массы m висит на пружине, прикрепленной к потолку кабины лифта. Жесткость пружины $\varkappa$. В момент $t=0$ кабина начала подниматься с ускорением a. Пренебрегая массой пружины, найти закон движения груза $y(t)$ относительно кабины лифта, если $y(0)=0$ и $\dot{y}(0)=0$. Рассмотреть два случая:

а) $a=\text{const}$;

б) $a=\alpha t$, где α — постоянная.

4.41. Тело массы $m=0{,}50$ кг висит на резиновом шнуре с коэффициентом упругости $\varkappa=50$ Н/м. Найти максимальное расстояние, на которое можно оттянуть вниз тело, чтобы его колебания еще носили гармонический характер. Какова при этом энергия колебаний тела?

4.42. Тело массы m упало с высоты h на чашку пружинных весов (рис. 4.9). Массы чашки и пружины пренебрежимо малы, жесткость последней $\varkappa$. Прилипнув к чашке, тело начинает совершать гармонические колебания в вертикальном направлении. Найти амплитуду колебаний и их энергию.

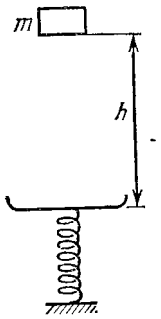


Рис. 4.9

4.43. В условиях предыдущей задачи масса чашки равна M. Найти амплитуду колебаний в этом случае.

4.44. Частица массы m движется в плоскости xy под действием силы, зависящей от скорости по закону $\mathbf{F}=a(\dot{y}\mathbf{i}-\dot{x}\mathbf{j})$, где a — положительная постоянная, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

осей x и y. В начальный момент $t=0$ частица находилась в точке $x=y=0$ и имела скорость $\mathbf{v}_0$ в направлении орта $\mathbf{j}$. Найти закон движения частицы $x(t)$, $y(t)$, а также уравнение ее траектории.

4.45. Однородный стержень длины l совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его верхний конец. Найти период колебаний. Трения нет.

4.46. Математический маятник длины $l_0=40$ см и тонкий однородный стержень длины $l=60$ см совершают синхронно малые колебания вокруг горизонтальной оси. Найти расстояние от центра стержня до этой оси.

4.47. Найти круговую частоту малых колебаний тонкого однородного стержня массы m и длины l вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O (рис. 4.10). Жесткость пружины $\varkappa$, ее масса пренебрежимо мала. В положении равновесия стержень вертикален.

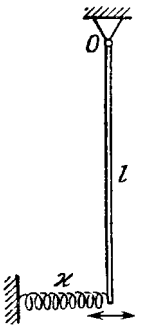


Рис. 4.10

4.48. Однородный стержень массы m совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O (рис. 4.11). Правый конец стержня подвешен на невесомой пружине жесткости $\varkappa$. Найти период колебаний стержня, если в положении равновесия он горизонтален.

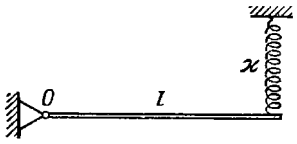


Рис. 4.11

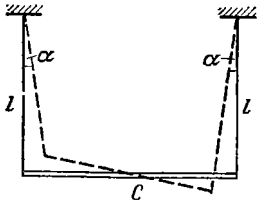


Рис. 4.12

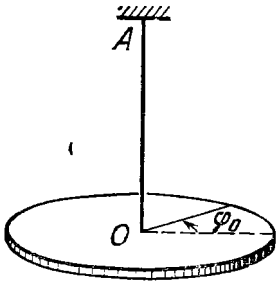


Рис. 4.13

4.49. Однородный стержень массы $m=1{,}5$ кг, висящий на двух одинаковых нитях длины $l=90$ см (рис. 4.12), по-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

вернули на малый угол вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину C. При этом нити отклонились на угол $\alpha=5{,}0^\circ$. Затем стержень отпустили, и он начал совершать малые колебания. Найти:

а) период колебаний;

б) энергию колебаний стержня.

4.50. Горизонтальный однородный диск массы m и радиуса R укреплен на конце тонкого стержня AO (рис. 4.13). При повороте диска на угол φ вокруг оси AO на него действует момент упругих сил $N_z=-k\varphi$, где k — постоянная. Найти амплитуду малых крутильных колебаний и их энергию, если в начальный момент диск отклонили на угол φ_0 из положения равновесия и сообщили ему угловую скорость $\dot{\varphi}_0$.

4.51. Однородный стержень массы m и длины l совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Найти среднюю за период колебания кинетическую энергию стержня, если в начальный момент его отклонили от вертикали на угол ϑ_0 и сообщили ему угловую скорость $\dot{\vartheta}_0$.

4.52. Физический маятник установили так, что его центр тяжести оказался над точкой подвеса. Из этого положения маятник начал двигаться к положению устойчивого равновесия, которое он прошел с угловой скоростью ω. Пренебрегая трением, найти период малых колебаний этого маятника.

4.53. Физический маятник совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси O с частотой $\omega_1=15{,}0\ \text{с}^{-1}$. Если в положении равновесия к нему прикрепить под осью O на расстоянии $l=20$ см от нее небольшое тело массы $m=50$ г, то частота колебаний становится $\omega_2=10{,}0\ \text{с}^{-1}$. Найти момент инерции первоначального маятника относительно оси O.

4.54. Два физических маятника совершают малые колебания вокруг одной и той же горизонтальной оси с частотами ω_1 и ω_2. Их моменты инерции относительно данной оси равны соответственно I_1 и I_2. Маятники привели в состояние устойчивого равновесия и скрепили друг с другом. Какова будет частота малых колебаний составного маятника?

4.55. Однородный стержень длины l совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси OO', перпендикулярной к стержню и проходящей через одну из его точек. Найти расстояние между центром стержня и осью OO',

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

при котором период колебаний будет наименьшим. Чему он равен?

4.56. Тонкая однородная пластинка в форме равностороннего треугольника с высотой h совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси, совпадающей с одной из его сторон. Найти период колебаний и приведенную длину данного маятника.

4.57. Маятник представляет собой легкий тонкостенный сферический сосуд радиуса R, который целиком заполнен водой. Сосуд укреплен на легком жестком стержне (рис. 4.14). Расстояние между точкой подвеса O и центром сосуда равно l. Во сколько раз изменится период малых колебаний такого маятника после того, как вода замерзнет? Вязкостью воды и изменением ее объема при замерзании пренебречь.

4.58. Гладкий горизонтальный диск вращают вокруг вертикальной оси O (рис. 4.15) с постоянной угловой скоростью ω. На нем находится тонкий однородный стержень AB длины l, который совершает малые колебания вокруг вертикальной оси A, укрепленной на диске на расстоянии a от оси O. Найти частоту ω_0 этих колебаний.

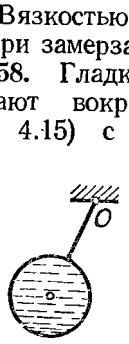


Рис. 4.14

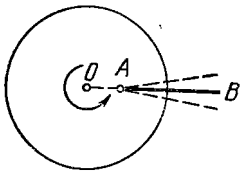


Рис. 4.15

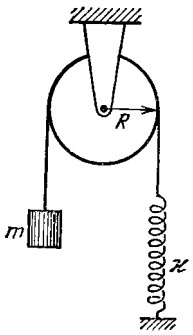


Рис. 4.16

4.59. Найти частоту малых колебаний системы, показанной на рис. 4.16. Известны радиус блока R, его момент инерции I относительно оси вращения, масса тела m и жесткость пружины $\varkappa$. Массы нити и пружины пренебрежимо малы, нить по блоку не скользит, трения в оси блока нет.

4.60. Однородный цилиндрический блок массы M и радиуса R может свободно поворачиваться вокруг горизонтальной оси O (рис. 4.17). На блок плотно намотана нить, к свешивающемуся концу которой прикреплен груз A. Этот груз уравновешивает точечное тело массы m, укрепленное на ободе блока, при определенном значении угла α. Найти частоту малых колебаний системы.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.61. Сплошной однородный цилиндр радиуса r катается без скольжения по внутренней стороне цилиндрической поверхности радиуса R, совершая малые колебания. Найти их период.

4.62. Сплошной однородный цилиндр массы m совершает малые колебания под действием двух пружин, суммарная жесткость которых равна $\varkappa$ (рис. 4.18). Найти период этих

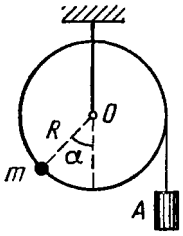


Рис. 4.17

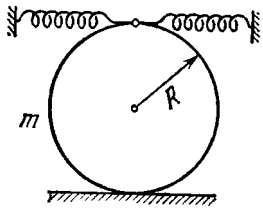


Рис. 4.18

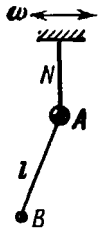


Рис. 4.19

колебаний в отсутствие скольжения. Масса пружин пренебрежимо мала.

4.63. В системе (рис. 4.19) N — нить, к нижнему концу которой подвешен шарик A, к которому в свою очередь подвешен на нити длиной l шарик B. Верхний конец нити N совершает малые гармонические колебания так, что нить N остается все время вертикальной. Найти частоту ω этих колебаний, если массы шариков A и B равны соответственно M и m.

4.64. Два кубика, массы которых равны m_1 и m_2, соединили невесомой пружинкой жесткости $\varkappa$ и положили на гладкую горизонтальную плоскость. Затем кубики немного сблизили и одновременно отпустили. Найти собственную частоту колебаний системы.

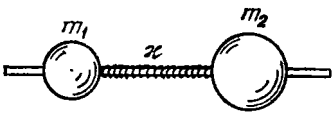


Рис. 4.20

4.65. Два шара с массами m_1=1,0 кг и m_2=2,0 кг насажены на гладкий горизонтальный стержень (рис. 4.20). Шары связаны между собой легкой пружинкой с жесткостью $\varkappa$=24 Н/м. Левому шару сообщили начальную скорость v_1=12 см/с. Найти:

а) частоту колебаний системы в процессе движения;

б) энергию и амплитуду колебаний.

4.66. Найти период малых крутильных колебаний системы, состоящей из двух дисков, насаженных на тонкий

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

стержень с коэффициентом кручения k. Моменты инерции дисков относительно оси стержня равны I_1 и I_2.

4.67. Модель молекулы CO_2 — три шарика, соединенные одинаковыми легкими пружинками и расположенные в положении равновесия вдоль одной прямой. Такая система может совершать продольные колебания двух типов, как показано стрелками на рис. 4.21. Зная массы атомов, найти отношение частот этих колебаний.

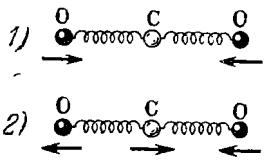


Рис. 4.21

4.68. В закрытом с обоих торцов горизонтальном цилиндре, заполненном идеальным газом с показателем адиабаты γ, находится поршень массы m с площадью сечения S. В положении равновесия давление газа равно p_0 и поршень делит цилиндр на две одинаковые части, каждая объемом V_0. Найти частоту малых колебаний поршня около положения равновесия, считая процесс в газе адиабатическим и трение ничтожно малым.

4.69. На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения $k=0{,}10$ лежит брусок массы $m=0{,}50$ кг, соединенный горизонтальной недеформированной пружинкой со стенкой. Жесткость пружинки $\varkappa=2{,}45$ Н/см, а ее масса пренебрежимо мала. Брусок сместили так, что пружинка растянулась на $x_0=3{,}0$ см, и затем отпустили. Найти:

а) период колебаний бруска;

б) число колебаний, которое совершит брусок до остановки.

4.70. Затухающие колебания точки происходят по закону $x=a_0e^{-\beta t}\sin\omega t$. Найти:

а) амплитуду смещения и скорость точки в момент $t=0$;

б) моменты времени, когда точка достигает крайних положений.

4.71. Тело совершает крутильные колебания по закону $\varphi=\varphi_0e^{-\beta t}\cos\omega t$. Найти:

а) угловую скорость $\dot{\varphi}$ и угловое ускорение $\ddot{\varphi}$ тела в момент $t=0$;

б) моменты времени, когда угловая скорость максимальна.

4.72. Точка совершает затухающие колебания с частотой ω и коэффициентом затухания β по закону (4.1б). Найти начальную амплитуду a_0 и начальную фазу α, если в момент $t=0$ смещение точки и проекция ее скорости равны:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) $x_0=0$, $\dot{x}_0>0$; б) $x_0>0$, $\dot{x}_0=0$.

4.73. Осциллятор со временем релаксации $\tau=20$ с в момент $t=0$ имеет начальное смещение $x_0=10$ см. При каком значении начальной скорости $\dot{x}_0$ это смещение окажется равным своей амплитуде?

4.74. Точка совершает затухающие колебания с частотой $\omega=25$ с$^{-1}$. Найти коэффициент затухания β, если в начальный момент скорость точки равна нулю, а ее смещение из положения равновесия в $\eta=1{,}020$ раза меньше амплитуды.

4.75. Точка совершает затухающие колебания с частотой ω и коэффициентом затухания β. Найти амплитуду скорости точки как функцию времени, если в момент $t=0$:

а) амплитуда ее смещения равна a_0;

б) смещение точки $x(0)=0$ и проекция ее скорости $v_x(0)=\dot{x}_0$.

4.76. Математический маятник совершает колебания в среде, для которой логарифмический декремент затухания $\lambda_0=1{,}50$. Каким будет значение λ, если сопротивление среды увеличить в $n=2{,}00$ раза? Во сколько раз следует увеличить сопротивление среды, чтобы колебания стали невозможны?

4.77. К невесомой пружине подвесили грузик, и она растянулась на $\Delta x=9{,}8$ см. С каким периодом будет колебаться грузик, если ему дать небольшой толчок в вертикальном направлении? Логарифмический декремент затухания $\lambda=3{,}1$.

4.78. Найти добротность осциллятора, у которого:

а) амплитуда смещения уменьшается в $\eta=2{,}0$ раза через каждые $n=110$ периодов колебаний;

б) собственная частота $\omega_0=100$ с$^{-1}$ и время релаксации $\tau=60$ с.

4.79. Частицу сместили из положения равновесия на расстояние $l=1{,}0$ см и предоставили самой себе. Какой путь пройдет, колеблясь, эта частица до полной остановки, если логарифмический декремент затухания $\lambda=0{,}020$?

4.80. Найти добротность математического маятника длины $l=50$ см, если за промежуток времени $\tau=5{,}2$ мин его полная механическая энергия уменьшилась в $\eta=4{,}0\cdot10^4$ раз.

4.81. Однородный диск радиуса $R=13$ см может вращаться вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к его плоскости и проходящей через край диска. Найти

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

период малых колебаний этого диска, если логарифмический декремент затухания $\lambda=1{,}00$.

4.82. Тонкий однородный диск массы m и радиуса R, подвешенный в горизонтальном положении к упругой нити, совершает крутильные колебания в жидкости. Момент упругих сил со стороны нити $N=\alpha\varphi$, где α — постоянная, φ — угол поворота из положения равновесия. Сила сопротивления, действующая на единицу поверхности диска, $F_1=\eta v$, где η — постоянная, v — скорость данного элемента диска относительно жидкости. Найти частоту малых колебаний.

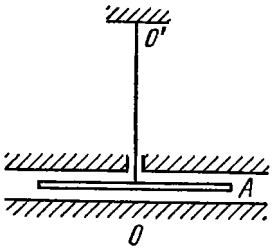


Рис. 4.22

4.83. Диск A радиуса R, подвешенный на упругой нити между двумя неподвижными плоскостями (рис. 4.22), совершает крутильные колебания вокруг своей оси OO'. Момент инерции диска относительно этой оси I, зазор между диском и каждой из плоскостей h, причем $h \ll R$. Найти вязкость газа, окружающего диск A, если период колебаний диска T и логарифмический декремент затухания λ.

4.84. Шарик массы m может совершать незатухающие гармонические колебания около точки $x=0$ с собственной частотой ω_0. В момент $t=0$, когда шарик находился в состоянии равновесия, к нему приложили вынуждающую силу $F_x=F_0 \cos \omega t$, совпадающую по направлению с осью x. Найти закон вынужденных колебаний шарика $x(t)$.

4.85. Установить в условиях предыдущей задачи закон движения шарика $x(t)$, если частота вынуждающей силы равна собственной частоте ω_0 колебаний шарика.

4.86. Частица массы m может совершать незатухающие гармонические колебания под действием упругой силы с коэффициентом $\varkappa$. Когда частица находилась в состоянии равновесия, к ней приложили постоянную силу F, которая действовала в течение τ секунд. Найти амплитуду колебаний частицы после окончания действия этой силы. Изобразить примерный график колебаний $x(t)$. Исследовать возможные случаи.

4.87. На осциллятор массы m без затухания с собственной частотой ω_0 действует вынуждающая сила по закону $F_0 \cos \omega t$. При каких начальных условиях (x_0 и $\dot{x}_0$) с самого начала будут происходить только вынужденные колебания? Найти закон $x(t)$ в этом случае.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.88. Оценить, через сколько времени установятся колебания в системе с добротностью $Q=1{,}0\cdot 10^6$ и собственной частотой колебаний $\omega_0=5000\ с^{-1}$ при резонансном воздействии на эту систему вынуждающей гармонической силы.

4.89. Найти разность фаз φ между смещением и вынуждающей силой при резонансе смещения, если собственная частота колебаний $\omega_0=50\ с^{-1}$ и коэффициент затухания $\beta=5{,}2\ с^{-1}$.

4.90. Шарик массы m, подвешенный к пружинке, удлиняет ее на Δl. Под действием внешней вертикальной силы, меняющейся по гармоническому закону с амплитудой F_0, шарик совершает вынужденные колебания. Логарифмический декремент затухания λ. Пренебрегая массой пружинки, найти частоту ω вынуждающей силы, при которой амплитуда a смещения шарика максимальна. Каково значение этой амплитуды?

4.91. Найти выражение для вынуждающей силы, под действием которой осциллятор массы m с коэффициентом затухания β испытывает гармонические колебания по закону $x=a\sin(\omega_0 t-\varphi)$, где ω_0 — собственная частота осциллятора.

4.92. Осциллятор массы m движется по закону $x=a\sin\omega t$ под действием вынуждающей силы $F_x=F_0\cos\omega t$. Найти коэффициент затухания β осциллятора.

4.93. Найти максимальное значение амплитуды смещения осциллятора, совершающего установившиеся колебания под действием вынуждающей гармонической силы с амплитудой $F_0=2{,}50$ Н, если частота затухающих колебаний данного осциллятора $\omega=100\ с^{-1}$ и коэффициент сопротивления (коэффициент пропорциональности между силой сопротивления и скоростью) $r=0{,}50$ кг/с.

4.94. Амплитуды смещений вынужденных гармонических колебаний при частотах $\omega_1=400\ с^{-1}$ и $\omega_2=600\ с^{-1}$ равны между собой. Найти частоту ω, при которой амплитуда смещения максимальна.

4.95. При частотах вынуждающей гармонической силы ω_1 и ω_2 амплитуда скорости частицы равна половине максимального значения. Найти:

а) частоту, соответствующую резонансу скорости;

б) коэффициент затухания β и частоту ω затухающих колебаний.

4.96. Некоторая резонансная кривая соответствует осциллятору с логарифмическим декрементом затухания $\lambda=1{,}60$. Найти для этой кривой отношение максимальной

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

амплитуды смещения к амплитуде смещения при очень малой частоте.

4.97. Тело массы m, подвешенное на невесомой пружине, совершает вынужденные колебания с амплитудой a и частотой ω. Собственная частота колебаний системы равна ω_0. Найти среднюю за период механическую энергию данного осциллятора.

4.98. Под действием внешней вертикальной силы $F_x = F_0 \cos \omega t$ тело, подвешенное на пружинке, совершает установившиеся вынужденные колебания по закону $x = a \cos(\omega t - \varphi)$. Найти работу силы F за период колебания.

4.99. Под действием момента сил $N_z = N_m \cos \omega t$ тело совершает вынужденные крутильные колебания по закону $\varphi = \varphi_m \cos(\omega t - \alpha)$. Найти работу сил трения, действующих на тело, за период колебания.

4.100. Шарик массы $m = 50$ г подвешен на невесомой пружинке жесткости $\varkappa = 20{,}0$ Н/м. Под действием вынуждающей вертикальной гармонической силы с частотой $\omega = 25{,}0$ с$^{-1}$ шарик совершает установившиеся колебания. При этом смещение шарика отстает по фазе от вынуждающей силы на $\varphi = 3\pi/4$. Найти добротность данного осциллятора.

4.101. Шарик массы m, подвешенный на невесомой пружинке, может совершать вертикальные колебания с коэффициентом затухания β. Собственная частота колебаний ω_0. Под действием внешней вертикальной силы, меняющейся по закону $F_x = F_0 \cos \omega t$, шарик совершает установившиеся гармонические колебания. Найти:

а) среднюю за период колебания мощность $\langle P \rangle$ силы F;

б) частоту ω вынуждающей силы, при которой $\langle P \rangle$ максимальна;

в) чему равна $\langle P \rangle_{\text{макс}}$?

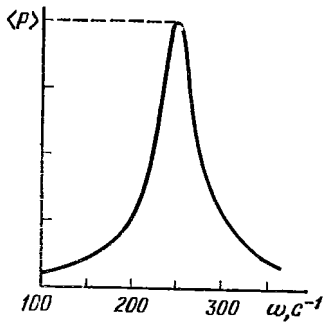


Рис. 4.23

4.102. Средняя мощность $\langle P \rangle$ вынуждающей силы в случае установившихся колебаний зависит от их частоты ω, как показано на рис. 4.23. Здесь предполагается, что амплитуда вынуждающей силы постоянна, не зависит от частоты ω.

Найти собственную частоту ω_0 осциллятора, его коэффициент затухания β и добротность Q.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.2. Электрические колебания

● Затухающие колебания контура:

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC}, \quad \beta = R/2L. \tag{4.2а}$$

● Логарифмический декремент затухания λ и добротность Q контура определяются формулами (4.1г). При слабом затухании:

$$\lambda = \pi R \sqrt{C/L}, \quad Q = (1/R)\sqrt{L/C}. \tag{4.2б}$$

● Установившиеся вынужденные колебания при последовательном включении в контур напряжения $U = U_m \cos \omega t$:

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi), \tag{4.2в}$$

где

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \tag{4.2г}$$

Соотиетствующая векторная диаграмма напряжений показана на рис. 4.24.

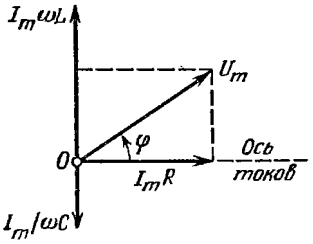


Рис. 4.24

● Полное сопротивление (импеданс):

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \tag{4.2д}$$

где $X = X_L - X_C$ — реактивное сопротивление.

● Мощность, выделяемая в цепи переменного тока:

$$P = UI \cos \varphi, \tag{4.2е}$$

где U и I — действующие (эффективные) значения напряжения и тока:

$$U = U_m/\sqrt{2}, \quad I = I_m/\sqrt{2}. \tag{4.2ж}$$

4.103. Небольшой шарик массы m=21 г, подвешенный на нерастяжимой изолирующей нити на высоте h=12 см от большой горизонтальной проводящей плоскости, совершает малые колебания. После того как ему сообщили некоторый заряд q, период колебаний изменился в η=2,0 раза. Найти q.

4.104. Небольшая магнитная стрелка совершает малые колебания вокруг оси, перпендикулярной к направлению внешнего магнитного поля. При изменении индукции этого

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

поля период колебаний стрелки уменьшился в $\eta=5{,}0$ раз. Во сколько раз и как изменилась индукция поля? Затухание колебаний пренебрежимо мало.

4.105. Контур (рис. 4.25) образован двумя параллельными проводниками, замыкающим их соленоидом с индуктивностью L и проводящим стержнем массы m, который может без трения скользить по проводникам. Проводники расположены в горизонтальной плоскости в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией B. Расстояние между проводниками l. В момент $t=0$ стержню сообщили начальную скорость v_0. Найти закон его движения $x(t)$. Сопротивление контура пренебрежимо мало.

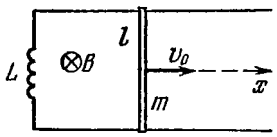


Рис. 4.25

4.106. Катушка индуктивности L соединяет верхние концы двух вертикальных медных шин, отстоящих друг от друга на расстояние l. Вдоль шин падает без начальной скорости горизонтальный проводник-перемычка массы m (без нарушения контакта с шинами). Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией B, перпендикулярном к плоскости шин. Найти закон движения проводника $x(t)$. Сопротивление всех проводников пренебрежимо мало.

4.107. Ток в колебательном контуре зависит от времени как $I=I_m\sin\omega_0 t$, где $I_m=9{,}0$ мА, $\omega_0=4{,}5\cdot10^4$ с$^{-1}$. Емкость конденсатора $C=0{,}50$ мкФ. Найти индуктивность контура и напряжение на конденсаторе в момент $t=0$.

4.108. В контуре, состоящем из конденсатора емкости C и катушки с индуктивностью L, совершаются свободные незатухающие колебания, при которых амплитуда напряжения на конденсаторе равна U_m. Найти связь между током I в контуре и напряжением U на конденсаторе.

4.109. Колебательный контур состоит из конденсатора емкости C, катушки с индуктивностью L и пренебрежимо малым сопротивлением и ключа. При разомкнутом ключе конденсатор зарядили до напряжения U_m и затем в момент $t=0$ замкнули ключ. Найти:

а) ток в контуре как функцию времени;

б) э. д. с. самоиндукции в катушке в моменты, когда электрическая энергия конденсатора равна энергии тока в катушке.

4.110. Найти максимальный ток в цепи (рис. 4.26) и максимальное напряжение на конденсаторе после замыка-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ния ключа K. Активное сопротивление цепи пренебрежимо мало.

4.111. В контуре, состоящем из плоского конденсатора и катушки индуктивности с пренебрежимо малым активным сопротивлением, происходят колебания с энергией W. Пластины конденсатора медленно раздвинули так, что частота колебаний увеличилась в η раз. Какую работу совершили при этом против электрических сил?

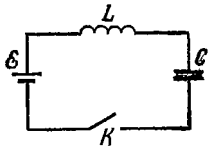


Рис. 4.26

4.112. Найти собственную частоту ω_0 резонатора (рис. 4.27), считая, что его плоская часть является конденсатором, а цилиндрическая — индуктивностью. Необходимые размеры указаны на рисунке.

4.113. На рис. 4.28 показано сечение тороидального резонатора, используемого во многих микроволновых генераторах. Считая, что центральная часть резонатора является плоским конденсатором, а тороидальная полость — индуктивностью, оценить собственную частоту резонатора. Необходимые размеры даны на рисунке.

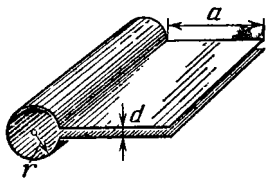


Рис. 4.27

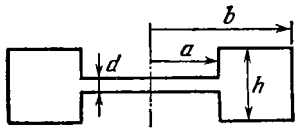


Рис. 4.28

4.114. В колебательном контуре (рис. 4.29) индуктивность катушки L=2,5 мГн, а емкости конденсаторов C_1=2,0 мкФ и C_2=3,0 мкФ. Конденсаторы зарядили до напряжения U=180 В и замкнули ключ K. Найти:

а) период собственных колебаний;

б) амплитудное значение тока через катушку.

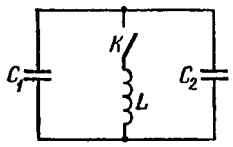


Рис. 4.29

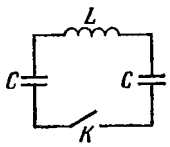


Рис. 4.30

4.115. Электрическая цепь (рис. 4.30) имеет пренебрежимо малое активное сопротивление. Левый конденсатор

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

зарядили до напряжения U_0 и затем — в момент $t=0$ — замкнули ключ K. Найти зависимость от времени t напряжений на обоих конденсаторах.

4.116. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности L и конденсатора емкости C. Сопротивление катушки и соединительных проводов пренебрежимо мало. Катушка находится в постоянном магнитном поле, так что суммарный поток, пронизывающий все витки катушки, равен Ф. В момент $t=0$ магнитное поле выключили. Считая время выключения очень малым по сравнению с периодом собственных колебаний контура, найти ток в контуре как функцию времени t.

4.117. В контуре совершаются свободные затухающие колебания, при которых напряжение на конденсаторе меняется во времени по закону $U=U_m e^{-\beta t}\cos\omega t$. Найти моменты времени, когда модуль напряжения на конденсаторе достигает:

а) амплитудных значений;

б) максимальных (экстремальных) значений.

4.118. Некоторый колебательный контур содержит конденсатор емкости C, катушку с индуктивностью L и активным сопротивлением R, а также ключ. При разомкнутом ключе конденсатор зарядили, после чего ключ замкнули, и начались колебания. Найти отношение напряжения на конденсаторе к его амплитудному значению в момент непосредственно после замыкания ключа.

4.119. В контуре с емкостью C и индуктивностью L происходят свободные затухающие колебания, при которых ток меняется во времени по закону $I=I_m e^{-\beta t}\sin\omega t$. Найти напряжение на конденсаторе в зависимости от времени и в момент $t=0$.

4.120. Колебательный контур состоит из конденсатора емкости $C=4{,}0$ мкФ и катушки с индуктивностью $L=2{,}0$ мГн и активным сопротивлением $R=10$ Ом. Найти отношение энергии магнитного поля катушки к энергии электрического поля конденсатора в момент максимума тока.

4.121. Некоторый колебательный контур содержит две последовательно соединенные катушки с активными сопротивлениями R_1 и R_2 и индуктивностями L_1 и L_2, причем взаимная индуктивность их пренебрежимо мала. Эти катушки надо заменить одной так, чтобы частота и добротность контура не изменились. Найти индуктивность и активное сопротивление такой катушки.

4.122. Найти время, за которое амплитуда колебаний

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

тока в контуре с добротностью $Q=5000$ уменьшится в $\eta=2{,}0$ раза, если частота колебаний $\nu=2{,}2$ МГц.

4.123. Колебательный контур имеет емкость $C=10$ мкФ, индуктивность $L=25$ мГн и активное сопротивление $R=1{,}0$ Ом. Через сколько колебаний амплитуда тока в этом контуре уменьшится в e раз?

4.124. На сколько процентов отличается частота ω свободных колебаний контура с добротностью $Q=5{,}0$ от собственной частоты ω_0 колебаний этого контура?

4.125. Проводник в форме квадратной рамки со стороной a, подвешенный на упругой нити, находится в однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией B. В положении равновесия плоскость рамки параллельна вектору **B** (рис. 4.31). Будучи выведена из положения равновесия, рамка совершает малые колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Момент инерции рамки относительно этой оси I, ее электрическое сопротивление R. Пренебрегая индуктивностью рамки, найти время, через которое амплитуда ее углового поворота уменьшится в e раз.

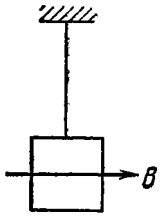


Рис. 4.31

4.126. В схеме (рис. 4.32) э.д.с. элемента $\mathscr{E}=2{,}0$ В, его внутреннее сопротивление $r=9{,}0$ Ом, емкость конденсатора $C=10$ мкФ, индуктивность катушки $L=100$ мГн и сопротивление $R=1{,}0$ Ом. В некоторый момент ключ K разомкнули. Найти энергию колебаний в контуре:

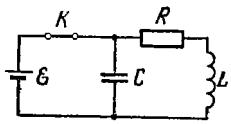


Рис. 4.32

а) непосредственно после размыкания ключа;

б) через $t=0{,}30$ с после размыкания ключа.

4.127. В контуре, добротность которого $Q=50$ и собственная частота колебаний $\nu_0=5{,}5$ кГц, возбуждаются затухающие колебания. Через сколько времени энергия, запасенная в контуре, уменьшится в $\eta=2{,}0$ раза?

4.128. Колебательный контур содержит конденсатор с утечкой. Емкость конденсатора C, его активное сопротивление R. Индуктивность катушки L. Сопротивление катушки и проводов пренебрежимо мало. Найти:

а) частоту затухающих колебаний такого контура;

б) его добротность.

4.129. Найти добротность контура с емкостью $C=2{,}0$ мкФ и индуктивностью $L=5{,}0$ мГн, если на поддержание в нем незатухающих колебаний с амплитудой напряжения

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

на конденсаторе U_m=1,0 В необходимо подводить мощность $\langle P\rangle$=0,10 мВт. Затухание колебаний в контуре достаточно мало.

4.130. Какую среднюю мощность должен потреблять колебательный контур с активным сопротивлением R= =0,45 Ом, чтобы в нем поддерживались незатухающие гармонические колебания с амплитудой тока I_m=30 мА?

4.131. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью C=1,2 нФ и катушку с индуктивностью L= =6,0 мкГн и активным сопротивлением R=0,50 Ом. Какую среднюю мощность нужно подводить к контуру, чтобы поддерживать в нем незатухающие гармонические колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе U_m=10 В?

4.132. Найти частоту затухающих колебаний контура, показанного на рис. 4.33. Емкость C, индуктивность L и активное сопротивление R предполагаются известными. Выяснить, при каком соотношении между C, L и R колебания возможны.

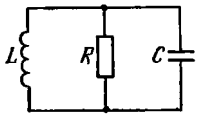


Рис. 4.33

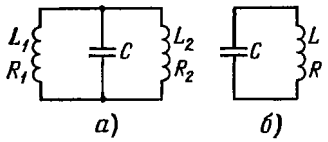


Рис. 4.34

4.133. Имеются два колебательных контура (рис. 4.34) с конденсаторами одинаковой емкости. При каком соотношении между индуктивностями и активными сопротивлениями катушек частоты и затухание свободных колебаний в обоих контурах будут одинаковыми? Взаимная индуктивность катушек левого контура пренебрежимо мала.

4.134. Контур состоит из последовательно включенных конденсатора емкости C, катушки индуктивности L, ключа и сопротивления, равного критическому для данного контура. При разомкнутом ключе конденсатор зарядили до напряжения U_0 и в момент t=0 ключ замкнули. Найти ток I в контуре как функцию времени t. Чему равен $I_{\text{макс}}$?

4.135. Катушку с активным сопротивлением R и индуктивностью L подключили в момент t=0 к источнику напряжения $U=U_m\cos\omega t$. Найти ток в катушке как функцию времени t.

4.136. Цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора емкости C и сопротивления R, подклю-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

чили к переменному напряжению $U=U_m\cos\omega t$ в момент $t=0$. Найти ток в цепи как функцию времени t.

4.137. Длинный однослойный соленоид из проволоки с удельным сопротивлением ρ имеет на единицу длины n плотно расположенных витков. Толщина изоляции провода пренебрежимо мала. Радиус сечения соленоида равен a. Найти разность фаз между током и переменным напряжением с частотой ν, которое подключено к концам соленоида.

4.138. Концы цепи, состоящей из последовательно включенных конденсатора и активного сопротивления $R=110$ Ом, подсоединили к переменному напряжению с амплитудой $U_m=110$ В. При этом амплитуда установившегося тока в цепи $I_m=0{,}50$ А. Найти разность фаз между током и подаваемым напряжением.

4.139. На рис. 4.35 показана простейшая схема сглаживающего фильтра. На вход подают напряжение $U=U_0(1+\cos\omega t)$. Найти:

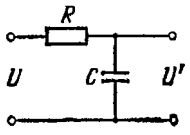


Рис. 4.35

а) выходное напряжение $U'(t)$;

б) значение величины RC, при котором амплитуда переменной составляющей напряжения на выходе будет в $\eta=7{,}0$ раз меньше постоянной составляющей, если $\omega=314$ с$^{-1}$.

4.140. Колебательный контур с индуктивностью L подключен последовательно к внешнему синусоидальному напряжению с амплитудой U_m. Контур настроен в резонанс, при котором амплитуда установившегося тока равна I_m. Найти промежуток времени τ (время релаксации), за который амплитуда тока уменьшится в e раз, если процесс будет происходить в режиме свободных затухающих колебаний.

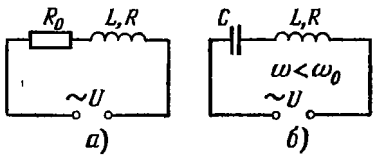


Рис. 4.36

4.141. Изобразить примерные векторные диаграммы напряжений в электрических цепях, показанных на рис. 4.36, *а*, *б*. Внешнее напряжение U предполагается гармоническим с частотой ω.

4.142. Цепь, состоящая из последовательно соединенных конденсатора емкости $C=22$ мкФ и катушки с активным сопротивлением $R=20$ Ом и индуктивностью $L=0{,}35$ Гн, подключена к сети переменного напряжения с амплитудой $U_m=180$ В и частотой $\omega=314$ с$^{-1}$. Найти:

а) амплитуду тока в цепи;

б) разность фаз между током и внешним напряжением;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

в) амплитуды напряжения на конденсаторе и катушке.

4.143. Цепь из последовательно соединенных конденсатора емкости C, сопротивления R и катушки с индуктивностью L и пренебрежимо малым активным сопротивлением подключена к генератору синусоидального напряжения, частоту которого можно менять при постоянной амплитуде. Найти частоту, при которой максимальна амплитуда напряжения:

а) на конденсаторе; б) на катушке.

4.144. Переменное напряжение с частотой $\omega=314$ с$^{-1}$ и амплитудой $U_m=180$ В подключено к концам цепи, состоящей из последовательно соединенных конденсатора и катушки с активным сопротивлением $R=40$ Ом и индуктивностью $L=0{,}36$ Гн. При каком значении емкости конденсатора амплитуда напряжения на катушке будет максимальной? Чему равна эта амплитуда и соответствующая амплитуда напряжения на конденсаторе?

4.145. Конденсатор емкости C, пространство между обкладками которого заполнено слабо проводящей средой с активным сопротивлением R, подключили к источнику переменного напряжения $U=U_m \cos \omega t$. Найти установившийся ток в подводящих проводах в зависимости от времени. Сопротивление проводов пренебрежимо мало.

4.146. Колебательный контур содержит конденсатор емкости C и соленоид с индуктивностью L_1. Соленоид индуктивно связан с короткозамкнутой катушкой, имеющей индуктивность L_2 и пренебрежимо малое активное сопротивление. Коэффициент их взаимной индуктивности L_{12}. Найти собственную частоту данного колебательного контура.

4.147. Найти добротность колебательного контура, в который последовательно включен источник переменной э.д.с., если при резонансе напряжение на конденсаторе в n раз превышает напряжение на источнике.

4.148. Цепь переменного тока, состоящая из последовательно соединенных катушки и конденсатора, подключена к источнику переменной э.д.с., причем индуктивность катушки подобрана так, что ток в цепи максимален. Найти добротность системы, если известно, что при увеличении индуктивности в n раз ток в цепи уменьшается в η раз.

4.149. Цепь, содержащая последовательно соединенные конденсатор и катушку с активным сопротивлением, подключена к источнику гармонического напряжения, частоту которого можно менять, не изменяя его амплитуды. При частотах ω_1 и ω_2 амплитуды тока оказались в n раз меньше резонансной амплитуды. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) резонансную частоту;

б) добротность цепи.

4.150. Показать, что при малом затухании добротность контура, в котором совершаются вынужденные колебания, $Q \approx \omega_0/\Delta\omega$, где ω_0 — собственная частота колебаний, $\Delta\omega$ — ширина резонансной кривой $I(\omega)$ на «высоте», в $\sqrt{2}$ раз меньшей амплитуды тока при резонансе.

4.151. К концам цепи, состоящей из последовательно соединенных конденсатора и катушки, подают два переменных напряжения одинаковой амплитуды, но разной частоты. Частота одного напряжения равна собственной частоте (ω_0), другого — в η раз больше. Найти отношение амплитуд токов (I_0/I), возбуждаемых обоими напряжениями, если добротность системы равна Q. Вычислить это отношение для $Q=10$ и 100, если $\eta=1{,}10$.

4.152. Для зарядки аккумулятора постоянным током I_0 требуется t_0 часов. Сколько времени понадобится для зарядки такого аккумулятора от сети через однополупериодный выпрямитель, если действующее значение тока тоже равно I_0?

4.153. Найти действующее значение тока, если среднее значение его равно I_0, а сам ток зависит от времени по закону:

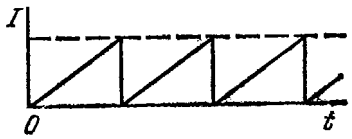


Рис. 4.37

а) показанному на рис. 4.37;

б) $I \sim |\sin \omega t|$.

4.154. Соленоид с индуктивностью $L=7$ мГн и активным сопротивлением $R=44$ Ом подключили сначала к источнику постоянного напряжения U_0, а затем к генератору синусоидального напряжения с действующим значением $U=U_0$. При какой частоте генератора мощность, потребляемая соленоидом, будет в $\eta=5{,}0$ раза меньше, чем в первом случае?

4.155. К сети с действующим напряжением $U=100$ В подключили катушку, индуктивное сопротивление которой $X_L=30$ Ом и импеданс $Z=50$ Ом. Найти разность фаз между током и напряжением, а также тепловую мощность, выделяемую в катушке.

4.156. Катушка с индуктивностью $L=0{,}70$ Гн и активным сопротивлением $r=20$ Ом соединена последовательно с безындукционным сопротивлением R, и между концами этой цепи приложено переменное напряжение с действую-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

щим значением $U=220$ В и частотой $\omega=314$ с$^{-1}$. При каком значении сопротивления R в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность? Чему она равна?

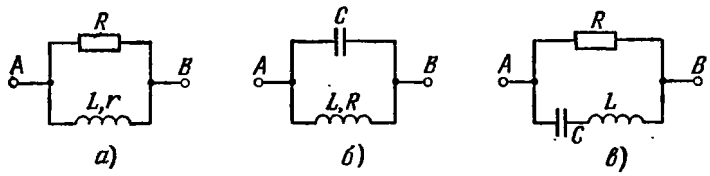
4.157. Цепь, состоящая из последовательно соединенных конденсатора и катушки, подключена к сети. Изменив емкость конденсатора, добились увеличения выделяемой тепловой мощности в катушке в $n=1{,}7$ раза. На сколько процентов изменилось при этом значение $\cos\varphi$?

4.158. В колебательный контур с добротностью $Q=100$ включен последовательно источник синусоидальной э.д.с. с постоянной амплитудой напряжения. При некоторой частоте внешнего напряжения тепловая мощность, выделяемая в контуре, оказывается максимальной. На сколько процентов следует изменить эту частоту, чтобы выделяемая мощность уменьшилась в $n=2{,}0$ раза?

4.159. Цепь, состоящую из последовательно соединенных безындукционного сопротивления $R=0{,}16$ кОм и катушки с активным сопротивлением, подключили к сети с действующим напряжением $U=220$ В. Найти тепловую мощность, выделяемую на катушке, если действующие напряжения на сопротивлении R и катушке равны соответственно $U_1=80$ В и $U_2=180$ В.

4.160. Катушка и безындукционное сопротивление $R=25$ Ом подключены параллельно к сети переменного напряжения. Найти тепловую мощность, выделяемую в катушке, если из сети потребляется ток $I=0{,}90$ А, а через катушку и сопротивление R текут токи соответственно $I_1=0{,}50$ А и $I_2=0{,}60$ А.

4.161. Найти полное сопротивление участка цепи, состоящего из параллельно включенного конденсатора емкости $C=73$ мкФ и активного сопротивления $R=100$ Ом,— для переменного тока частоты $\omega=314$ с$^{-1}$.



а) б) в)

Рис. 4.38

4.162. Изобразить примерные векторные диаграммы токов в электрических контурах, показанных на рис. 4.38. Предполагается, что подаваемое между точками A и B напряжение синусоидальное и параметры каждого контура

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

подобраны так, что суммарный ток I_0 через контур отстает по фазе от внешнего напряжения на угол φ.

4.163. Конденсатор емкости $C=1{,}0$ мкФ и катушку с активным сопротивлением $R=0{,}10$ Ом и индуктивностью $L=1{,}0$ мГн подключили параллельно к источнику синусоидального напряжения с действующим значением $U=31$ В. Найти:

а) частоту ω, при которой наступает резонанс;

б) действующее значение подводимого тока при резонансе, а также соответствующие токи через катушку и конденсатор.

4.164. К источнику синусоидального напряжения с частотой ω подключили параллельно конденсатор емкости C и катушку с активным сопротивлением R и индуктивностью L. Найти разность фаз между подводимым к контуру током и напряжением на источнике.

4.165. Участок цепи состоит из параллельно включенных конденсатора емкости C и катушки с активным сопротивлением R и индуктивностью L. Найти полное сопротивление этого участка для переменного напряжения с частотой ω.

4.166. Кольцо из тонкого провода с активным сопротивлением R и индуктивностью L вращают с постоянной угловой скоростью ω во внешнем однородном магнитном поле, перпендикулярном к оси вращения. При этом поток магнитной индукции внешнего поля через кольцо изменяется во времени по закону $\Phi=\Phi_0\cos\omega t$. Показать, что индукционный ток в кольце зависит от времени как $I=I_m\sin(\omega t-\varphi)$, где $I_m=\omega\Phi_0/\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$, причем $\operatorname{tg}\varphi=\omega L/R$.

4.167. Найти среднюю механическую мощность, развиваемую внешними силами для поддержания вращения кольца из предыдущей задачи с постоянной угловой скоростью.

4.168. На деревянный сердечник (рис. 4.39) надеты две катушки: катушка *1* с индуктивностью L_1 и замкнутая накоротко катушка *2* с активным сопротивлением R и индуктивностью L_2. Взаимная индуктивность катушек зависит от расстояния x между ними по закону $L_{12}(x)$. Найти среднее по времени значение силы взаимодействия между катушками, когда по катушке *1* течет переменный ток $I_1=I_0\cos\omega t$.

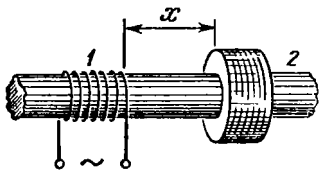


Рис. 4.39

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.3. Упругие волны. Акустика

● Уравнения плоской и сферической волн:

$$\xi = a\cos(\omega t - kx), \quad \xi = (a_0/r)\cos(\omega t - kr). \tag{4.3а}$$

Для однородной поглощающей среды в эти формулы входит множитель соответственно $e^{-\gamma x}$ и $e^{-\gamma r}$, где γ — коэффициент затухания волны.

● Волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}. \tag{4.3б}$$

● Фазовая скорость продольных волн в упругой среде ($v_\parallel$) и поперечных волн в струне ($v_\perp$):

$$v_\parallel = \sqrt{E/\rho}, \quad v_\perp = \sqrt{T/\rho_1}, \tag{4.3в}$$

где E — модуль Юнга, ρ — плотность среды, T — натяжение струны, ρ_1 — ее линейная плотность.

● Скорость звука в газе:

$$v = \sqrt{\gamma RT/M}. \tag{4.3г}$$

● Объемная плотность энергии упругой волны:

$$w = \rho a^2\omega^2 \sin^2(\omega t - kx), \quad \langle w\rangle = {}^1/_2\rho a^2\omega^2. \tag{4.3д}$$

● Плотность потока энергии (вектор Умова) для бегущей гармонической волны:

$$\mathbf{j} = w\mathbf{v}, \quad \langle \mathbf{j}\rangle = {}^1/_2\rho a^2\omega^2\mathbf{v}. \tag{4.3е}$$

В общем случае для продольных волн:

$$\mathbf{j} = -\sigma\mathbf{u}, \tag{4.3ж}$$

где σ — напряжение ($\sigma = E\cdot\partial\xi/\partial x$), $\mathbf{u}$ — скорость частиц среды.

● Уравнение стоячей гармонической волны:

$$\xi = a\cos kx\cdot\cos\omega t. \tag{4.3з}$$

● Акустический эффект Доплера:

$$\nu = \nu_0(v + v_{\text{пр}})/(v - v_{\text{ист}}). \tag{4.3и}$$

● Уровень громкости звука (в белах):

$$L = \lg(I/I_0). \tag{4.3к}$$

● Связь между интенсивностью I звуковой волны и амплитудой колебания давления $(\Delta p)_m$:

$$I = (\Delta p)_m^2/2\rho v. \tag{4.3л}$$

4.169. За сколько времени звуковые колебания пройдут расстояние l между точками 1 и 2, если температура воздуха между ними меняется линейно от T_1 до T_2? Скорость звука в воздухе $v = \alpha\sqrt{T}$, где α — постоянная.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.170. Плоская гармоническая волна с частотой ω распространяется со скоростью v в направлении, составляющем углы α, β, γ с осями x, y, z. Найти разность фаз колебаний в точках среды с координатами x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2.

4.171. Найти волновой вектор $\mathbf{k}$ и скорость v волны, имеющей вид $\xi = a\cos(\omega t - \alpha x - \beta y - \gamma z)$.

4.172. Плоская волна с частотой ω распространяется так, что некоторая фаза колебаний перемещается вдоль осей x, y, z со скоростями соответственно v_1, v_2, v_3. Найти волновой вектор $\mathbf{k}$, если орты осей координат $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ заданы.

4.173. В среде K распространяется упругая плоская волна $\xi = a\cos(\omega t - kx)$. Найти уравнение этой волны в системе отсчета K', движущейся в положительном направлении оси x с постоянной скоростью V по отношению к среде K.

4.174. Показать, что любая дифференцируемая функция вида $f(t + \alpha x)$, где α — постоянная, является решением волнового уравнения. Каков физический смысл постоянной α?

4.175. Плоская продольная упругая волна распространяется в положительном направлении оси x в среде с плотностью $\rho = 4{,}0$ г/см^3 и модулем Юнга $E = 100$ ГПа. Найти проекцию скорости u_x частиц среды в точках, где относительная деформация среды $\varepsilon = 0{,}010$.

4.176. Уравнение плоской звуковой волны имеет вид $\xi = 60\cos(1800t - 5{,}3x)$, где ξ — в мкм, t — в секундах, x — в метрах.

Найти:

а) отношение амплитуды смещения частиц среды к длине волны;

б) амплитуду колебаний скорости частиц среды и ее отношение к скорости распространения волны;

в) амплитуду колебаний относительной деформации среды и ее связь с амплитудой колебаний скорости частиц среды.

4.177. В однородной упругой среде распространяется плоская волна $\xi = a\cos(\omega t - kx)$. Изобразить для момента $t = 0$:

а) графики зависимостей от x величин ξ, $\partial\xi/\partial t$ и $\partial\xi/\partial x$;

б) направление скорости частиц среды в точках, где $\xi = 0$, если волна продольная, поперечная;

в) примерный график распределения плотности среды $\rho(x)$ для продольной волны.

4.178. В однородной среде распространяется плоская упругая волна вида $\xi = a e^{-\gamma x}\cos(\omega t - kx)$, где a, γ, ω и k —

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

постоянные. Найти разность фаз колебаний в точках, где амплитуды смещения частиц среды отличаются друг от друга на $\eta=1{,}0\%$, если $\gamma=0{,}42$ м$^{-1}$ и длина волны $\lambda=50$ см.

4.179. Найти радиус-вектор, характеризующий положение точечного источника сферических волн, если известно, что этот источник находится на прямой между точками с радиус-векторами $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, в которых амплитуды колебаний частиц среды равны a_1 и a_2. Затухание волны пренебрежимо мало, среда однородная.

4.180. Точечный изотропный источник испускает звуковые колебания с частотой $\nu=1{,}45$ кГц. На расстоянии $r_0=5{,}0$ м от источника амплитуда смещения частиц среды $a_0=50$ мкм, а в точке A, находящейся на расстоянии $r=10{,}0$ м от источника, амплитуда смещения в $\eta=3{,}0$ раза меньше a_0. Найти:

а) коэффициент затухания волны γ;

б) амплитуду колебаний скорости частиц среды в точке A.

4.181. В упругой однородной среде распространяются две плоские волны, одна вдоль оси x, другая вдоль оси y: $\xi_1=a\cos(\omega t-kx)$, $\xi_2=a\cos(\omega t-ky)$. Найти характер движения частиц среды в плоскости xy, если обе волны:

а) поперечные и направление колебаний одинаково;

б) продольные.

4.182. В среде распространяется незатухающая плоская гармоническая волна. Найти среднюю объемную плотность полной энергии колебаний $\langle w\rangle$, если в любой точке среды объемная плотность энергии равна w_0 через одну шестую периода колебаний после прохождения максимума смещения.

4.183. Точечный изотропный источник звука находится на перпендикуляре к плоскости кольца, проходящем через его центр O. Расстояние между точкой O и источником $l=1{,}00$ м, радиус кольца $R=0{,}50$ м. Найти средний поток энергии через площадь, ограниченную кольцом, если в точке O интенсивность звука $I_0=30$ мкВт/м^2. Затухание волн пренебрежимо мало.

4.184. Изотропный точечный источник, звуковая мощность которого $P=0{,}10$ Вт, находится в центре круглого полого цилиндра радиуса $R=1{,}0$ м и высоты $h=2{,}0$ м. Полагая, что стенки цилиндра полностью поглощают звук, найти средний поток энергии, падающий на боковую поверхность цилиндра.

4.185. Два точечных синфазных источника звука A и B имеют одинаковую мощность и находятся на расстоянии $2l$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

друг от друга. Нас интересует средняя по времени объемная плотность звуковой энергии $\langle w \rangle$ в точках прямой OO', перпендикулярной к отрезку AB и проходящей через его середину — точку O. На каком расстоянии x_m от точки O находится точка P прямой OO', в которой $\langle w \rangle$ имеет максимальное значение? Поглощение пренебрежимо мало.

4.186. Предположим, что звук, издаваемый точечным источником, распространяется в изотермической атмосфере, которая находится в однородном поле тяжести. Температура атмосферы T, молярная масса воздуха M, ускорение свободного падения g. Найти закон изменения амплитуды смещения a звуковой волны в вертикальном направлении от расстояния r до источника звука. На какой высоте от источника эта амплитуда окажется минимальной?

4.187. Исходя из общего выражения для вектора Умова, найти среднее по времени значение проекции вектора Умова $\langle j_x \rangle$ на ось x для следующих плоских упругих волн в среде с объемной плотностью ρ:

а) $\xi = a\cos(\omega t - kx)$;

б) $\xi = a\cos kx \cdot \cos \omega t$;

в) $\xi = a\cos(\omega t - kx) + b\cos(\omega t + kx)$;

г) $\xi = a\cos(\omega t - kx) + b\cos kx \cdot \cos \omega t$.

4.188. В упругой однородной среде с плотностью ρ распространяются две плоские продольные волны: одна вдоль оси x, $\xi_1 = a\cos(\omega t - kx)$, другая вдоль оси y, $\xi_2 = a\cos(\omega t - ky)$. Найти среднее значение модуля вектора Умова в точках плоскости $y = x$.

4.189. В однородной упругой среде установилась плоская стоячая волна вида $\xi = a\cos kx \cdot \cos \omega t$. Изобразить:

а) графики зависимостей от x величин ξ и $\partial\xi/\partial x$ в моменты $t = 0$ и $t = T/2$, где T — период колебаний;

б) графики распределения плотности среды $\rho(x)$ для продольных колебаний в моменты $t = 0$ и $t = T/2$;

в) график распределения скоростей частиц среды в момент $t = T/4$; указать направления скоростей в этот момент в пучностях для продольных и поперечных волн.

4.190. В однородной среде с плотностью ρ установилась продольная стоячая волна $\xi = a\cos kx \cdot \cos \omega t$. Найти выражения для объемной плотности:

а) потенциальной энергии $w_p(x, t)$;

б) кинетической энергии $w_k(x, t)$.

Изобразить графики распределения объемной плотности полной энергии w в пределах между двумя соседними узлами смещения в моменты $t = 0$ и $t = T/4$, где T — период колебаний.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.191. Стальная струна длины $l=110$ см и диаметра $d=1{,}0$ мм натянута между полюсами электромагнита. При пропускании по струне переменного тока частоты $\nu=50$ Гц на ней установилось $\eta=5$ полуволн. Найти силу натяжения струны.

4.192. Стальная струна длины $l=100$ см и диаметра $d=0{,}50$ мм дает основной тон частоты $\nu=256$ Гц. Найти силу ее натяжения.

4.193. На струне длины 120 см образовалась стоячая волна, причем все точки струны с амплитудой смещения 3,5 мм отстоят друг от друга на 15,0 см. Найти максимальную амплитуду смещения. Какому обертону соответствуют эти колебания?

4.194. Найти отношение частот основного тона двух одинаковых струн после того, как одну из них упруго растянули на $\eta_1=2{,}0$ %, а другую на $\eta_2=4{,}0$ %.

4.195. Как и во сколько раз изменится частота основного тона натянутой струны, если ее длину уменьшить на 35 %, а силу натяжения F увеличить на 70 %?

4.196. Для определения скорости звука в воздухе использовали трубу с поршнем и звуковой мембраной, закрывающей один из ее торцов. Найти скорость звука, если расстояние между соседними положениями поршня, при которых наблюдался резонанс на частоте $\nu=2{,}00$ кГц, составляет $l=8{,}5$ см.

4.197. Найти число возможных собственных колебаний столба воздуха в трубе, частоты которых меньше $\nu_0=1250$ Гц, если:

а) труба закрыта с одного конца;

б) труба открыта с обоих концов.

Длина трубы $l=85$ см. Скорость звука $v=340$ м/с. Считать, что открытые концы трубы являются пучностями смещения.

4.198. Медный стержень длины $l=50$ см закреплен в середине. Найти число продольных собственных колебаний его в диапазоне частот от 20 до 50 кГц. Каковы их частоты?

4.199. Струна массы m закреплена с обоих концов. В ней возбудили колебания основного тона с круговой частотой ω и максимальной амплитудой смещения $a_{\text{макс}}$. Найти:

а) максимальную кинетическую энергию струны;

б) среднюю за период колебания кинетическую энергию струны.

4.200. В однородном стержне, площадь сечения которого S и плотность ρ, установилась стоячая волна $\xi=a\sin kx\times\cos\omega t$. Найти полную механическую энергию, заключен-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ную между сечениями, которые проходят через соседние узлы смещения.

4.201. Локомотив, движущийся со скоростью $u=120$ км/ч, дает гудок длительностью $\Delta t_0=5{,}0$ с. Найти продолжительность гудка для неподвижного относительно полотна дороги наблюдателя, если локомотив: а) приближается к нему; б) удаляется от него. Скорость звука в воздухе $v=330$ м/с.

4.202. Звуковая волна распространяется со скоростью v в положительном направлении оси x. В ту же сторону движутся наблюдатели *1* и *2* со скоростями v_1 и v_2. Найти отношение частот, которые зафиксируют наблюдатели, ω_2/ω_1.

4.203. Источник звуковых колебаний частоты $\nu_0=1000$ Гц движется по нормали к стенке со скоростью $u=0{,}17$ м/с. На этой же нормали расположены два неподвижных приемника $П_1$ и $П_2$, причем последовательность расположения этих приемников и источника $И$ такая: $П_1 - И - П_2$ — стенка. Какой приемник регистрирует биения и какова их частота? Скорость звука $v=340$ м/с.

4.204. Неподвижный наблюдатель воспринимает звуковые колебания от двух камертонов, один из которых приближается, а другой с такой же скоростью удаляется. При этом наблюдатель слышит биения с частотой $\nu=2{,}0$ Гц. Найти скорость каждого камертона, если их частота колебаний $\nu_0=680$ Гц и скорость звука в воздухе $v=340$ м/с.

4.205. На оси x находятся приемник и источник звуковых колебаний с частотой $\nu_0=2000$ Гц. Источник совершает гармонические колебания вдоль этой оси с круговой частотой ω и амплитудой $a=50$ см. При каком значении ω ширина частотного интервала, воспринимаемого неподвижным приемником, будет составлять $\Delta\nu=200$ Гц? Скорость звука $v=340$ м/с.

4.206. Источник звуковых колебаний с частотой $\nu_0=1700$ Гц и приемник находятся в одной точке. В момент $t=0$ источник начинает удаляться от приемника с постоянным ускорением $a=10{,}0$ м/с^2. Считая скорость звука $v=340$ м/с, найти частоту колебаний, воспринимаемых неподвижным приемником через $t=10{,}0$ с после начала движения источника.

4.207. Источник звука, собственная частота которого $\nu_0=1{,}8$ кГц, движется равномерно по прямой, отстоящей от неподвижного наблюдателя на $l=250$ м. Скорость источника составляет $\eta=0{,}80$ скорости звука. Найти:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) частоту звука, воспринимаемую наблюдателем в момент, когда источник окажется напротив него;

б) расстояние между источником и наблюдателем в момент, когда воспринимаемая наблюдателем частота $\nu=\nu_0$.

4.208. Неподвижный источник испускает монохроматический звук. К нему приближается стенка со скоростью $u=33$ см/с. Скорость распространения звука в среде $v=330$ м/с. Как и на сколько процентов изменяется длина волны звука при отражении от стенки?

4.209. На одной и той же нормали к стенке находятся источник звуковых колебаний с частотой $\nu_0=1700$ Гц и приемник. Источник и приемник неподвижны, а стенка удаляется от источника со скоростью $u=6{,}0$ см/с. Найти частоту биений, которую будет регистрировать приемник. Скорость звука $v=340$ м/с.

4.210. Найти коэффициент затухания γ звуковой волны, если на расстояниях $r_1=10$ м и $r_2=20$ м от точечного изотропного источника звука значения интенсивности звуковой волны отличаются друг от друга в $\eta=4{,}5$ раза.

4.211. Плоская звуковая волна распространяется вдоль оси x. Коэффициент затухания волны $\gamma=0{,}0230$ м$^{-1}$. В точке $x=0$ уровень громкости $L=60$ дБ. Найти:

а) уровень громкости в точке с координатой $x=50$ м;

б) координату x точки, в которой звук уже не слышен.

4.212. На расстоянии $r_0=20{,}0$ м от точечного изотропного источника звука уровень громкости $L_0=30{,}0$ дБ. Пренебрегая затуханием волны, найти:

а) уровень громкости на расстоянии $r=10{,}0$ м от источника;

б) расстояние от источника, на котором звук не слышен.

4.213. Наблюдатель *1*, находящийся на расстоянии $r_1=5{,}0$ м от звучащего камертона, отметил исчезновение звука на $\tau=19$ с позже, чем наблюдатель *2*, находящийся на расстоянии $r_2=50$ м от камертона. Считая затухание звуковых волн в воздухе пренебрежимо малым и скорость звука $v=340$ м/с, найти коэффициент затухания β камертона.

4.214. В среде с плотностью ρ распространяется плоская продольная гармоническая волна. Скорость волны равна v. Считая изменение плотности среды при прохождении волны $\Delta\rho \ll \rho$, показать, что:

а) приращение давления в среде $\Delta p=-\rho v^2(\partial\xi/\partial x)$, где $\partial\xi/\partial x$ — относительная деформация;

б) интенсивность волны определяется формулой (4.3л).

4.215. На пути плоской звуковой волны, распростра-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

няющейся в воздухе, находится шар радиуса $R=50$ см. Длина звуковой волны $\lambda=5{,}0$ см, частота $\nu=6{,}8$ кГц, амплитуда колебаний давления в воздухе $(\Delta p)_m=3{,}5$ Па. Найти средний за период колебания поток энергии, падающей на поверхность шара.

4.216. Точка A находится на расстоянии $r=1{,}5$ м от точечного изотропного источника звука частоты $\nu=600$ Гц. Звуковая мощность источника $P=0{,}80$ Вт. Пренебрегая затуханием волн и считая скорость звука в воздухе $v=340$ м/с, найти для точки A:

а) амплитуду колебаний давления $(\Delta p)_m$ и ее отношение к давлению воздуха;

б) амплитуду колебаний частиц среды; сравнить ее с длиной волны звука.

4.217. На расстоянии $r=100$ м от точечного изотропного источника звука частоты 200 Гц уровень громкости $L=50$ дБ. Порог слышимости на этой частоте соответствует интенсивности звука $I_0=0{,}10$ нВт/м^2. Коэффициент затухания звуковой волны $\gamma=5{,}0\cdot10^{-4}$ м$^{-1}$. Найти звуковую мощность источника.

4.4. Электромагнитные волны. Излучение

● Фазовая скорость электромагнитной волны:

$$v=c/\sqrt{\varepsilon\mu},\ \text{где}\ c=1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}. \tag{4.4а}$$

● В бегущей электромагнитной волне:

$$E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}=H\sqrt{\mu\mu_0}. \tag{4.4б}$$

● Для плоской электромагнитной волны в вакууме:

$$-\partial B_z/\partial t=\partial E_y/\partial x,\quad \varepsilon_0\mu_0\,\partial E_y/\partial t=-\partial B_z/\partial x. \tag{4.4в}$$

● Объемная плотность энергии электромагнитного поля:

$$w=\mathbf{ED}/2+\mathbf{BH}/2. \tag{4.4г}$$

● Плотность потока электромагнитной энергии—вектор Пойнтинга:

$$\mathbf{S}=[\mathbf{EH}]. \tag{4.4д}$$

● Основные уравнения двухпроводной линии:

$$\frac{\partial I}{\partial x}=-C_1\frac{\partial U}{\partial t},\quad \frac{\partial U}{\partial x}=-L_1\frac{\partial I}{\partial t}, \tag{4.4е}$$

где C_1 и L_1 — емкость и индуктивность единицы длины линии. Ее волновое сопротивление $\rho=\sqrt{L_1/C_1}$.

● Амплитуда электромагнитной волны, излучаемой диполем, в волновой зоне:

$$E_m\propto(1/r)\sin\vartheta, \tag{4.4ж}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

где r — расстояние от диполя, ϑ — угол между радиус-вектором $\mathbf{r}$ и осью диполя.

● Мощности излучения диполя с электрическим моментом $\mathbf{p}(t)$ и заряда q, движущегося с ускорением $\mathbf{a}$:

$$P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\ddot{\mathbf{p}}^2}{3c^3}, \quad P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q^2\mathbf{a}^2}{3c^3}. \tag{4.4з}$$

4.218. Электромагнитная волна с частотой $\nu=3{,}0$ МГц переходит из вакуума в немагнитную среду с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=4{,}0$. Найти приращение ее длины волны.

4.219. Плоская электромагнитная волна падает нормально на поверхность плоскопараллельного слоя толщины l из немагнитного вещества, диэлектрическая проницаемость которого экспоненциально падает от значения ε_1 на передней поверхности до ε_2 на задней. Найти время распространения данной фазы волны через этот слой.

4.220. Плоская электромагнитная волна с частотой $\nu=10$ МГц распространяется в слабо проводящей среде с удельной проводимостью $\sigma=10$ мСм/м и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=9$. Найти отношение амплитуд плотностей токов проводимости и смещения.

4.221. Плоская электромагнитная волна $\mathbf{E}=\mathbf{E}_m\cos(\omega t-\mathbf{kr})$ распространяется в вакууме. Считая векторы $\mathbf{E}_m$ и $\mathbf{k}$ известными, найти вектор $\mathbf{H}$ как функцию времени t в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}=0$.

4.222. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна $\mathbf{E}=\mathbf{e}_y E_m\cos(\omega t-kx)$, где $\mathbf{e}_y$ — орт оси y, $E_m=160$ В/м, $k=0{,}51$ м$^{-1}$. Найти вектор $\mathbf{H}$ в точке с координатой $x=7{,}7$ м в момент:

а) $t=0$; б) $t=33$ нс.

4.223. Исходя из уравнений Максвелла, показать, что для плоской электромагнитной волны, распространяющейся в вакууме в направлении оси x, справедливы соотношения (4.4в).

4.224. Найти средний вектор Пойнтинга $\langle\mathbf{S}\rangle$ у плоской электромагнитной волны $\mathbf{E}=\mathbf{E}_m\cos(\omega t-\mathbf{kr})$, если волна распространяется в вакууме.

4.225. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, частота которой $\nu=100$ МГц и амплитуда электрической составляющей $E_m=50$ мВ/м. Найти средние за период колебания значения:

а) модуля плотности тока смещения;

б) плотности потока энергии.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.226. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна частоты ω, для которой среднее значение плотности потока энергии равно $\langle S \rangle$. Найти амплитудное значение тока смещения в этой волне.

4.227. В вакууме вдоль оси x распространяются две плоские одинаково поляризованные электромагнитные волны, электрические составляющие которых изменяются по закону

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kx) \text{ и } \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi).$$

Найти среднее значение плотности потока энергии.

4.228. В вакууме распространяются две плоские электромагнитные волны, одна вдоль оси x, другая вдоль оси y:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kx), \quad \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - ky),$$

где вектор $\mathbf{E}_0$ направлен параллельно оси z. Найти среднее значение плотности потока энергии в точках плоскости $y=x$.

4.229. Шар радиуса $R=50$ см находится в немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=4{,}0$. В среде распространяется плоская электромагнитная волна, длина которой $\lambda \ll R$ и амплитуда электрической составляющей $E_m=200$ В/м. Какая энергия падает на шар за время $t=1{,}0$ мин?

4.230. В вакууме в направлении оси x установилась стоячая электромагнитная волна, электрическая составляющая которой $\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \cos kx \cdot \cos \omega t$. Найти магнитную составляющую волны $\mathbf{B}(x, t)$. Изобразить примерную картину распределения электрической и магнитной составляющих волны ($\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$) в моменты $t=0$ и $t=T/4$, где T — период колебаний.

4.231. В вакууме вдоль оси x установилась стоячая электромагнитная волна $\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \cos kx \cdot \cos \omega t$. Найти x-проекцию вектора Пойнтинга $S_x(x, t)$ и ее среднее за период колебаний значение.

4.232. Плоский воздушный конденсатор, обкладки которого имеют форму дисков радиуса $R=6{,}0$ см, подключен к переменному синусоидальному напряжению частоты $\omega=1000$ с$^{-1}$. Найти отношение амплитудных значений магнитной и электрической энергий внутри конденсатора.

4.233. Переменный синусоидальный ток частоты $\omega=1000$ с$^{-1}$ течет по обмотке прямого соленоида, радиус сечения которого $R=6{,}0$ см. Найти отношение амплитудных значений электрической и магнитной энергий внутри соленоида.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.234. Плоский конденсатор с круглыми параллельными пластинами медленно заряжают. Показать, что поток вектора Пойнтинга через боковую поверхность конденсатора равен приращению энергии конденсатора за единицу времени. Рассеянием поля на краях при расчете пренебречь.

4.235. По прямому проводнику круглого сечения течет постоянный ток I. Найти поток вектора Пойнтинга через боковую поверхность участка данного проводника, имеющего сопротивление R.

4.236. Нерелятивистские протоны, ускоренные разностью потенциалов U, образуют пучок круглого сечения с током I. Найти модуль и направление вектора Пойнтинга вне пучка на расстоянии r от его оси.

4.237. Ток, протекающий по обмотке длинного прямого соленоида, достаточно медленно увеличивают. Показать, что скорость возрастания энергии магнитного поля в соленоиде равна потоку вектора Пойнтинга через его боковую поверхность.

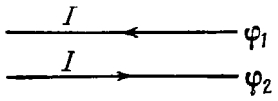


Рис. 4.40

4.238. На рис. 4.40 показан участок двухпроводной линии передачи постоянного тока, направление которого отмечено стрелками. Имея в виду, что потенциал $\varphi_2 > \varphi_1$, установить с помощью вектора Пойнтинга, где находится генератор тока (слева, справа?).

4.239. Энергия от источника постоянного напряжения U передается к потребителю по длинному прямому коаксиальному кабелю с пренебрежимо малым активным сопротивлением. Потребляемый ток равен I. Найти поток энергии через поперечное сечение кабеля. Внешняя проводящая оболочка кабеля предполагается тонкостенной.

4.240. Генератор переменного напряжения $U = U_0 \cos \omega t$ передает энергию потребителю по длинному прямому коаксиальному кабелю с пренебрежимо малым активным сопротивлением. Ток в цепи меняется по закону $I = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$. Найти средний по времени поток энергии через поперечное сечение кабеля. Внешняя оболочка кабеля тонкостенная.

4.241. Показать, что на границе раздела двух сред нормальные составляющие вектора Пойнтинга не терпят разрыва, т. е. $S_{1n} = S_{2n}$.

4.242. Исходя из основных уравнений двухпроводной линии (4.4е), показать, что:

а) напряжение и ток распространяются вдоль линии в виде волны со скоростью $v = 1/\sqrt{L_1 C_1}$;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) волновое сопротивление линии $\rho=\sqrt{L_1/C_1}$.

4.243. Волновое сопротивление коаксиального кабеля (без потерь) $\rho=60$ Ом, пространство между внешним и внутренним проводниками заполнено диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon=4{,}0$. Найти индуктивность и емкость единицы длины кабеля.

4.244. Определить волновое сопротивление ρ:

а) двухпроводной линии без потерь, провода которой имеют радиус a и расстояние между осями b, если $b \gg a$;

б) коаксиального кабеля без потерь, радиус внутреннего провода которого a и внутренний радиус внешнего цилиндрического проводника b, считая $\varepsilon=1$.

4.245. Найти с помощью уравнений (4.4е) распределение тока $I(x, t)$ в двухпроводной линии, вдоль которой установилось распределение напряжений по закону $U=U_m \cos kx \cdot \cos \omega t$, если волновое сопротивление линии равно ρ.

4.246. Найти с помощью уравнений (4.4е) закон распределения амплитуд напряжений $U_m(x)$ и токов $I_m(x)$ при наличии собственных колебаний в двухпроводной линии длины l, у которой:

а) концы с обеих сторон разомкнуты;

б) концы с обеих сторон замкнуты;

в) левые концы линии замкнуты, правые — разомкнуты.

4.247. Найти длину l воздушной двухпроводной линии, концы которой замкнуты с обеих сторон, если резонанс в линии наступает при двух последовательных частотах $\nu_1=3{,}0$ МГц и $\nu_2=4{,}5$ МГц.

4.248. Доказать, что у замкнутой системы заряженных нерелятивистских частиц с одинаковым удельным зарядом дипольное излучение отсутствует.

4.249. Найти среднюю мощность излучения электрона, совершающего гармонические колебания с амплитудой $a=0{,}10$ нм и частотой $\omega=6{,}5 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$.

4.250. Найти мощность излучения нерелятивистской частицы с зарядом e и массой m, движущейся по круговой орбите радиуса R в поле неподвижного точечного заряда q.

4.251. Нерелятивистский протон влетел по нормали в полупространство с поперечным однородным магнитным полем, индукция которого $B=1{,}0$ Тл. Найти отношение энергии, потерянной протоном на излучение за время движения в поле, к его первоначальной кинетической энергии.

4.252. Нерелятивистская заряженная частица движется в поперечном однородном магнитном поле с индукцией B.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Найти закон убывания (за счет излучения) кинетической энергии частицы во времени. Через сколько времени ее кинетическая энергия уменьшается в e раз? Вычислить это время для электрона и протона.

4.253. Заряженная частица движется вдоль оси y по закону $y=a\cos\omega t$, а точка наблюдения P находится на оси x на расстоянии l от частицы ($l\gg a$). Найти отношение плотностей потока электромагнитного излучения S_1/S_2 в точке P в моменты, когда координата частицы $y_1=0$ и $y_2=a$. Вычислить это отношение, если $\omega=3{,}3\cdot10^6$ с$^{-1}$ и $l=190$ м.

4.254. В направлении максимального излучения на расстоянии $r_0=10$ м от элементарного диполя (волновая зона) амплитуда напряженности электрического поля $E_m=6$ В/м. Найти среднее значение плотности потока энергии на расстоянии $r=20$ м от диполя в направлении, составляющем угол $\vartheta=30^\circ$ с его осью.

4.255. Электромагнитная волна, излучаемая элементарным диполем, распространяется в вакууме так, что в волновой зоне на луче, перпендикулярном к оси диполя, на расстоянии r от него, среднее значение плотности потока энергии равно S_0. Найти среднюю мощность излучения диполя.

4.256. Средняя мощность, излучаемая элементарным диполем, равна P_0. Найти среднюю объемную плотность энергии электромагнитного поля в вакууме в волновой зоне на луче, перпендикулярном к оси диполя, на расстоянии r от него.

4.257. Постоянный по модулю электрический диполь с моментом p вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси, перпендикулярной к оси диполя и проходящей через его середину. Найти мощность излучения такого диполя.

4.258. Считая, что частица имеет форму шарика и поглощает весь падающий на нее свет, найти радиус частицы, при котором гравитационное притяжение ее к Солнцу будет компенсироваться силой светового давления. Мощность светового излучения Солнца $P=4\cdot10^{26}$ Вт, плотность частицы $\rho=1{,}0$ г/см^3.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Часть 5

ОПТИКА

5.1. Фотометрия и геометрическая оптика

● Кривая относительной спектральной чувствительности глаза $V(\lambda)$ показана на рис. 5.1.

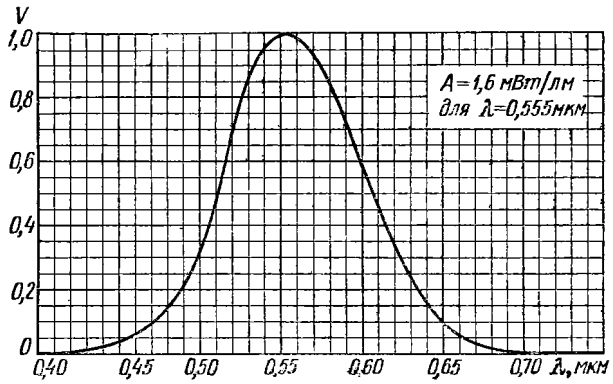


Рис. 5.1

● Сила света I и освещенность E:

$$I = d\Phi/d\Omega, \quad E = d\Phi_{\text{пад}}/dS. \tag{5.1а}$$

● Освещенность, создаваемая точечным изотропным источником:

$$E = (I/r^2)\cos\alpha, \tag{5.1б}$$

где α — угол между нормалью к поверхности и направлением на источник.

● Светимость M и яркость L:

$$M = \frac{d\Phi_{\text{исп}}}{dS}, \quad L = \frac{d\Phi}{d\Omega\, \Delta S \cos\vartheta}. \tag{5.1в}$$

● Светимость для ламбертовского источника:

$$M = \pi L. \tag{5.1г}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Связь между преломляющим углом θ призмы и углом α наименьшего отклонения:

$$\sin[(\alpha+\theta)/2]=n\sin(\theta/2), \qquad (5.1д)$$

где n — показатель преломления призмы.

● Формула сферического зеркала:

$$1/s'+1/s=2/R, \qquad (5.1е)$$

где R — радиус кривизны зеркала.

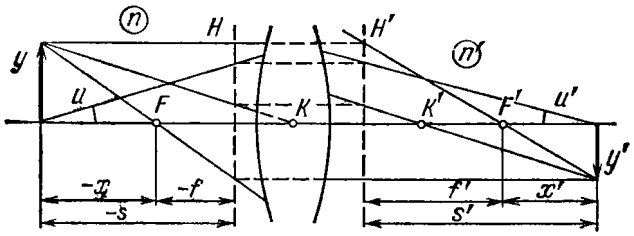


Рис. 5.2

● Формулы центрированной оптической системы (рис. 5.2):

$$n'/s'-n/s=\Phi, \quad f'/s'+f/s=1, \quad xx'=ff'. \qquad (5.1ж)$$

● Соотношения между фокусными расстояниями и оптической силой:

$$f'=n'/\Phi, \quad f=-n/\Phi, \quad f'/f=-n'/n. \qquad (5.1з)$$

● Оптическая сила сферической преломлющей поверхности:

$$\Phi=(n'-n)/R. \qquad (5.1и)$$

● Оптическая сила тонкой линзы в среде с показателем преломления n_0:

$$\Phi=(n-n_0)\,(1/R_1-1/R_2), \qquad (5.1к)$$

где n — показатель преломления линзы.

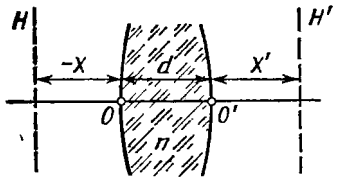


Рис. 5.3

● Оптическая сила толстой линзы толщины d:

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2-(d/n)\,\Phi_1\Phi_2. \qquad (5.1л)$$

Эта формула справедлива и для системы из двух тонких линз, между которыми находится среда с показателем преломления n.

● Главные плоскости H и H' отстоят от вершин O и O' поверхностей толстой линзы (рис. 5.3) на расстояниях:

$$X=(d/n)\,\Phi_2/\Phi, \quad X'=-(d/n)\,\Phi_1/\Phi. \qquad (5.1м)$$

● Увеличение оптического прибора:

$$\Gamma=\operatorname{tg}\psi'/\operatorname{tg}\psi, \qquad (5.1н)$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

где ψ' и ψ — угловые размеры предмета при наблюдении через прибор и без него (в случае лупы и микроскопа угол ψ соответствует наблюдению на расстоянии наилучшего зрения $l_0 = 25$ см).

5.1. Найти с помощью кривой относительной спектральной чувствительности глаза (см. рис. 5.1):

а) поток энергии, соответствующий световому потоку в 1,0 лм с длиной волны 0,51 и 0,64 мкм;

б) световой поток, приходящийся на интервал длин волн от 0,58 до 0,63 мкм, если соответствующий поток энергии $\Phi_э = 4{,}5$ мВт, причем последний распределен равномерно по всем длинам волн этого интервала. Считать, что в данном спектральном интервале функция $V(\lambda)$ зависит линейно от длины волны.

5.2. Точечный изотропный источник испускает световой поток $\Phi = 10$ лм с длиной волны $\lambda = 0{,}59$ мкм. Найти амплитудные значения напряженностей электрического и магнитного полей этого светового потока на расстоянии $r = 1{,}0$ м от источника. Воспользоваться рис. 5.1.

5.3. Найти световую энергию, которая падает на планету за период ее обращения вокруг Солнца (по вытянутому эллипсу), если световая мощность Солнца P, площадь сечения планеты S и в момент, когда планета находится на минимальном расстоянии r_0 от Солнца, ее скорость равна v_0.

5.4. Найти среднюю освещенность облучаемой части непрозрачной сферы, если на нее падает:

а) параллельный световой поток, создающий в точке нормального падения освещенность E_0;

б) свет от точечного изотропного источника, находящегося на расстоянии $l = 100$ см от центра сферы; радиус сферы $R = 60$ см и сила света $I = 36$ кд.

5.5. Определить светимость поверхности, яркость которой зависит от направления по закону $L = L_0 \cos\vartheta$, где ϑ — угол между направлением излучения и нормалью к поверхности.

5.6. Некоторая светящаяся поверхность подчиняется закону Ламберта. Ее яркость равна L. Найти:

а) световой поток, излучаемый элементом ΔS этой поверхности внутрь конуса, ось которого нормальна к данному элементу, если угол полураствора конуса равен ϑ;

б) светимость такого источника.

5.7. Над центром круглого стола радиуса $R = 1{,}0$ м подвешен небольшой светильник в виде плоского горизонтального диска площадью $S = 100$ см^2. Яркость светильника не зависит от направления и равна $L = 1{,}6 \cdot 10^4$ кд/м^2. На какой

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

высоте от поверхности стола надо поместить светильник, чтобы освещенность периферийных точек стола была максимальной? Какова будет эта освещенность?

5.8. На высоте $h=1{,}0$ м над центром круглого стола радиуса $R=1{,}0$ м подвешен точечный источник, сила света которого I так зависит от направления, что освещенность всех точек стола оказывается равномерной. Найти вид функции $I(\vartheta)$, где ϑ — угол между направлением излучения и вертикалью, а также световой поток, падающий на стол, если $I(0)=I_0=100$ кд.

5.9. Вертикальный луч проектора освещает центр потолка круглой комнаты радиуса $R=2{,}0$ м. При этом на потолке образуется небольшой зайчик площадью $S=100$ см^2. Освещенность зайчика $E=1000$ лк. Коэффициент отражения потолка $\rho=0{,}80$. Найти наибольшую освещенность стены, создаваемую светом, отраженным от потолка. Считать, что отражение происходит по закону Ламберта.

5.10. Равномерно светящийся купол, имеющий вид полусферы, опирается на горизонтальную поверхность. Определить освещенность в центре этой поверхности, если яркость купола равна L и не зависит от направления.

5.11. Ламбертовский источник имеет вид бесконечной плоскости. Его яркость равна L. Найти освещенность площадки, расположенной параллельно данному источнику.

5.12. Над столом находится светильник — плоский горизонтальный диск радиуса $R=25$ см. Расстояние от него до поверхности стола $h=75$ см. Освещенность стола под центром светильника $E_0=70$ лк. Найти светимость этого источника, считая его ламбертовским.

5.13. Небольшой светильник, имеющий вид равномерно светящейся сферы радиуса $R=6{,}0$ см, находится на расстоянии $h=3{,}0$ м от пола. Яркость светильника $L=2{,}0\times\times10^4$ кд/м^2 и не зависит от направления. Найти освещенность пола непосредственно под светильником.

5.14. Записать в векторном виде закон отражения светового луча от зеркала — через направляющие орты $\mathbf{e}$ и $\mathbf{e}'$ падающего и отраженного лучей и орт $\mathbf{n}$ внешней нормали к поверхности зеркала.

5.15. Показать, что луч света, последовательно отразившийся от трех взаимно перпендикулярных плоских зеркал, изменит свое направление на прямо противоположное.

5.16. При каком значении угла падения ϑ_1 луч, отраженный от поверхности воды, будет перпендикулярен к преломленному лучу?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.17. Имеются две оптические среды с плоской границей раздела. Пусть $\vartheta_{1пр}$ — предельный угол падения луча, а ϑ_1 — угол падения, при котором преломленный луч перпендикулярен к отраженному (предполагается, что луч идет из оптически более плотной среды). Найти относительный показатель преломления этих сред, если $\sin \vartheta_{1пр}/\sin \vartheta_1 = \eta = 1{,}28$.

5.18. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину толщиной $d=6{,}0$ см. Угол падения $\vartheta=60°$. Найти величину смещения луча, прошедшего через эту пластину.

5.19. На краю бассейна стоит человек и наблюдает камень, лежащий на дне. Глубина бассейна h. На каком расстоянии от поверхности воды видно изображение камня, если луч зрения составляет с нормалью к поверхности воды угол ϑ?

5.20. Показать, что при преломлении в призме с малым преломляющим углом θ луч отклоняется на угол $\alpha \approx (n-1)\theta$ независимо от угла падения, если последний также мал.

5.21. Луч света проходит через призму с преломляющим углом θ и показателем преломления n. Пусть α — угол отклонения луча. Показать, что при симметричном ходе луча через призму:

а) угол α минимален;

б) связь между углами α и θ определяется формулой (5.1д).

5.22. Для некоторой стеклянной призмы угол наименьшего отклонения луча равен преломляющему углу призмы. Найти последний.

5.23. Найти пределы, в которых может меняться угол отклонения луча при прохождении стеклянной призмы с преломляющим углом $\theta=60°$.

5.24. Трехгранная призма с преломляющим углом 60° дает угол наименьшего отклонения в воздухе 37°. Какой угол наименьшего отклонения даст эта призма в воде?

5.25. Луч света, содержащий две монохроматические составляющие, проходит через трехгранную призму с преломляющим углом $\theta=60°$. Определить угол $\Delta\alpha$ между обеими составляющими луча после призмы, если показатели преломления для них равны 1,515 и 1,520 и призма ориентирована на угол наименьшего отклонения.

5.26. Вывести с помощью принципа Ферма законы отражения и преломления света на плоской границе раздела двух сред.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.27. Найти построением:

а) ход луча после отражения в вогнутом и выпуклом сферических зеркалах (рис. 5.4, где F — фокус, OO' — оптическая ось);

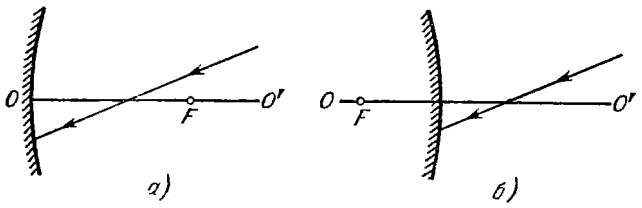


Рис. 5.4

б) положение зеркала и его фокуса для случаев, показанных на рис. 5.5, где P и P' — сопряженные точки

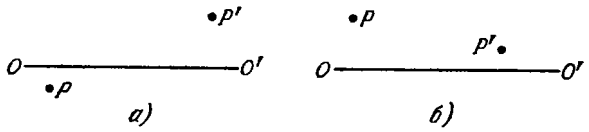


Рис. 5.5

5.28. Определить фокусное расстояние вогнутого зеркала, если:

а) при расстоянии между предметом и изображением $l=15$ см поперечное увеличение $\beta=-2{,}0$;

б) при одном положении предмета поперечное увеличение $\beta_1=-0{,}50$, а при другом положении, смещенном относительно первого на расстояние $l=5{,}0$ см, поперечное увеличение $\beta_2=-0{,}25$.

5.29. Точечный источник, сила света которого $I_0=100$ кд, помещен на расстоянии $s=20{,}0$ см от вершины вогнутого зеркала с фокусным расстоянием $f=25{,}0$ см. Определить силу света в отраженном пучке, если коэффициент отражения зеркала $\rho=0{,}80$.

5.30. Вывести с помощью принципа Ферма формулу преломления параксиальных лучей на сферической поверхности радиуса R, разделяющей среды с показателями преломления n и n'.

5.31. Луч света падает из воздуха на сферическую поверхность стекла (рис. 5.6, *а*, где точками отмечены положения фокусов). Найти построением ход преломленного луча.

5.32. Параллельный пучок света падает из вакуума на поверхность, которая ограничивает область с показателем

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

преломления n (рис. 5.6, *б*). Найти форму этой поверхности — уравнение $x(r)$, при которой пучок будет сфокусирован в точке F на расстоянии f от вершины O. Пучок какого максимального радиуса сечения может быть сфокусирован?

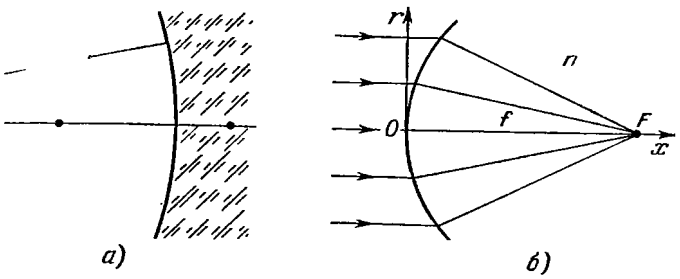


Рис. 5.6

5.33. Точечный источник расположен на расстоянии 20 см от передней поверхности стеклянной симметричной двояковыпуклой линзы. Толщина линзы 5,0 см, радиус кривизны поверхностей 5,0 см. На каком расстоянии от задней поверхности этой линзы образуется изображение источника?

5.34. Перед выпуклой поверхностью стеклянной выпукло-плоской линзы толщины $d=9{,}0$ см находится предмет. Изображение этого предмета образуется на плоской поверхности линзы, которая служит экраном. Определить:

а) поперечное увеличение, если радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R=2{,}5$ см;

б) освещенность изображения, если яркость предмета $L=7700$ кд/м^2 и диаметр входного отверстия выпуклой поверхности линзы $D=5{,}0$ мм; потери света пренебрежимо малы.

5.35. Найти оптическую силу и фокусные расстояния:

а) тонкой стеклянной линзы в жидкости с показателем преломления $n_0=1{,}7$, если ее оптическая сила в воздухе $\Phi_0=-5{,}0$ дптр;

б) тонкой симметричной двояковыпуклой стеклянной линзы, с одной стороны которой находится воздух, а с другой — вода, если оптическая сила этой линзы в воздухе $\Phi_0=+10$ дптр.

5.36. Найти построением:

а) ход луча за собирающей и рассеивающей тонкими линзами (рис. 5.7, где OO' — оптическая ось, F и F' — передний и задний фокусы);

б) положение тонкой линзы и ее фокусов, если известно положение оптической оси OO' и положение пары сопряжен-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ных точек PP' (см. рис. 5.5); среды по обе стороны линз одинаковы;

в) ход луча *2* за собирающей и рассеивающей тонкими линзами (рис. 5.8), если известно положение линзы и ее

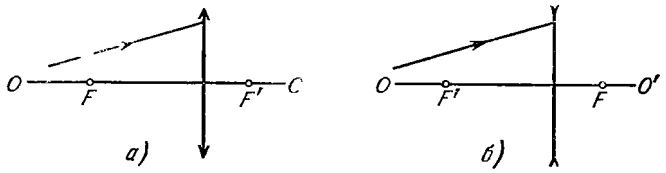


Рис. 5.7

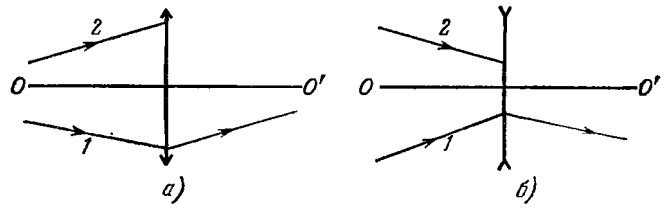


Рис. 5.8

оптической оси OO' и ход луча *1*; среды по обе стороны линз одинаковы.

5.37. Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $f=25$ см проецирует изображение предмета на экран, отстоящий от линзы на расстояние $l=5{,}0$ м. Экран придвинули к линзе на $\Delta l=18$ см. На сколько следует переместить предмет, чтобы опять получить четкое изображение его на экране?

5.38. Источник света находится на расстоянии $l=90$ см от экрана. Тонкая собирающая линза, помещенная между источником света и экраном, дает четкое изображение источника при двух положениях. Определить фокусное расстояние линзы, если:

а) расстояние между обоими положениями линзы $\Delta l=30$ см;

б) поперечные размеры изображения при одном положении линзы в $\eta=4{,}0$ раза больше, чем при другом.

5.39. Между предметом и экраном, положения которых неизменны, помещают тонкую собирающую линзу. Перемещением линзы находят два положения, при которых на экране образуется четкое изображение предмета. Найти поперечный размер предмета, если при одном положении

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

линзы размер изображения $h'=2{,}0$ мм, а при другом $h''=4{,}5$ мм.

5.40. Тонкая собирающая линза с относительным отверстием $D:f=1:3{,}5$ (D — диаметр линзы, f — ее фокусное расстояние) дает изображение достаточно удаленного предмета на фотопластинке. Яркость предмета $L=260$ кд/м². Потери света в линзе составляют $\alpha=0{,}10$. Найти освещенность изображения.

5.41. Как зависит от диаметра D тонкой собирающей линзы яркость действительного изображения, если его рассматривать:

а) непосредственно;

б) на белом экране, рассеивающем по закону Ламберта?

5.42. Имеются две тонкие симметричные линзы: одна собирающая с показателем преломления $n_1=1{,}70$, другая рассеивающая с $n_2=1{,}51$. Обе линзы имеют одинаковый радиус кривизны поверхностей $R=10$ см. Линзы сложили вплотную и погрузили в воду. Каково фокусное расстояние этой системы в воде?

5.43. Определить фокусное расстояние вогнутого сферического зеркала, которое представляет собой тонкую симметричную двояковыпуклую стеклянную линзу с посеребренной одной поверхностью. Радиус кривизны поверхности линзы $R=40$ см.

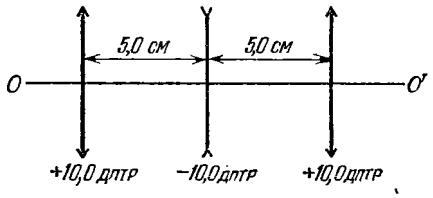


Рис. 5.9

5.44. На рис. 5.9 показана центрированная система, состоящая из трех тонких линз. Система находится в воздухе. Определить:

а) положение точки схождения параллельного пучка, падающего слева, после прохождения через систему;

б) расстояние от первой линзы до точки, находящейся на оси слева от системы, при котором эта точка и ее изображение будут расположены симметрично относительно системы.

5.45. Галилеева труба 10-кратного увеличения при установке на бесконечность имеет длину 45 см. Определить:

а) фокусные расстояния объектива и окуляра трубы;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) на какое расстояние надо передвинуть окуляр трубы, чтобы ясно видеть предметы на расстоянии 50 м.

5.46. Найти увеличение зрительной трубы кеплеровского типа, установленной на бесконечность, если D — диаметр оправы ее объектива, а d — диаметр изображения этой оправы, образуемого окуляром трубы.

5.47. При прохождении светового потока через зрительную трубу его интенсивность увеличивается в $\eta=4{,}0\times\times10^4$ раз. Найти угловой размер удаленного предмета, если при наблюдении в эту трубу угловой размер его изображения $\psi'=2{,}0°$.

5.48. Зрительную трубу кеплеровского типа с увеличением $\Gamma=15$ погрузили в воду, которая заполнила и ее внутреннюю часть. Чтобы система при тех же размерах стала опять телескопической, объектив заменили другим. Каково стало после этого увеличение трубы в воде? Показатель преломления стекла окуляра $n=1{,}50$.

5.49. При каком увеличении Γ зрительной трубы с диаметром объектива $D=6{,}0$ см освещенность изображения объекта на сетчатке глаза будет не меньше, чем в отсутствие трубы? Диаметр зрачка глаза считать равным $d_0=3{,}0$ мм. Потерями света в трубе пренебречь.

5.50. Оптические силы объектива и окуляра микроскопа равны соответственно 100 и 20 дптр. Увеличение микроскопа равно 50. Каково будет увеличение этого микроскопа, если расстояние между объективом и окуляром увеличить на 2,0 см?

5.51. Микроскоп имеет числовую апертуру $\sin\alpha=0{,}12$, где α — угол полураствора конуса лучей, падающих на оправу объектива. Полагая диаметр зрачка глаза $d_0=$ $=4{,}0$ мм, определить увеличение микроскопа, при котором:

а) диаметр светового пучка, выходящего из микроскопа, равен диаметру зрачка глаза;

б) освещенность изображения на сетчатке глаза не будет зависеть от увеличения (рассмотреть случай, когда световой пучок, проходящий через систему «микроскоп — глаз», ограничен оправой объектива).

5.52. Найти положение главных плоскостей, фокусов и узловых точек двояковыпуклой тонкой симметричной стеклянной линзы с радиусом кривизны поверхностей $R=$ $=7{,}50$ см, если с одной стороны ее находится воздух, а с другой — вода.

5.53. Найти с помощью построения положение фокусов и главных плоскостей центрированных оптических систем, показанных на рис. 5.10:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) телеобъектив — система из собирающей и рассеивающей тонких линз ($f_1=1{,}5d$, $f_2=-1{,}5d$);

б) система из двух собирающих тонких линз ($f_1=1{,}5d$, $f_2=0{,}5d$);

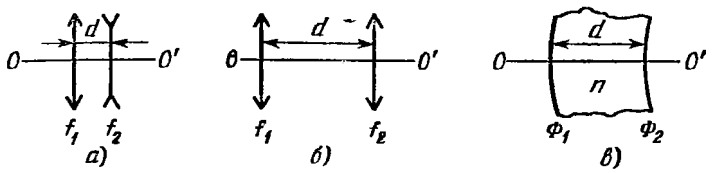


Рис. 5.10

в) толстая выпукло-вогнутая линза ($d=4$ см, $n=1{,}5$, $\Phi_1=+50$ дптр, $\Phi_2=-50$ дптр).

5.54. Оптическая система находится в воздухе. Пусть OO' — ее оптическая ось, F и F' — передний и задний фокусы, H и H' — передняя и задняя главные плоскости, P и P' — сопряженные точки. Найти построением:

а) положение F' и H' (рис. 5.11, *а*);

б) положение точки S', сопряженной с точкой S (рис. 5.11, *б*);

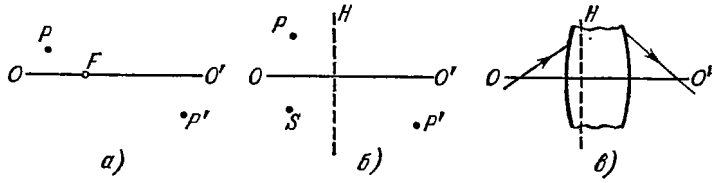


Рис. 5.11

в) положение F, F' и H' (рис. 5.11, *в*, где показан ход луча до и после прохождения системы).

5.55. Пусть F и F' — передний и задний фокусы оптической системы, H и H' — ее передняя и задняя главные точки. Найти построением положение изображения S' точки S для следующих относительных расположений точек S, F, F', H и H':

а) $FSHH'F'$; б) $HSF'FH'$; в) $H'SF'FH$; г) $F'H'SHF$.

5.56. Телеобъектив состоит из двух тонких линз — передней собирающей и задней рассеивающей с оптическими силами $\Phi_1=+10$ дптр и $\Phi_2=-10$ дптр. Найти:

а) фокусное расстояние и положение главных плоскостей этой системы, если расстояние между линзами $d=4{,}0$ см;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) расстояние d между линзами, при котором отношение фокусного расстояния f системы к расстоянию l между собирающей линзой и задним главным фокусом будет максимальным. Чему равно это отношение?

5.57. Рассчитать положение главных плоскостей и фокусов толстой выпукло-вогнутой стеклянной линзы, если радиус кривизны выпуклой поверхности $R_1=10{,}0$ см, вогнутой $R_2=5{,}0$ см и толщина линзы $d=3{,}0$ см.

5.58. Центрированная оптическая система состоит из двух тонких линз с фокусными расстояниями f_1 и f_2, причем расстояние между линзами равно d. Данную систему требуется заменить одной тонкой линзой, которая при любом положении объекта давала бы такое же поперечное увеличение, как и предыдущая система. Каким должно быть фокусное расстояние этой линзы и ее положение относительно системы из двух линз?

5.59. Система состоит из собирающей тонкой симметричной стеклянной линзы с радиусом кривизны поверхностей $R=38$ см и плоского зеркала, расположенного перпендикулярно к оптической оси линзы. Расстояние между линзой и зеркалом $l=12$ см. Какова будет оптическая сила этой системы, если пространство между линзой и зеркалом заполнить водой?

5.60. При какой толщине выпукло-вогнутая толстая стеклянная линза в воздухе будет:

а) телескопической, если радиус кривизны ее выпуклой поверхности больше, чем радиус кривизны вогнутой поверхности, на $\Delta R=1{,}5$ см?

б) иметь оптическую силу, равную —1,0 дптр, если радиусы кривизны ее выпуклой и вогнутой поверхностей равны соответственно 10,0 и 7,5 см?

5.61. Найти положение главных плоскостей, фокусное расстояние и знак оптической силы выпукло-вогнутой толстой стеклянной линзы, у которой:

а) толщина равна d, а радиусы кривизны поверхностей одинаковы и равны R;

б) преломляющие поверхности концентрические с радиусами кривизны R_1 и R_2 ($R_2>R_1$).

5.62. Телескопическая система образована из двух стеклянных шаров, радиусы которых $R_1=5{,}0$ см и $R_2=1{,}0$ см. Каковы расстояние между центрами этих шаров и увеличение системы, если объективом является больший шар?

5.63. При распространении света в изотропной среде с медленно изменяющимся от точки к точке показателем преломления n радиус кривизны ρ луча определяется

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

формулой

$$1/\rho = \partial(\ln n)/\partial N,$$

где производная берется по направлению главной нормали к лучу. Получить эту формулу, имея в виду, что в такой среде справедлив закон преломления $n \sin\vartheta = \text{const}$, где ϑ — угол между лучом и направлением $\operatorname{grad} n$ в данной точке.

5.64. Найти радиус кривизны светового луча, распространяющегося в горизонтальном направлении вблизи поверхности Земли, где градиент показателя преломления воздуха $\partial n/\partial N \approx 3 \cdot 10^{-8}$ м$^{-1}$ (см. предыдущую задачу). При каком значении этого градиента луч света распространялся бы по окружности вокруг Земли?

5.2. Интерференция света

● Ширина интерференционной полосы:

$$\Delta x = \lambda/\varphi, \tag{5.2а}$$

где φ — угловое расстояние между источниками.

● Длина и радиус когерентности:

$$l_{\text{ког}} \approx \lambda^2/\Delta\lambda, \quad \rho_{\text{ког}} \approx \lambda/\psi, \tag{5.2б}$$

где ψ — угловой размер источника.

● При отражении света от оптически более плотной среды световой вектор (E) испытывает скачок фазы на π.

● Условие максимумов при интерференции света, отраженного от тонкой пластинки толщины b:

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta} = (k + 1/2)\,\lambda, \tag{5.2в}$$

где k — целое число.

● Кольца Ньютона при отражении света от поверхностей воздушной прослойки, образованной между стеклянной пластинкой и соприкасающейся с ней выпуклой поверхностью линзы с радиусом кривизны R. Радиусы колец:

$$r = \sqrt{\lambda R k/2}, \tag{5.2г}$$

причем кольца светлые, если $k = 1, 3, 5, \ldots$, и темные, если $k = 2, 4, 6, \ldots$

5.65. Показать, что при сложении двух гармонических колебаний средняя по времени энергия результирующего колебания равна сумме энергий каждого из них, если оба колебания:

а) имеют одинаковое направление и некогерентны, причем все значения их разности фаз равновероятны;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) взаимно перпендикулярны, имеют одну и ту же частоту и произвольную разность фаз.

5.66. Найти графически амплитуду колебания, которое возникает в результате сложения следующих трех колебаний одного направления:

$$\xi_1 = a\cos\omega t, \quad \xi_2 = 2a\sin\omega t, \quad \xi_3 = 1{,}5a\cos(\omega t + \pi/3).$$

5.67. Некоторое колебание возникает в результате сложения N когерентных колебаний одного направления, имеющих следующий вид: $\xi_k = a\cos[\omega t + (k-1)\alpha]$, где k — номер колебания ($k=1, 2, \ldots, N$), α — разность фаз между k-м и $(k-1)$-м колебаниями. Найти амплитуду результирующего колебания.

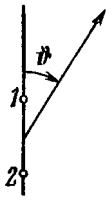


Рис. 5.12

5.68. Система (рис. 5.12) состоит из двух точечных когерентных излучателей *1* и *2*, которые расположены в некоторой плоскости так, что их дипольные моменты перпендикулярны к этой плоскости. Расстояние между излучателями d, длина волны излучения λ. Имея в виду, что колебания излучателя *2* отстают по фазе на α ($\alpha < \pi$) от колебаний излучателя *1*, найти:

а) углы ϑ, в которых интенсивность излучения максимальна;

б) условия, при которых в направлении $\vartheta = \pi$ интенсивность излучения будет максимальна, а в противоположном направлении — минимальна.

5.69. Найти примерный вид полярной диаграммы направленности излучения в экваториальной плоскости системы, состоящей из двух одинаковых излучателей *1* и *2*, дипольные моменты которых расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = \lambda/2$ и

а) совпадают по фазе;

б) противоположны по фазе.

5.70. То же, что в предыдущей задаче, но излучатели *1* и *2* находятся на расстоянии λ друг от друга.

5.71. То же, что в задаче 5.69, но излучатели *1* и *2* отстоят друг от друга на расстояние $d = \lambda/4$ и колеблются со сдвигом фаз $\pi/2$.

5.72. Неподвижная излучающая система состоит из линейной цепочки параллельных вибраторов, отстоящих друг от друга на расстояние d, причем фаза колебаний вибраторов линейно меняется вдоль цепочки. Найти зависимость от времени разности фаз $\Delta\varphi$ между соседними вибраторами, при которой главный максимум излучения системы будет

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

совершать круговой «обзор» местности с постоянной угловой скоростью ω.

5.73. В опыте Ллойда (рис. 5.13) световая волна, исходящая непосредственно из источника S (узкой щели), интерферирует с волной, отраженной от зеркала $З$. В результате на экране $Э$ образуется система интерференционных полос.

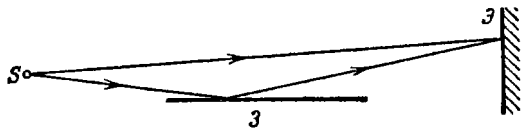


Рис. 5.13

Расстояние от источника до экрана $l=100$ см. При некотором положении источника ширина интерференционной полосы на экране $\Delta x=0{,}25$ мм, а после того как источник отодвинули от плоскости зеркала на $\Delta h=0{,}60$ мм, ширина полос уменьшилась в $\eta=1{,}5$ раза. Найти длину волны света.

5.74. Две когерентные плоские световые волны, угол между направлениями распространения которых $\varphi \ll 1$, падают почти нормально на экран. Амплитуды волн одинаковы. Показать, что расстояние между соседними максимумами на экране $\Delta x=\lambda/\varphi$, где λ — длина волны.

5.75. На рис. 5.14 показана интерференционная схема с бизеркалами Френеля. Угол между зеркалами $\alpha=12'$,

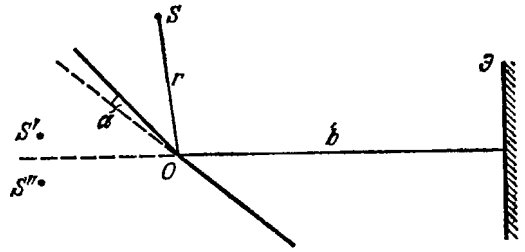


Рис. 5.14

расстояния от линии пересечения зеркал до узкой щели S и экрана $Э$ равны соответственно $r=10{,}0$ см и $b=130$ см. Длина волны света $\lambda=0{,}55$ мкм. Определить:

а) ширину интерференционной полосы на экране и число возможных максимумов;

б) сдвиг интерференционной картины на экране при смещении щели на $\delta l=1{,}0$ мм по дуге радиуса r с центром в точке O;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

в) при какой ширине щели $h_{макс}$ интерференционные полосы на экране будут наблюдаться еще достаточно отчетливо?

5.76. Плоская световая волна падает на бизеркала Френеля, угол между которыми $\alpha=2{,}0'$. Определить длину волны света, если ширина интерференционной полосы на экране $\Delta x=0{,}55$ мм.

5.77. Линзу диаметром 5,0 см и с фокусным расстоянием $f=25{,}0$ см разрезали по диаметру на две одинаковые половины, причем удаленным оказался слой толщины $a=1{,}00$ мм. После этого обе половины сдвинули до соприкосновения и в фокальной плоскости полученной таким образом билинзы поместили узкую щель, испускающую монохроматический свет с длиной волны $\lambda=0{,}60$ мкм. За билинзой расположили экран на расстоянии $b=50$ см от нее. Определить:

а) ширину интерференционной полосы на экране и число возможных максимумов;

б) ширину щели $h_{макс}$, при которой интерференционные полосы на экране будут наблюдаться еще достаточно отчетливо.

5.78. Расстояния от бипризмы Френеля до узкой щели и экрана равны соответственно $a=25$ см и $b=100$ см. Бипризма стеклянная с преломляющим углом $\theta=20'$. Найти длину волны света, если ширина интерференционной полосы на экране $\Delta x=0{,}55$ мм.

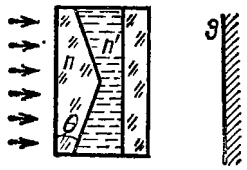


Рис. 5.15

5.79. Плоская световая волна с $\lambda=0{,}70$ мкм падает нормально на основание бипризмы, сделанной из стекла ($n=1{,}520$) с преломляющим углом $\theta=5{,}0°$. За бипризмой (рис. 5.15) находится плоскопараллельная стеклянная пластинка, и пространство между ними заполнено бензолом ($n'=1{,}500$). Найти ширину интерференционной полосы на экране $Э$, расположенном за этой системой.

5.80. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на $d=2{,}5$ мм. На экране, расположенном за диафрагмой на $l=100$ см, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщины $h=10$ мкм?

5.81. На рис. 5.16 показана схема интерферометра для измерения показателей преломления прозрачных веществ. Здесь S — узкая щель, освещаемая монохроматическим

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

светом λ=589 нм, *1* и *2* — две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых l=10,0 см, *Д* — диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке *1* заменили аммиаком, то интерференционная картина на экране *Э* сместилась

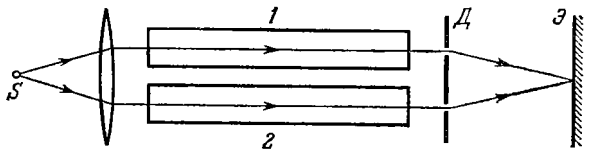


Рис. 5.16

вверх на N=17 полос. Показатель преломления воздуха n=1,000277. Определить показатель преломления аммиака.

5.82. На поверхности стекла находится пленка воды. На нее падает свет с длиной волны λ=0,68 мкм под углом ϑ=30° к нормали. Найти скорость, с которой уменьшается толщина пленки (из-за испарения), если интенсивность отраженного света меняется так, что промежуток времени между последовательными максимумами отражения Δt= =15 мин.

5.83. На тонкую пленку (n=1,33) падает параллельный пучок белого света. Угол падения ϑ_1=52°. При какой толщине пленки зеркально отраженный свет будет наиболее сильно окрашен в желтый цвет (λ=0,60 мкм)?

5.84. Найти минимальную толщину пленки с показателем преломления 1,33, при которой свет с длиной волны 0,64 мкм испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны 0,40 мкм не отражается совсем. Угол падения света равен 30°.

5.85. Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхности стекла последнее покрывают тонким слоем вещества с показателем преломления $n'=\sqrt{n}$, где n — показатель преломления стекла. В этом случае амплитуды световых колебаний, отраженных от обеих поверхностей такого слоя, будут одинаковыми. При какой толщине этого слоя отражательная способность стекла в направлении нормали будет равна нулю для света с длиной волны λ?

5.86. Рассеянный монохроматический свет с λ=0,60 мкм падает на тонкую пленку вещества с показателем преломления n=1,5. Определить толщину пленки, если угловое расстояние между соседними максимумами, наблюдаемыми в отраженном свете под углами с нормалью, близкими к ϑ=45°, равно $\delta\vartheta$=3,0°.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.87. Монохроматический свет проходит через отверстие в экране $Э$ (рис. 5.17) и, отразившись от тонкой плоскопараллельной стеклянной пластинки $П$, образует на экране систему интерференционных полос равного наклона. Толщина пластинки b, расстояние между ней и экраном l, радиусы i-го и k-го темных колец r_i и r_k. Учитывая, что $r_{i,k} \ll l$, найти длину волны света.

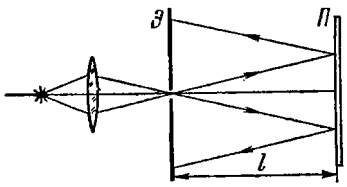


Рис. 5.17

5.88. Плоская монохроматическая световая волна длины λ падает на поверхность стеклянного клина, угол между гранями которого $\alpha \ll 1$. Плоскость падения перпендикулярна к ребру клина, угол падения ϑ_1. Найти расстояние между соседними максимумами интерференционных полос на экране, расположенном перпендикулярно к отраженному свету.

5.89. Свет с длиной волны $\lambda = 0{,}55$ мкм от удаленного точечного источника падает нормально на поверхность стеклянного клина. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос, расстояние между соседними максимумами которых на поверхности клина $\Delta x = 0{,}21$ мм. Найти:

а) угол между гранями клина;

б) степень монохроматичности света $(\Delta\lambda/\lambda)$, если исчезновение интерференционных полос наблюдается на расстоянии $l \approx 1{,}5$ см от вершины клина.

5.90. Плоско-выпуклая стеклянная линза выпуклой поверхностью соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы R, длина волны света λ. Найти ширину Δr кольца Ньютона в зависимости от его радиуса r в области, где $\Delta r \ll r$.

5.91. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны $R = 40$ см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом в отраженном свете радиус некоторого кольца $r = 2{,}5$ мм. Наблюдая за данным кольцом, линзу осторожно отодвинули от пластинки на $h = 5{,}0$ мкм. Каким стал радиус этого кольца?

5.92. На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой стеклянной линзы имеется сошлифованный плоский участок радиуса $r_0 = 3{,}0$ мм, которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R = 150$ см. Найти радиус шестого светло-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

го кольца при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda=655$ нм.

5.93. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности $R=12{,}5$ см *прижата* к стеклянной пластинке. Диаметры десятого и пятнадцатого темных колец Ньютона в отраженном свете равны $d_1=1{,}00$ мм и $d_2=1{,}50$ мм. Определить длину волны света.

5.94. Две плоско-выпуклые тонкие стеклянные линзы соприкасаются своими сферическими поверхностями. Найти оптическую силу такой системы, если в отраженном свете с $\lambda=0{,}60$ мкм диаметр пятого светлого кольца $d=1{,}50$ мм.

5.95. Две соприкасающиеся тонкие симметричные стеклянные линзы — двояковыпуклая и двояковогнутая — образуют систему с оптической силой $\Phi=0{,}50$ дптр. В свете с $\lambda=0{,}61$ мкм, отраженном от этой системы, наблюдают кольца Ньютона. Определить:

а) радиус десятого темного кольца;

б) как изменится радиус этого кольца, если пространство между линзами заполнить водой?

5.96. Сферическая поверхность плоско-выпуклой линзы соприкасается со стеклянной пластинкой. Пространство между линзой и пластинкой заполнено сероуглеродом. Показатели преломления линзы, сероуглерода и пластинки равны соответственно $n_1=1{,}50$, $n_2=1{,}63$ и $n_3=1{,}70$. Радиус кривизны сферической поверхности линзы $R=100$ см. Определить радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете с $\lambda=0{,}50$ мкм.

5.97. В двухлучевом интерферометре используется оранжевая линия ртути, состоящая из двух компонент с $\lambda_1=576{,}97$ нм и $\lambda_2=579{,}03$ нм. При каком наименьшем порядке интерференции четкость интерференционной картины будет наихудшей?

5.98. В интерферометре Майкельсона использовалась желтая линия натрия, состоящая из двух компонент с длинами волн $\lambda_1=589{,}0$ нм и $\lambda_2=589{,}6$ нм. При поступательном перемещении одного из зеркал интерференционная картина периодически исчезала (почему?). Найти перемещение зеркала между двумя последовательными появлениями наиболее четкой картины.

5.99. При освещении эталона Фабри — Перо расходящимся монохроматическим светом с длиной волны λ в фокальной плоскости линзы возникает интерференционная картина — система концентрических колец (рис. 5.18).

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Толщина эталона равна d. Определить, как зависит от порядка интерференции:

а) расположение колец;

б) угловая ширина полос интерференции.

5.100. Найти для эталона Фабри — Перо, толщина которого $d=2{,}5$ см:

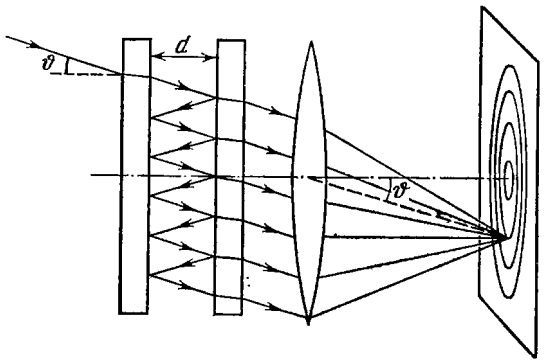


Рис. 5.18

а) максимальный порядок интерференции света с длиной волны $\lambda=0{,}50$ мкм;

б) дисперсионную область $\Delta\lambda$, т. е. спектральный интервал длин волн, для которого еще нет перекрытия с другими порядками интерференции, если наблюдение ведется вблизи $\lambda=0{,}50$ мкм.

5.3. Дифракция света

● Радиус внешней границы k-й зоны Френеля:

$$r_k=\sqrt{k\lambda ab/(a+b)},\quad k=1,\ 2,\ 3,\ \ldots \tag{5.3а}$$

● Спираль Корню (рис. 5.19). Числа на этой спирали — значения параметра v. Для плоской волны $v=x\sqrt{2/b\lambda}$, где x и b — расстояния, характеризующие положение элемента dS волновой поверхности относительно точки наблюдения P.

● Дифракция Фраунгофера от щели, свет падает нормально. Условие минимумов интенсивности:

$$b\sin\vartheta=\pm k\lambda,\quad k=1,\ 2,\ 3,\ \ldots, \tag{5.3б}$$

где b — ширина щели, ϑ — угол дифракции.

● Дифракционная решетка, свет падает нормально. Условие главных фраунгоферовых максимумов:

$$d\sin\vartheta=\pm k\lambda,\quad k=1,\ 2,\ 3,\ \ldots; \tag{5.3в}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

условие добавочных минимумов.

$$d \sin \vartheta = \pm \lambda k'/N, \qquad (5.3г)$$

где $k' = 1, 2, \ldots$, кроме $0, N, 2N, \ldots$

● Угловая дисперсия дифракционной решетки:

$$D = \delta\vartheta/\delta\lambda = k/d \cos \vartheta. \qquad (5.3д)$$

● Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \lambda/\delta\lambda = kN, \qquad (5.3е)$$

где N — число штрихов решетки.

● Разрешающая сила объектива:

$$R = 1/\delta\psi = D/1{,}22\lambda, \qquad (5.3ж)$$

где $\delta\psi$ — наименьшее угловое расстояние, разрешаемое объективом, D — диаметр последнего.

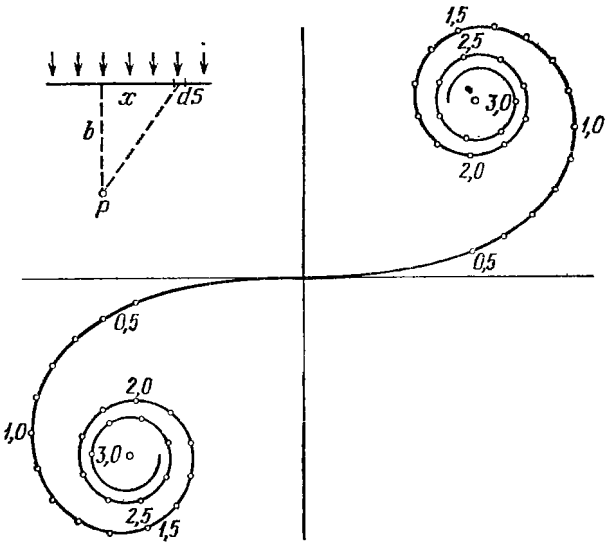


Рис. 5.19

● Формула Брэгга — Вульфа. Условие дифракционных максимумов:

$$2d \sin \alpha = \pm k\lambda, \qquad (5.3з)$$

где d — межплоскостное расстояние, α — угол скольжения, $k = 1, 2, 3, \ldots$

5.101. Плоская световая волна падает нормально на диафрагму с круглым отверстием, которое открывает первые

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

N зон Френеля — для точки P на экране, отстоящем от диафрагмы на расстояние b. Длина волны света равна λ. Найти интенсивность света I_0 перед диафрагмой, если известно распределение интенсивности света на экране $I(r)$, где r — расстояние до точки P.

5.102. Точечный источник света с длиной волны $\lambda=0{,}50$ мкм расположен на расстоянии $a=100$ см перед диафрагмой с круглым отверстием радиуса $r=1{,}0$ мм. Найти расстояние b от диафрагмы до точки наблюдения, для которой число зон Френеля в отверстии составляет $k=3$.

5.103. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого r можно менять. Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны $a=100$ см и $b=125$ см. Определить длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при $r_1=1{,}00$ мм и следующий максимум при $r_2=1{,}29$ мм.

5.104. Плоская световая волна $\lambda=640$ нм с интенсивностью I_0 падает нормально на круглое отверстие радиуса $r=1{,}20$ мм. Найти интенсивность в центре дифракционной картины на экране, отстоящем на расстояние $b=1{,}50$ м от отверстия.

5.105. Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью I_0 падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием. Какова интенсивность света I за экраном в точке, для которой отверстие:

а) равно первой зоне Френеля; внутренней половине первой зоны;

б) сделали равным первой зоне Френеля и затем закрыли его половину (по диаметру)?

5.106. Монохроматическая плоская световая волна с интенсивностью I_0 падает нормально на непрозрачный диск, закрывающий для точки наблюдения P первую зону Френеля. Какова стала интенсивность света I в точке P после того, как у диска удалили:

а) половину (по диаметру);

б) половину внешней половины первой зоны Френеля (по диаметру)?

5.107. Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью I_0 падает нормально на поверхности непрозрачных экранов, показанных на рис. 5.20. Найти зависимость от угла φ интенсивности I света в точке P:

а) расположенной за вершиной угла экрана (рис. 5.20,*а*);

б) для которой закругленный край экрана (рис. 5.20,*б*) совпадает с границей первой зоны Френеля.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.108. Плоская световая волна с $\lambda=0{,}60$ мкм падает нормально на достаточно большую стеклянную пластинку, на противоположной стороне которой сделана круглая

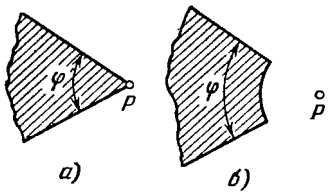


Рис. 5.20

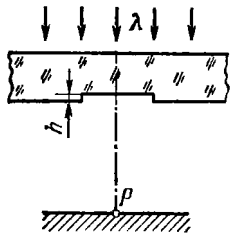


Рис. 5.21

выемка (рис. 5.21). Для точки наблюдения P она представляет собой первые полторы зоны Френеля. Найти глубину h выемки, при которой интенсивность света в точке P будет:

а) максимальной;

б) минимальной;

в) равной интенсивности падающего света.

5.109. Плоская световая волна длины λ и интенсивности I_0 падает нормально на большую стеклянную пластинку, противоположная сторона которой представляет собой непрозрачный экран с круглым отверстием, равным первой зоне Френеля для точки наблюдения P. В середине отверстия сделана круглая выемка, равная половине зоны Френеля. При какой глубине h этой выемки интенсивность света в точке P будет максимальной? Чему она равна?

5.110. Свет с длиной волны $\lambda=0{,}60$ мкм падает нормально на поверхность стеклянного диска, который перекрывает полторы зоны Френеля для точки наблюдения P. При какой толщине этого диска интенсивность света в точке P будет максимальной?

5.111. На пути плоской световой волны с $\lambda=0{,}54$ мкм поставили тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f=50$ см, непосредственно за ней — диафрагму с круглым отверстием и на расстоянии $b=75$ см от диафрагмы — экран. При каких радиусах отверстия центр дифракционной картины на экране имеет максимальную освещенность?

5.112. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на круглое отверстие. На расстоянии $b=9{,}0$ м от него находится экран, где наблюдают некоторую дифракционную картину. Диаметр отверстия уменьшили в $\eta=3{,}0$ раза. Найти новое расстояние b', на котором надо поместить экран, чтобы получить на нем дифракционную

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

картину, подобную той, что в предыдущем случае, но уменьшенную в η раз.

5.113. Между источником света с λ=0,55 мкм и фотопластинкой поместили непрозрачный шарик диаметра D=40 мм. Расстояние между источником и шариком a=12 м, а между шариком и фотопластинкой b=18 м. Найти:

а) размер изображения y' на пластинке, если поперечный размер источника y=6,0 мм;

б) минимальную высоту неровностей, хаотически покрывающих поверхность шарика, при которой последний уже будет загораживать свет (это происходит тогда, когда высота неровностей сравнима с шириной зоны Френеля, по которой проходит край непрозрачного экрана).

5.114. Точечный источник монохроматического света расположен перед зонной пластинкой на расстоянии a=1,5 м от нее. Изображение источника образуется на расстоянии b=1,0 м от пластинки. Найти фокусное расстояние зонной пластинки.

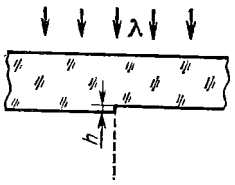


Рис. 5.22

5.115. Плоская световая волна с λ=0,60 мкм и интенсивностью I_0 падает нормально на большую стеклянную пластинку, профиль которой показан на рис. 5.22. При какой высоте h уступа интенсивность света в точках, расположенных под ним, будет:

а) минимальна;

б) вдвое меньше I_0 (потерями на отражения пренебречь).

5.116. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на непрозрачную полуплоскость. На расстоянии b=100 см за ней находится экран. Найти с помощью спирали Корню (рис. 5.19):

а) отношение интенсивностей первого максимума и соседнего с ним минимума;

б) длину волны света, если расстояние между двумя первыми максимумами Δx=0,63 мм.

5.117. Плоская световая волна длины 0,60 мкм падает нормально на непрозрачную длинную полоску ширины 0,70 мм. За ней на расстоянии 100 см находится экран. Найти с помощью рис. 5.19 отношение интенсивностей света в середине дифракционной картины и на краях геометрической тени.

5.118. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на длинную прямоугольную щель, за которой на расстоянии b=60 см находится экран. Сначала ширину

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

щели установили такой, что в середине дифракционной картины на экране наблюдался наиболее глубокий минимум. Раздвинув после этого щель на $\Delta h=0{,}70$ мм, получили в центре картины следующий минимум. Найти длину волны света.

5.119. Плоская световая волна с $\lambda=0{,}65$ мкм падает нормально на большую стеклянную пластинку, на противоположной стороне которой сделана длинная прямоугольная выемка ширины 0,60 мм. Найти с помощью рис. 5.19 глубину выемки h, при которой в середине дифракционной картины на экране, отстоящем на 77 см от пластинки, будет максимум освещенности.

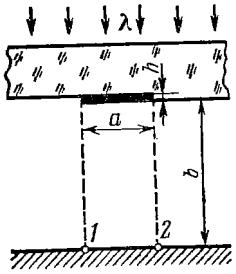


Рис. 5.23

5.120. Плоская световая волна с $\lambda=0{,}65$ мкм падает нормально на большую стеклянную пластинку, на противоположной стороне которой имеется уступ и непрозрачная полоска ширины $a=0{,}30$ мм (рис. 5.23). На расстоянии $b=110$ см от пластинки находится экран. Высота уступа h подобрана такой, что в точке *2* на экране интенсивность света оказывается максимально возможной. Найти с помощью рис. 5.19 отношение интенсивностей в точках *1* и *2*.

5.121. Плоская монохроматическая световая волна интенсивности I_0 падает нормально на непрозрачный экран, в котором прорезана длинная щель с полукруглым вырезом на одной из сторон (рис. 5.24). Край выреза совпадает с границей первой зоны Френеля для точки наблюдения P. Ширина щели составляет 0,90 радиуса выреза. Найти с помощью рис. 5.19 интенсивность света в точке P.

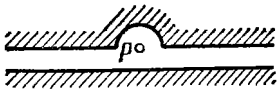


Рис. 5.24

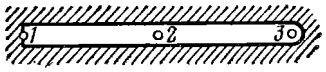


Рис. 5.25

5.122. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на непрозрачный экран с длиной щелью, форма которой показана на рис. 5.25. Найти с помощью рис. 5.19 отношение интенсивностей света в точках *1*, *2* и *3*, расположенных за экраном на одном и том же расстоянии от него, если для точки *3* закругленный край щели совпадает с границей первой зоны Френеля.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.123. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на непрозрачный экран, имеющий вид длинной полоски с круглым отверстием посередине. Для точки наблюдения P отверстие представляет собой половину зоны Френеля, причем его диаметр в $\eta=1{,}07$ раза меньше ширины полоски. Найти с помощью рис. 5.19 интенсивность света в точке P, если интенсивность падающего света равна I_0.

5.124. Свет с длиной волны λ падает нормально на длинную прямоугольную щель ширины b. Найти угловое распределение интенсивности света при фраунгоферовой дифракции, а также угловое положение минимумов.

5.125. Монохроматический свет падает нормально на щель ширины $b=11$ мкм. За щелью находится тонкая линза с фокусным расстоянием $f=150$ мм, в фокальной плоскости которой расположен экран. Найти длину волны света, если расстояние между симметрично расположенными минимумами третьего порядка (на экране) равно $x=50$ мм.

5.126. Свет с длиной волны $\lambda=0{,}50$ мкм падает на щель ширины $b=10$ мкм под углом $\vartheta_0=30^\circ$ к ее нормали. Найти угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны центрального фраунгоферова максимума.

5.127. Плоская световая волна с $\lambda=0{,}60$ мкм падает нормально на грань стеклянного клина с преломляющим углом $\theta=15^\circ$. На противоположной, непрозрачной, грани имеется щель ширины $b=10$ мкм, параллельная ребру клина. Найти:

а) угол $\Delta\vartheta$ между направлением на фраунгоферов максимум нулевого порядка и направлением падающего света;

б) угловую ширину фраунгоферова максимума нулевого порядка.

5.128. Монохроматический свет падает на отражательную дифракционную решетку с периодом $d=1{,}0$ мм под углом скольжения $\alpha_0=1{,}0^\circ$. Под углом скольжения $\alpha=3{,}0^\circ$ образуется фраунгоферов максимум второго порядка. Найти длину волны света.

5.129. Изобразить примерную дифракционную картину, возникающую при дифракции Фраунгофера от решетки из трех одинаковых щелей, если отношение периода решетки к ширине щели равно:

а) двум; б) трем.

5.130. При нормальном падении света на дифракционную решетку угол дифракции для линии $\lambda_1=0{,}65$ мкм во втором порядке равен 45°. Найти угол дифракции для линии $\lambda_2=0{,}50$ мкм в третьем порядке.

5.131. Свет с длиной волны 535 нм падает нормально на

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

дифракционную решетку. Найти ее период, если одному из фраунгоферовых максимумов соответствует угол дифракции 35° и наибольший порядок спектра равен пяти.

5.132. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на дифракционную решетку с периодом $d=2{,}2$ мкм, если угол между направлениями на фраунгоферовы максимумы первого и второго порядков $\Delta\vartheta=15°$.

5.133. Свет с длиной волны 530 нм падает на прозрачную дифракционную решетку, период которой равен 1,50 мкм. Найти угол с нормалью к решетке, под которым образуется фраунгоферов максимум наибольшего порядка, если свет падает на решетку:

а) нормально; б) под углом 60° к нормали.

5.134. Свет с длиной волны $\lambda=0{,}60$ мкм падает нормально на дифракционную решетку, которая нанесена на плоской поверхности плоско-выпуклой цилиндрической стеклянной линзы с радиусом кривизны $R=20$ см. Период решетки $d=6{,}0$ мкм. Найти расстояние между симметрично расположенными главными максимумами первого порядка в фокальной плоскости этой линзы.

5.135. Плоская световая волна с $\lambda=0{,}50$ мкм падает нормально на грань стеклянного клина с углом $\theta=30°$. На противоположной грани клина нанесена прозрачная дифракционная решетка с периодом $d=2{,}00$ мкм, штрихи которой параллельны ребру клина. Найти углы между направлением падающего света и направлениями на главные фраунгоферовы максимумы нулевого и первого порядков. Каков максимальный порядок спектра? Под каким углом к направлению падающего света он будет наблюдаться?

5.136. Плоская световая волна длины λ падает нормально на фазовую дифракционную решетку, профиль которой

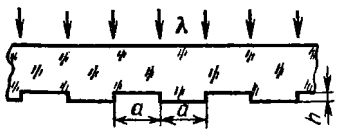


Рис. 5.26

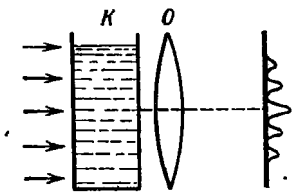


Рис. 5.27

показан на рис. 5.26. Решетка нанесена на стеклянной пластинке с показателем преломления n. Найти глубину h штрихов, при которой интенсивность центрального фраун-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

гоферова максимума равна нулю. Каков при этом угол дифракции, соответствующий первому максимуму?

5.137. На рис. 5.27 показана схема установки для наблюдения дифракции света на ультразвуке. Плоская световая волна с $\lambda=0{,}55$ мкм проходит через кювету K с водой, в которой возбуждена стоячая ультразвуковая волна с частотой $\nu=4{,}7$ МГц. В результате дифракции света на оптически неоднородной периодической структуре в фокальной плоскости объектива O с фокусным расстоянием $f=35$ см возникает дифракционный спектр. Расстояние между соседними максимумами $\Delta x=0{,}60$ мм. Найти скорость распространения ультразвуковых колебаний в воде.

5.138. Щель ширины b, освещаемая светом с $\lambda=0{,}60$ мкм, находится в фокальной плоскости объектива с фокусным расстоянием $f=1{,}5$ м. За объективом расположен экран с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на расстояние $d=1{,}0$ мм. Оценить ширину b, при которой будет наблюдаться дифракция от двух щелей.

5.139. Для измерения методом Майкельсона углового расстояния ψ между компонентами двойной звезды перед объективом телескопа поместили диафрагму с двумя узкими параллельными щелями, расстояние d между которыми можно менять. Уменьшая d, обнаружили первое ухудшение видимости дифракционной картины в фокальной плоскости объектива при $d=95$ см. Найти ψ, считая длину волны света $\lambda=0{,}55$ мкм.

5.140. Прозрачная дифракционная решетка имеет период $d=1{,}50$ мкм. Найти угловую дисперсию D (в угл.мин/нм), соответствующую максимуму наибольшего порядка спектральной линии с $\lambda=530$ нм, если свет падает на решетку: а) нормально; б) под углом $\vartheta_0=45^\circ$ к нормали.

5.141. Свет с длиной волны λ падает нормально на дифракционную решетку. Найти ее угловую дисперсию в зависимости от угла дифракции ϑ.

5.142. Свет с $\lambda=589{,}0$ нм падает нормально на дифракционную решетку с периодом $d=2{,}5$ мкм, содержащую $N=10\,000$ штрихов. Найти угловую ширину дифракционного максимума второго порядка.

5.143. Показать, что при нормальном падении света на дифракционную решетку максимальная величина ее разрешающей способности не может превышать значения l/λ, где l — ширина решетки, λ — длина волны света.

5.144. Показать на примере дифракционной решетки, что разность частот двух максимумов, разрешаемых по критерию Рэлея, равна обратной величине разности времен

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

прохождения самых крайних интерферирующих колебаний, т. е. $\delta\nu = 1/\delta t$.

5.145. Свет, содержащий две спектральные линии с длинами волн 600,000 и 600,050 нм, падает нормально на дифракционную решетку ширины 10,0 мм. Под некоторым углом дифракции ϑ эти линии оказались на пределе разрешения (по критерию Рэлея). Найти ϑ.

5.146. Свет падает нормально на дифракционную решетку ширины $l = 6{,}5$ см, имеющую 200 штрихов на миллиметр. Исследуемый спектр содержит спектральную линию с $\lambda = 670{,}8$ нм, которая состоит из двух компонент, отличающихся на $\delta\lambda = 0{,}015$ нм. Найти:

а) в каком порядке спектра эти компоненты будут разрешены;

б) наименьшую разность длин волн, которую может разрешить эта решетка в области $\lambda \approx 670$ нм.

5.147. При нормальном падении света на дифракционную решетку ширины 10 мм обнаружено, что компоненты желтой линии натрия (589,0 и 589,6 нм) оказываются разрешенными, начиная с пятого порядка спектра. Оценить:

а) период этой решетки;

б) при какой ширине решетки с таким же периодом можно разрешить в третьем порядке дублет спектральной линии с $\lambda = 460{,}0$ нм, компоненты которого отличаются на 0,13 нм.

5.148. Дифракционная решетка кварцевого спектрографа имеет ширину 25 мм и содержит 250 штрихов на миллиметр. Фокусное расстояние объектива, в фокальной плоскости которого находится фотопластинка, равно 80 см. Свет падает на решетку нормально. Исследуемый спектр содержит спектральную линию, компоненты дублета которой имеют длины волн 310,154 и 310,184 нм. Определить:

а) расстояния на фотопластинке между компонентами этого дублета в спектрах первого и второго порядков;

б) будут ли они разрешены в этих порядках спектра.

5.149. Освещаемая щель находится в фокальной плоскости собирающего идеального объектива с фокусным расстоянием $f = 25$ см. За объективом расположена дифракционная решетка с периодом $d = 5{,}0$ мкм и числом штрихов $N = 1000$. При какой ширине b щели будет полностью использована разрешающая способность решетки вблизи $\lambda = 600$ нм?

5.150. Голограмму точки A получают в результате интерференции плоской опорной волны и предметной, дифрагированной на точке A. Расстояние от этой точки до

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

фотопластинки $l=50$ см, длина волны $\lambda=620$ нм. Фотопластинка ориентирована перпендикулярно к направлению распространения опорной волны. Найти:

а) радиус k-го кольца голограммы, соответствующего максимуму освещенности; вычислить этот радиус для $k=10$;

б) зависимость расстояния Δr между соседними максимумами от радиуса r соответствующего кольца для случая $r \ll l$.

5.151. На фотопластинке, отстоящей на $l=40$ см от небольшого предмета, хотят получить его голограмму, где были бы записаны детали размером $d=10$ мкм. Длина волны света $\lambda=0{,}60$ мкм. Каким должен быть размер фотопластинки?

5.152. Для трехгранной призмы спектрографа предельная разрешающая способность $\lambda/\delta\lambda$ обусловлена дифракцией света от краев призмы (как от щели). При установке призмы на угол наименьшего отклонения в соответствии с критерием Рэлея

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = b\left|\frac{dn}{d\lambda}\right|,$$

где b — ширина основания призмы (рис. 5.28), $dn/d\lambda$ — дисперсия ее вещества. Вывести эту формулу.

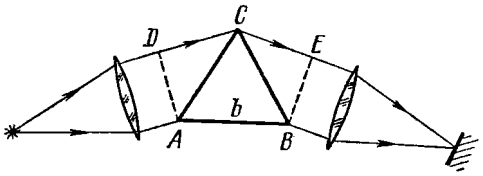


Рис. 5.28

5.153. Трехгранная призма спектрографа изготовлена из стекла, показатель преломления которого зависит от длины волны света как $n=A+B/\lambda^2$, где A и B — постоянные, причем $B=0{,}010$ мкм^2. Воспользовавшись формулой из предыдущей задачи, найти:

а) зависимость разрешающей способности призмы от λ; вычислить $\lambda/\delta\lambda$ вблизи $\lambda_1=434$ нм и $\lambda_2=656$ нм, если ширина основания призмы $b=5{,}0$ см;

б) ширину основания призмы, способной разрешить желтый дублет натрия (589,0 и 589,6 нм).

5.154. Какой должна быть ширина основания трехгранной призмы с дисперсией $|dn/d\lambda|=0{,}10$ мкм$^{-1}$, чтобы она имела такую же разрешающую способность, как и дифрак-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ционная решетка из 10 000 штрихов во втором порядке спектра?

5.155. Имеется зрительная труба с диаметром объектива $D=5{,}0$ см. Определить разрешающую способность объектива трубы и минимальное расстояние между двумя точками, находящимися на расстоянии $l=3{,}0$ км от трубы, которое она может разрешить. Считать $\lambda=0{,}55$ мкм.

5.156. Вычислить наименьшее расстояние между двумя точками на Луне, которое можно разрешить рефлектором с диаметром зеркала 5,0 м. Считать, что $\lambda=0{,}55$ мкм.

5.157. В фокальной плоскости объектива образуется дифракционное изображение удаленного точечного источника. Оценить, как изменится освещенность в центре этого изображения, если объектив заменить другим, с тем же фокусным расстоянием, но с диаметром вдвое бóльшим.

5.158. Плоская световая волна с $\lambda=0{,}6$ мкм падает нормально на идеальный объектив с фокусным расстоянием $f=45$ см. Диаметр отверстия объектива $d=5$ см. Пренебрегая потерями света на отражения, оценить отношение интенсивности I световой волны в фокусе объектива к интенсивности I_0 волны, падающей на объектив.

5.159. Определить минимальное увеличение зрительной трубы с диаметром объектива $D=5{,}0$ см, при котором разрешающая способность ее объектива будет полностью использована, если диаметр зрачка глаза $d_0=4{,}0$ мм.

5.160. Имеется микроскоп с числовой апертурой объектива $\sin\alpha=0{,}24$, где α — угол полураствора конуса лучей, падающих на оправу объектива. Найти минимальное разрешаемое расстояние для этого микроскопа при оптимальном освещении объекта светом с длиной волны $\lambda=0{,}55$ мкм.

5.161. Найти минимальное увеличение микроскопа с числовой апертурой объектива $\sin\alpha=0{,}24$, при котором разрешающая способность его объектива будет полностью использована, если диаметр зрачка глаза $d_0=4{,}0$ мм.

5.162. Пучок рентгеновских лучей с длиной волны λ падает под углом скольжения $60{,}0^\circ$ на линейную цепочку из рассеивающих центров с периодом a. Найти углы скольжения, соответствующие всем дифракционным максимумам, если $\lambda={}^2/_5 a$.

5.163. Пучок рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda=40$ пм падает нормально на плоскую прямоугольную решетку из рассеивающих центров и дает на плоском экране, расположенном на расстоянии $l=10$ см от решетки, систему дифракционных максимумов (рис. 5.29). Найти периоды решетки a и b соответственно вдоль осей x и y, если расстоя-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ния между симметрично расположенными максимумами второго порядка равны $\Delta x=60$ мм (по оси x) и $\Delta y=40$ мм (по оси y).

5.164. Пучок рентгеновских лучей падает на трехмерную прямоугольную решетку, периоды которой a, b и c. Направление падающего пучка совпадает с направлением, вдоль которого период решетки равен a. Найти направления на дифракционные максимумы и длины волн, при которых эти максимумы будут наблюдаться.

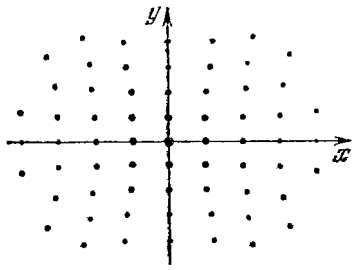


Рис. 5.29

5.165. Узкий пучок рентгеновских лучей падает под углом скольжения $\alpha=60{,}0°$ на естественную грань монокристалла NaCl, плотность которого $\rho=2{,}16$ г/см^3. При зеркальном отражении от этой грани образуется максимум второго порядка. Определить длину волны излучения.

5.166. Пучок рентгеновских лучей с $\lambda=174$ пм падает на поверхность монокристалла, поворачивающегося вокруг оси, которая параллельна его поверхности и перпендикулярна к направлению падающего пучка. При этом направления на максимумы второго и третьего порядков от системы плоскостей, параллельных поверхности монокристалла, образуют между собой угол $\alpha=60°$. Найти соответствующее межплоскостное расстояние.

5.167. При прохождении пучка рентгеновских лучей с $\lambda=17{,}8$ пм через поликристаллический образец на экране, расположенном на расстоянии $l=15$ см от образца, образуется система дифракционных колец. Определить радиус светлого кольца, соответствующего второму порядку отражения от системы плоскостей с межплоскостным расстоянием $d=155$ пм.

5.4. Поляризация света

● **Плоскость поляризации — плоскость, в которой колеблется световой вектор (E).**

● **Плоскость пропускания поляризатора — плоскость, в которой колебания светового вектора проходят свободно.**

● **Закон Малюса:**

$$I=I_0\cos^2\varphi. \qquad (5.4a)$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Степень поляризации света:

$$P=(I_{\text{макс}}-I_{\text{мин}})/(I_{\text{макс}}+I_{\text{мин}}). \qquad (5.4б)$$

● Закон Брюстера:

$$\operatorname{tg}\vartheta_B=n_2/n_1. \qquad (5.4в)$$

● Формулы Френеля для интенсивности света, отраженного от границы раздела двух диэлектриков:

$$I'_{\perp}=I_{\perp}\frac{\sin^2(\vartheta_1-\vartheta_2)}{\sin^2(\vartheta_1+\vartheta_2)}, \quad I'_{\parallel}=I_{\parallel}\frac{\operatorname{tg}^2(\vartheta_1-\vartheta_2)}{\operatorname{tg}^2(\vartheta_1+\vartheta_2)}, \qquad (5.4г)$$

где $I_{\perp}$ и $I_{\parallel}$ — интенсивности падающего света, у которого колебания светового вектора соответственно перпендикулярны и параллельны плоскости падения.

● Кристаллическая пластинка между двумя поляризаторами P и P'. Если угол между плоскостью пропускания поляризатора P и оптической осью OO' пластинки равен 45°, то интенсивность I' света, прошедшего через поляризатор P', оказывается максимальной или минимальной при следующих условиях:

Поляризаторы P и P'	$\delta=2\pi k$	$\delta=(2k+1)\pi$
параллельны	$I'_{\parallel}=$ макс	$I'_{\parallel}=$ мин
скрещены	$I'_{\perp}=$ мин	$I'_{\perp}=$ макс

Здесь $\delta=2\pi(n_o-n_e)d/\lambda$ — разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами, $k=0, 1, 2, \ldots$

● Естественное и магнитное вращение плоскости поляризации:

$$\varphi_{\text{ест}}=\alpha l, \quad \varphi_{\text{магн}}=VlH; \qquad (5.4д)$$

здесь α — постоянная вращения (для растворов $\alpha=[\alpha]c$, где $[\alpha]$ — удельная постоянная вращения, c — концентрации активного вещества), V — постояниая Верде.

5.168. Плоская монохроматическая волна естественного света с интенсивностью I_0 падает нормально на систему из двух соприкасающихся поляроидных полуплоскостей. Плоскости пропускания поляроидов взаимно перпендикулярны. Изобразить примерный вид дифракционной картины на экране за этой системой. Какова интенсивность света в середине дифракционной картины?

5.169. Плоская монохроматическая волна естественного света с интенсивностью I_0 падает нормально на круглое отверстие, которое представляет собой первую зону Френе-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ля для точки наблюдения P. Найти интенсивность света в точке P после того, как отверстие перекрыли двумя одинаковыми поляризаторами, плоскости пропускания которых взаимно перпендикулярны, а граница их раздела проходит:

а) по диаметру отверстия;

б) по окружности, ограничивающей первую половину зоны Френеля.

5.170. Линейно поляризованный световой пучок падает на поляризатор, вращающийся вокруг оси пучка с угловой скоростью $\omega=21$ рад/с. Найти световую энергию, проходящую через поляризатор за один оборот, если поток энергии в падающем пучке $\Phi_0=4{,}0$ мВт.

5.171. При падении естественного света на некоторый поляризатор проходит $\eta_1=30$ % светового потока, а через два таких поляризатора — $\eta_2=13{,}5$ %. Найти угол φ между плоскостями пропускания этих поляризаторов.

5.172. Пучок естественного света падает на систему из $N=6$ поляризаторов, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол $\varphi=30^\circ$ относительно плоскости пропускания предыдущего поляризатора. Какая часть светового потока проходит через эту систему?

5.173. Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных одинаковых поляроидов, причем плоскость пропускания среднего поляроида составляет угол $\varphi=60^\circ$ с плоскостями пропускания двух других поляроидов. Каждый поляроид обладает поглощением таким, что при падении на него линейно поляризованного света максимальный коэффициент пропускания составляет $\tau=0{,}81$. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы?

5.174. Степень поляризации частично поляризованного света $P=0{,}25$. Найти отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.

5.175. Узкий пучок естественного света проходит через газ из оптически изотропных молекул. Найти степень поляризации света, рассеянного под углом ϑ к пучку.

5.176. На пути частично поляризованного света поместили поляризатор. При повороте поляризатора на угол $\varphi=60^\circ$ из положения, соответствующего максимуму пропускания, интенсивность прошедшего света уменьшилась в $\eta=3{,}0$ раза. Найти степень поляризации падающего света.

5.177. На пути естественного пучка света поместили два несовершенных поляризатора. Оказалось, что при парал-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

лельных плоскостях пропускания поляризаторов эта система пропускает в $\eta=10{,}0$ раз больше света, чем при скрещенных плоскостях. Найти степень поляризации света, которую создает:

а) каждый поляризатор в отдельности;

б) вся система при параллельных плоскостях пропускания поляризаторов.

5.178. Два параллельных одинаковых по интенсивности линейно поляризованных пучка, плоскости поляризации которых N_1 и N_2 повернуты относительно друг друга на некоторый малый угол φ (рис. 5.30), падают на поляризатор. Для уравнивания интенсивностей обоих пучков за поляризатором его плоскость пропускания N должна быть установлена по биссектрисе A или B. Определить значение угла φ, при котором поворот поляризатора из положения A на малый угол $\delta\varphi \ll \varphi$ приводит к относительному изменению интенсивностей обоих пучков $\Delta I/I$ на величину в $\eta=100$ раз бóльшую, чем при повороте на тот же угол из положения B.

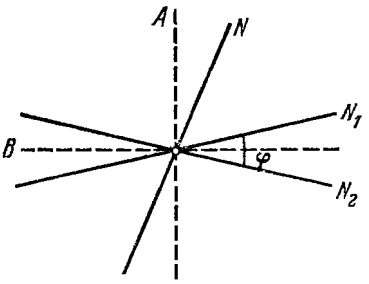


Рис. 5.30

5.179. Показать с помощью формул (5.4г), что отраженный от поверхности диэлектрика свет будет полностью поляризован, если угол падения ϑ_1 удовлетворяет условию $\operatorname{tg}\vartheta_1=n$, где n — показатель преломления диэлектрика. Каков при этом угол между отраженным и преломленным лучами?

5.180. Естественный свет падает под углом Брюстера на поверхность стекла. Определить с помощью формул Френеля:

а) коэффициент отражения;

б) степень поляризации преломленного света.

5.181. Плоский пучок естественного света с интенсивностью I_0 падает под углом Брюстера на поверхность воды. При этом $\rho=0{,}039$ светового потока отражается. Найти интенсивность преломленного пучка.

5.182. На поверхность воды под углом Брюстера падает пучок плоскополяризованного света. Плоскость колебаний светового вектора составляет угол $\varphi=45°$ с плоскостью падения. Найти коэффициент отражения.

5.183. Узкий пучок естественного света падает под углом

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Брюстера на поверхность толстой плоскопараллельной прозрачной пластины. При этом от верхней поверхности отражается $\rho=0{,}080$ светового потока. Найти степень поляризации пучков *1—4* (рис. 5.31).

5.184. На плоскопараллельную стеклянную пластинку (см. рис. 5.31) падает под углом Брюстера узкий пучок света интенсивности I_0. Определить с помощью формул Френеля:

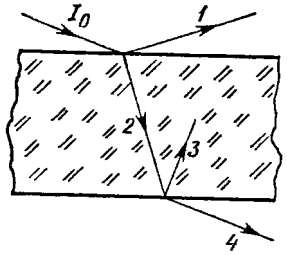


Рис. 5.31

а) интенсивность прошедшего пучка I_4, если падающий свет линейно поляризован, причем плоскость колебаний его перпендикулярна к плоскости падения;

б) степень поляризации прошедшего через пластинку пучка, если падающий свет — естественный.

5.185. Узкий пучок естественного света падает под углом Брюстера на стопу Столетова, состоящую из N толстых плоскопараллельных стеклянных пластин. Найти:

а) степень поляризации P прошедшего пучка;

б) чему равно P при $N=1$, 2, 5 и 10.

5.186. Определить с помощью формул Френеля:

а) коэффициент отражения естественного света при нормальном падении на поверхность стекла;

б) относительную потерю светового потока за счет отражений при прохождении параксиального пучка естественного света через центрированную оптическую систему из $N=5$ стеклянных линз (вторичными отражениями света пренебречь).

5.187. Световая волна падает нормально на поверхность стекла, покрытого слоем прозрачного вещества. Пренебрегая вторичными отражениями, показать, что амплитуды световых волн, отраженных от обеих поверхностей такого слоя, будут одинаковы при условии $n'=\sqrt{n}$, где n' и n — показатели преломления слоя и стекла.

5.188. На поверхность стекла падает пучок естественного света. Угол падения равен 45°. Найти с помощью формул Френеля степень поляризации:

а) отраженного света; б) преломленного света.

5.189. Построить по Гюйгенсу волновые фронты и направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей в положительном одноосном кристалле, оптическая ось которого:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) перпендикулярна к плоскости падения и параллельна поверхности кристалла;

б) лежит в плоскости падения и параллельна поверхности кристалла;

в) лежит в плоскости падения под углом 45° к поверхности кристалла, и свет падает перпендикулярно к оптической оси.

5.190. Узкий пучок естественного света с длиной волны $\lambda=589$ нм падает нормально на поверхность призмы Волластона, сделанной из исландского шпата, как показано на рис. 5.32. Оптические оси обеих частей призмы взаимно перпендикулярны. Найти угол α между направлениями пучков за призмой, если угол $\theta=30°$.

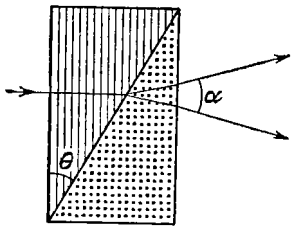


Рис. 5.32

5.191. Какой характер поляризации имеет плоская электромагнитная волна, проекции вектора **E** которой на оси x и y, перпендикулярные к направлению ее распространения, определяются следующими уравнениями:

а) $E_x=E\cos(\omega t-kz)$, $E_y=E\sin(\omega t-kz)$;

б) $E_x=E\cos(\omega t-kz)$, $E_y=E\cos(\omega t-kz+\pi/4)$;

в) $E_x=E\cos(\omega t-kz)$, $E_y=E\cos(\omega t-kz+\pi)$?

5.192. На пути частично поляризованного света поместили поляризатор. При повороте поляризатора обнаружили, что наименьшая интенсивность света равна I_0. Если же перед поляризатором поместить пластинку в четверть волны, оптическая ось которой ориентирована под углом 45° к плоскости пропускания поляризатора, то интенсивность света за поляризатором становится равной ηI_0, где $\eta=2{,}0$. Найти степень поляризации падающего света.

5.193. Требуется изготовить параллельную оптической оси кварцевую пластинку, толщина которой не превышала бы 0,50 мм. Найти максимальную толщину этой пластинки, при которой линейно поляризованный свет с $\lambda=589$ нм после прохождения ее:

а) испытывает лишь поворот плоскости поляризации;

б) станет поляризованным по кругу.

5.194. Кварцевую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси, поместили между двумя скрещенными поляризаторами. Угол между плоскостями пропускания поляризаторов и оптической осью пластинки равен 45°. Толщина пластинки $d=0{,}50$ мм. При каких длинах волн в интерва-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ле 0,50—0,60 мкм интенсивность света, прошедшего через эту систему, не будет зависеть от поворота заднего поляризатора? Разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей в этом интервале длин волн считать $\Delta n=0{,}0090$.

5.195. Белый естественный свет падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, толщиной 1,50 мм. Ось пластинки составляет угол 45° с плоскостями пропускания поляризаторов. Прошедший через эту систему свет разложили в спектр. Сколько темных полос будет наблюдаться в интервале длин волн 0,55—0,66 мкм? Разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей в этом интервале длин волн считать равной 0,0090.

5.196. Кристаллическая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, имеет толщину 0,25 мм и служит пластинкой в четверть волны для $\lambda=0{,}53$ мкм. Для каких еще длин волн в области видимого спектра она будет также пластинкой в четверть волны? Считать, что для всех длин волн видимого спектра разность показателей преломления $n_e-n_o=0{,}0090$.

5.197. Кварцевая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, помещена между двумя скрещенными поляризаторами так, что ее оптическая ось составляет угол 45° с плоскостями пропускания поляризаторов. При какой минимальной толщине пластинки свет с $\lambda_1=643$ нм будет проходить через эту систему с максимальной интенсивностью, а свет с $\lambda_2=564$ нм будет сильно ослаблен? Разность показателей преломления $n_e-n_o=0{,}0090$.

5.198. Между двумя скрещенными поляризаторами поместили кварцевый клин с преломляющим углом $\theta=3{,}5°$. Оптическая ось клина параллельна его ребру и составляет угол 45° с плоскостями пропускания поляризаторов. При прохождении через эту систему света с $\lambda=550$ нм наблюдается система интерференционных полос. Ширина каждой полосы $\Delta x=1{,}0$ мм. Определить разность показателей преломления кварца для необыкновенного и обыкновенного лучей указанной длины волны.

5.199. Монохроматический свет интенсивности I, поляризованный в плоскости P, падает нормально на кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси OO'. Угол между P и OO' равен 45°. За пластинкой расположен поляризатор, плоскость пропускания которого P'. Найти интенсивность I' света за поляризатором, если

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

пластинка вносит разность фаз δ между обыкновенным и необыкновенным лучами. Рассмотреть случаи:

а) $P' \| P$; б) $P' \perp P$.

5.200. Монохроматический поляризованный по кругу свет падает нормально на кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси. За пластинкой находится поляризатор, плоскость пропускания которого составляет угол φ с оптической осью пластинки. Показать, что интенсивность света, прошедшего через эту систему, $I' = I(1 + \sin 2\varphi \cdot \sin \delta)$, где δ — разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами, которую вносит пластинка.

5.201. Как с помощью поляроида и пластинки в четверть волны, изготовленной из положительного одноосного кристалла ($n_e > n_o$), отличить:

а) свет левополяризованный по кругу от правополяризованного;

б) естественный свет от поляризованного по кругу и от смеси естественного света с поляризованным по кругу?

5.202. Свет с длиной волны λ падает на систему из скрещенных поляризатора $П$ и анализатора $А$, между которыми находится компенсатор Бабине $К$ (рис. 5.33). Компенсатор состоит из двух кварцевых клиньев, оптическая ось одного из которых параллельна ребру клина, другого — перпендикулярна к нему. Плоскости пропускания поляризатора и анализатора составляют угол 45° с оптическими осями компенсатора. Известны также преломляющий угол θ клиньев ($\theta \ll 1$) и разность показателей преломления кварца $n_e - n_o$. При введении исследуемого двупреломляющего образца $О$ (его оптическая ось ориентирована так, как показано на рисунке) наблюдаемые интерференционные полосы сдвинулись вверх на δx мм. Найти:

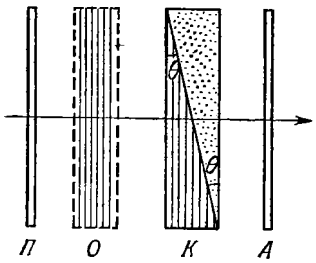


Рис. 5.33

а) ширину интерференционной полосы Δx;

б) величину и знак оптической разности хода обыкновенного и необыкновенного лучей, которую вносит образец $О$.

5.203. Плоская монохроматическая световая волна интенсивности I_0 падает нормально на прозрачный диск из оптически активного вещества, который перекрывает пол-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

торы зоны Френеля для точки наблюдения P и, кроме того, поворачивает плоскость поляризации на 90°. Пренебрегая отражениями и поглощением света, найти интенсивность света в точке P.

5.204. Вычислить с помощью таблиц приложения разность показателей преломления кварца для право- и левополяризованного по кругу света с длиной волны $\lambda=589{,}5$ нм.

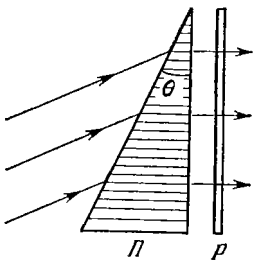


Рис. 5.34

5.205. Линейно поляризованный свет с длиной волны 0,59 мкм падает на трехгранную кварцевую призму $П$ (рис. 5.34) с преломляющим углом $\theta=30°$. В призме свет распространяется вдоль оптической оси, направление которой показано штриховкой. За поляроидом P наблюдают систему светлых и темных полос, ширина которых $\Delta x=15{,}0$ мм. Найти постоянную вращения кварца, а также характер распределения интенсивности света за поляроидом.

5.206. Естественный монохроматический свет падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно к оптической оси. Найти минимальную толщину пластинки, при которой эта система будет пропускать $\eta=0{,}30$ светового потока, если постоянная вращения кварца $\alpha=17$ угл.град/мм.

5.207. Свет проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно к оптической оси. Определить минимальную толщину пластинки, при которой свет с длиной волны 436 нм будет полностью задерживаться этой системой, а свет с длиной волны 497 нм — пропускаться наполовину. Постоянная вращения кварца для этих длин волн равна соответственно 41,5 и 31,1 угл.град/мм.

5.208. Линейно поляризованный свет с длиной волны 589 нм проходит вдоль оси цилиндрического стеклянного сосуда, заполненного слегка замутненным раствором сахара с концентрацией 500 г/л. При наблюдении сбоку видна система винтообразных полос, причем расстояние между соседними темными полосами вдоль оси равно 50 см. Объяснить возникновение полос и определить удельную постоянную вращения раствора.

5.209. Ячейку Керра поместили между двумя скрещенными поляризаторами так, что направление электрического

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

поля **E** в конденсаторе образует угол 45° с плоскостями пропускания поляризаторов. Конденсатор имеет длину l=100 мм и заполнен нитробензолом. Через систему проходит свет с λ=0,50 мкм. Имея в виду, что в данном случае постоянная Керра $B=2{,}2\cdot10^{-10}$ см/В^2, определить:

а) минимальную напряженность электрического поля E в конденсаторе, при которой интенсивность света, прошедшего через эту систему, не будет зависеть от поворота заднего поляризатора;

б) число прерываний света в одну секунду, если на конденсатор подать синусоидальное напряжение с частотой ν=10 МГц и амплитудным значением напряженности E_m=50 кВ/см.

Примечание. Постоянной Керра называют коэффициент B в формуле $n_e-n_o=B\lambda E^2$.

5.210. Монохроматический плоскополяризованный свет с круговой частотой ω проходит через вещество вдоль однородного магнитного поля с напряженностью H. Найти разность показателей преломления для право- и левополяризованных по кругу компонент светового пучка, если постоянная Верде равна V.

5.211. Некоторое вещество поместили в продольное магнитное поле соленоида, расположенного между двумя поляризаторами. Длина трубки с веществом l=30 см. Найти постоянную Верде, если при напряженности поля H=56,5 кА/м угол поворота плоскости поляризации $\varphi_1=+5°10'$ для одного направления поля и $\varphi_2=-3°20'$ для противоположного направления поля.

5.212. Узкий пучок плоскополяризованного света проходит через правовращающее положительное вещество, находящееся в продольном магнитном поле, как показано на рис. 5.35. Найти угол, на который повернется плоскость поляризации вышедшего пучка, если длина трубки с веществом равна l, его постоянная вращения α, постоянная Верде V и напряженность магнитного поля H.

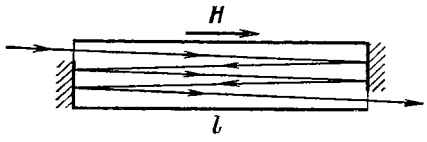


Рис. 5.35

5.213. Трубка с бензолом длины l=26 см находится в продольном магнитном поле соленоида, расположенного между двумя поляризаторами. Угол между плоскостями пропускания поляризаторов равен 45°. Найти минимальную напряженность магнитного поля, при которой свет с дли-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ной волны 589 нм будет проходить через эту систему только в одном направлении (оптический вентиль). Как будет вести себя этот оптический вентиль, если изменить направление данного магнитного поля на противоположное?

5.214. Опыт показывает, что телу, облучаемому поляризованным по кругу светом, сообщается вращательный момент (эффект Садовского). Это связано с тем, что данный свет обладает моментом импульса, плотность потока которого в вакууме $M=I/\omega$, где I — интенсивность света, ω — его круговая частота колебаний. Пусть поляризованный по кругу свет с длиной волны $\lambda=0{,}70$ мкм падает нормально на однородный черный диск массы $m=10$ мг, который может свободно вращаться вокруг своей оси. Через сколько времени его угловая скорость станет $\omega_0=1{,}0$ рад/с, если $I=10$ Вт/см^2?

5.5. Дисперсия и поглощение света

● Согласно элементарной теории дисперсии диэлектрическая проницаемость вещества:

$$\varepsilon=1+\sum_k \frac{n_k e^2/m\varepsilon_0}{\omega_{0k}^2-\omega^2}, \qquad (5.5а)$$

где n_k — концентрация электронов с собственной частотой ω_{0k}.

● Связь между показателем преломления и диэлектрической проницаемостью вещества:

$$n=\sqrt{\varepsilon}. \qquad (5.5б)$$

● Фазовая v и групповая u скорости:

$$v=\omega/k, \quad u=d\omega/dk. \qquad (5.5в)$$

● Формула Рэлея:

$$u=v-\lambda\, dv/d\lambda. \qquad (5.5г)$$

● Закон ослабления узкого пучка электромагнитного излучения:

$$I=I_0 \exp(-\mu d), \qquad (5.5д)$$

где $\mu=\varkappa+\varkappa'$; μ, $\varkappa$, $\varkappa'$ — линейные показатели ослабления, поглощения и рассеяния.

5.215. Свободный электрон находится в поле монохроматической световой волны. Интенсивность света $I=150$ Вт/м^2, его частота $\omega=3{,}4\cdot10^{15}$ с$^{-1}$. Найти:

а) амплитуду колебаний электрона и амплитуду его скорости;

б) отношение $F_м/F_э$, где $F_м$ и $F_э$ — амплитудные значения сил, действующих на электрон со стороны магнитной и

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

электрической составляющих поля световой волны; показать также, что это отношение равно $v/2c$, где v — амплитуда скорости электрона, c — скорость света.

У к а з а н и е. В уравнении движения электрона можно не учитывать действие магнитной составляющей поля (как будет видно из расчета, оно пренебрежимо мало).

5.216. Электромагнитная волна с частотой ω распространяется в разреженной плазме. Концентрация свободных электронов в плазме равна n_0. Пренебрегая взаимодействием волны с ионами плазмы, найти зависимость:

а) диэлектрической проницаемости плазмы от частоты;

б) фазовой скорости от длины волны λ в плазме.

5.217. Найти концентрацию свободных электронов ионосферы, если для радиоволн с частотой $\nu=100$ МГц ее показатель преломления $n=0{,}90$.

5.218. Имея в виду, что для достаточно жестких рентгеновских лучей электроны вещества можно считать свободными, определить, на сколько отличается от единицы показатель преломления графита для рентгеновских лучей с длиной волны в вакууме $\lambda=50$ пм.

5.219. Электрон, на который действует квазиупругая сила kx и «сила трения» $\gamma\dot{x}$, находится в поле электромагнитного излучения. Электрическая составляющая поля меняется во времени по закону $E=E_0\cos\omega t$. Пренебрегая действием магнитной составляющей поля, найти:

а) уравнение движения электрона;

б) среднюю мощность, поглощаемую электроном; частоту, при которой она будет максимальна, и выражение для максимальной средней мощности.

5.220. В ряде случаев диэлектрическая проницаемость вещества оказывается величиной комплексной или отрицательной и показатель преломления — соответственно комплексным ($n'=n+i\varkappa$) или чисто мнимым ($n'=i\varkappa$). Написать для этих случаев уравнение плоской волны и выяснить физический смысл таких показателей преломления.

5.221. При зондировании разреженной плазмы радиоволнами различных частот обнаружили, что радиоволны с $\lambda>\lambda_0=0{,}75$ м испытывают полное внутреннее отражение. Найти концентрацию свободных электронов в этой плазме.

5.222. Исходя из определения групповой скорости u, получить формулу Рэлея (5.5г). Показать также, что u вблизи $\lambda=\lambda'$ равна отрезку v', отсекаемому касательной к кривой $v(\lambda)$ в точке λ' (рис. 5.36).

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.223. Найти зависимость между групповой u и фазовой v скоростями для следующих законов дисперсии:

а) $v \backsim 1/\sqrt{\lambda}$; б) $v \backsim k$; в) $v \backsim 1/\omega^2$.

Здесь λ, k и ω — длина волны, волновое число и круговая частота.

5.224. В некоторой среде связь между групповой и фазовой скоростями электромагнитной волны имеет вид $uv=c^2$, где c — скорость света в вакууме. Найти зависимость диэлектрической проницаемости этой среды от частоты волны, $\varepsilon(\omega)$.

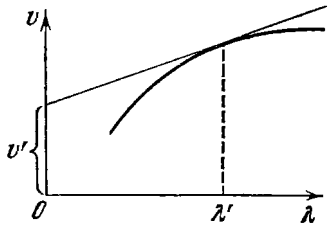


Рис. 5.36

5.225. Показатель преломления сероуглерода для света с длинами волн 509, 534 и 589 нм равен соответственно 1,647, 1,640 и 1,630. Вычислить фазовую и групповую скорости света вблизи $\lambda=534$ нм.

5.226. Плоский световой импульс распространяется в среде, где фазовая скорость v линейно зависит от длины волны λ по закону $v=a+b\lambda$, a и b — некоторые положительные постоянные. Показать, что в такой среде форма произвольного светового импульса будет восстанавливаться через промежуток времени $\tau=1/b$.

5.227. Пучок естественного света интенсивности I_0 падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится трубка с некоторым оптически неактивным раствором в продольном магнитном поле напряженности H. Длина трубки l, линейный показатель поглощения раствора $\varkappa$ и постоянная Верде V. Пренебрегая отражениями, найти интенсивность света, прошедшего через эту систему.

5.228. Плоская монохроматическая световая волна интенсивности I_0 падает нормально на пластинку толщиной d, коэффициент отражения каждой поверхности которой равен ρ. Учтя многократные отражения, найти интенсивность прошедшего света, если:

а) пластинка идеально прозрачная (поглощение отсутствует);

б) линейный показатель поглощения равен $\varkappa$.

5.229. Из некоторого вещества изготовили две пластинки: одну толщиной $d_1=3{,}8$ мм, другую — $d_2=9{,}0$ мм. Введя поочередно эти пластинки в пучок монохроматического света, обнаружили, что первая пластинка пропускает $\tau_1=0{,}84$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

светового потока, вторая $\tau_2=0{,}70$. Найти линейный показатель поглощения этого вещества. Свет падает нормально. Вторичными отражениями пренебречь.

5.230. Монохроматический пучок проходит через стопу из $N=5$ одинаковых плоскопараллельных стеклянных пластинок, каждая толщиной $l=0{,}50$ см. Коэффициент отражения на каждой поверхности пластинок $\rho=0{,}050$. Отношение интенсивности света, прошедшего через эту стопу пластинок, к интенсивности падающего света $\tau=0{,}55$. Пренебрегая вторичными отражениями света, определить показатель поглощения данного стекла.

5.231. Монохроматический пучок света падает нормально на поверхность плоскопараллельной пластины толщины l. Показатель поглощения вещества пластины линейно изменяется вдоль нормали к ее поверхности от значения $\varkappa_1$ до $\varkappa_2$. Коэффициент отражения от каждой поверхности пластины равен ρ. Пренебрегая вторичными отражениями, определить коэффициент пропускания пластины.

5.232. Пучок света интенсивности I_0 падает нормально на плоскопараллельную прозрачную пластинку толщины l. Пучок содержит все длины волн в диапазоне от λ_1 до λ_2 одинаковой спектральной интенсивности. Определить интенсивность прошедшего через пластинку пучка, если в этом диапазоне длин волн показатель поглощения линейно зависит от λ в пределах от $\varkappa_1$ до $\varkappa_2$ и коэффициент отражения каждой поверхности равен ρ. Вторичными отражениями пренебречь.

5.233. Светофильтр представляет собой пластинку толщины d с показателем поглощения, зависящим от длины волны λ по формуле $\varkappa(\lambda)=\alpha(1-\lambda/\lambda_0)^2$ см$^{-1}$, где α и λ_0 — некоторые постоянные. Найти ширину полосы пропускания этого светофильтра $\Delta\lambda$ — ширину, при которой ослабление света на краях полосы в η раз больше, чем ослабление при λ_0. Коэффициент отражения от поверхностей светофильтра считать одинаковым для всех длин волн.

5.234. Точечный монохроматический источник, испускающий световой поток Ф, находится в центре сферического слоя вещества, внутренний радиус которого a, наружный b. Линейный показатель поглощения вещества $\varkappa$, коэффициент отражения поверхностей ρ. Пренебрегая вторичными отражениями, найти интенсивность света на выходе из этого вещества.

5.235. Во сколько раз уменьшится интенсивность узкого пучка рентгеновского излучения с длиной волны 20 пм при прохождении свинцовой пластинки толщины $d=1{,}0$ мм,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

если массовый показатель ослабления для данной длины волны $\mu/\rho=3{,}6$ см²/г?

5.236. Узкий пучок рентгеновского излучения с длиной волны 62 пм проходит через алюминиевый экран толщины 2,6 см. Какой толщины свинцовый экран будет ослаблять данный пучок в такой же степени? Массовые показатели ослабления алюминия и свинца для этого излучения равны соответственно 3,48 и 72,0 см²/г.

5.237. Найти для алюминия толщину слоя половинного ослабления узкого пучка монохроматического рентгеновского излучения, если массовый показатель ослабления $\mu/\rho=0{,}32$ см²/г.

5.238. Сколько слоев половинного ослабления в пластинке, которая уменьшает интенсивность узкого пучка рентгеновского излучения в $\eta=50$ раз?

5.6. Оптика движущихся источников

● Эффект Доплера при $v \ll c$:

$$\Delta\omega/\omega=(v/c)\cos\vartheta, \tag{5.6а}$$

где v — скорость источника, ϑ — угол между направлением скорости $\mathbf{v}$ источника и направлением на наблюдателя.

● Эффект Доплера в общем случае:

$$\omega=\omega_0\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta\cos\vartheta}, \tag{5.6б}$$

где $\beta=v/c$.

● При $\vartheta=0$ эффект Доплера называют продольным, при $\vartheta=\pi/2$ — поперечным.

● Эффект Вавилова — Черенкова:

$$\cos\vartheta=c/nv, \tag{5.6в}$$

где ϑ — угол между направлением распространения излучения и вектором скорости $\mathbf{v}$ частицы.

5.239. В опыте Физо по определению скорости света расстояние между зубчатым колесом и зеркалом $l=7{,}0$ км, число зубцов $z=720$. Два последовательных исчезновения света наблюдали при скоростях вращения колеса $n_1=283$ об/с и $n_2=313$ об/с. Найти скорость света.

5.240. Источник света движется со скоростью $\mathbf{v}$ относительно приемника. Показать, что при $v \ll c$ относительное изменение частоты света определяется формулой (5.6а).

5.241. Одна из спектральных линий, испускаемых возбужденными ионами He^+, имеет длину волны $\lambda=410$ нм. Найти доплеровское смещение $\Delta\lambda$ этой линии, если ее наб-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

людать под углом $\vartheta=30°$ к пучку ионов, движущихся с кинетической энергией $T=10$ МэВ.

5.242. При наблюдении спектральной линии $\lambda=0{,}59$ мкм в направлениях на противоположные края солнечного диска на его экваторе обнаружили различие в длинах волн на $\delta\lambda=8{,}0$ пм. Найти период вращения Солнца вокруг собственной оси.

5.243. Эффект Доплера позволил открыть двойные звезды столь удаленные, что разрешение их с помощью телескопа оказалось невозможным. Спектральные линии таких звезд периодически становятся двойными, из чего можно предположить, что источником являются две звезды, обращающиеся вокруг их центра масс. Считая массы обеих звезд одинаковыми, найти расстояние между ними и их массы, если максимальное расщепление спектральных линий равно $(\Delta\lambda/\lambda)_m=1{,}2\cdot10^{-4}$, причем оно возникает через каждые $\tau=30$ дней.

5.244. Плоская электромагнитная волна частоты ω_0 падает нормально на поверхность зеркала, движущегося навстречу с релятивистской скоростью V. Воспользовавшись формулой Доплера, найти частоту отраженной волны. Упростить полученное выражение для случая $V\ll c$.

5.245. Радиолокатор работает на длине волны $\lambda=50{,}0$ см. Определить скорость приближающегося самолета, если частота биений между сигналом передатчика и сигналом, отраженным от самолета, в месте расположения локатора равна $\Delta\nu=1{,}00$ кГц.

5.246. Открытый сверху сосуд, на дне которого находится точечный монохроматический источник света, заполняют снизу водой так, что ее уровень поднимается со скоростью $v=9{,}0$ мм/с. Найти относительный сдвиг частоты $\Delta\omega/\omega$ света, который наблюдают над поверхностью воды вдоль вертикали, проходящей через источник. Наблюдатель предполагается неподвижным.

5.247. Имея в виду, что фаза волны $\omega t—kx$ есть инвариант, т. е. не меняется при переходе от одной инерциальной системы к другой, определить, как преобразуются входящие в нее частота ω и волновое число k. Рассмотреть одномерный случай.

5.248. С какой скоростью удаляется от нас некоторая туманность, если линия водорода $\lambda_0=434$ нм (для неподвижного источника) в ее спектре смещена в красную сторону на 130 нм?

5.249. С какой скоростью должна была бы двигаться автомашина, чтобы красный свет светофора ($\lambda\approx0{,}70$ мкм) превратился в зеленый ($\lambda'\approx0{,}55$ мкм)?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.250. По некоторой прямой движутся в одном направлении наблюдатель со скоростью $v_1=c/2$ и впереди него источник монохроматического света со скоростью $v_2=3c/4$. Собственная частота света равна ω_0. Найти частоту света, которую зафиксирует наблюдатель.

5.251. Одна из спектральных линий атомарного водорода имеет длину волны $\lambda=656{,}3$ нм. Найти доплеровское смещение этой линии $\Delta\lambda$, если ее наблюдать под прямым углом к пучку атомов водорода с кинетической энергией $T=1{,}0$ МэВ (поперечный доплер-эффект).

5.252. Источник, испускающий электромагнитные сигналы с собственной частотой $\omega_0=3{,}0\cdot10^{10}$ с$^{-1}$, движется с постоянной скоростью $v=0{,}80c$ по прямой, отстоящей от неподвижного наблюдателя P на расстояние l (рис. 5.37). Найти частоту сигналов, воспринимаемых наблюдателем в момент, когда:

а) источник окажется в точке O;

б) наблюдатель увидит его в точке O.

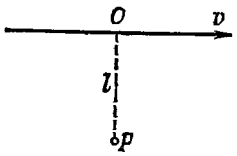


Рис. 5.37

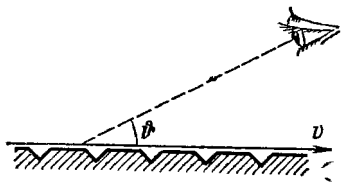


Рис. 5.38

5.253. Узкий пучок электронов проходит непосредственно над поверхностью металлического зеркала, на котором нанесена дифракционная решетка с периодом $d=2{,}0$ мкм. Электроны движутся со скоростью v, близкой к c, перпендикулярно к штрихам решетки. При этом наблюдается видимое излучение — траектория электронов имеет вид полоски, окраска которой меняется в зависимости от угла наблюдения ϑ (рис. 5.38). Объяснить это явление. Найти длину волны наблюдаемого излучения при $\vartheta=45°$.

5.254. Газ состоит из атомов массы m, находящихся в термодинамическом равновесии при температуре T. Пусть ω_0 — собственная частота излучаемого атомами света.

а) Показать, что спектральное распределение излучаемого света определяется формулой

$$I_\omega = I_0 \exp\left[-a\left(1-\omega/\omega_0\right)^2\right],$$

где I_0 — спектральная интенсивность, соответствующая частоте ω_0, $a=mc^2/2kT$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) Найти относительную ширину $\Delta\omega/\omega_0$ данной спектральной линии, т. е. ширину линии между частотами, при которых $I_\omega = I_0/2$.

5.255. В среде, движущейся с постоянной скоростью $V \ll c$ относительно инерциальной K-системы, распространяется плоская электромагнитная волна. Найти скорость этой волны в K-системе, если показатель преломления среды равен n и направление распространения волны совпадает с направлением движения среды.

5.256. Аберрация света заключается в том, что при наблюдении звезды кажутся смещенными от истинного положения на небосводе (из-за движения Земли по орбите). Направление на звезду в плоскости эклиптики периодически меняется, и звезда совершает кажущиеся колебания в пределах угла $\delta\vartheta = 41''$.

Найти скорость Земли на орбите.

5.257. Показать, что преобразование угла ϑ между направлением распространения света и осью x при переходе от K- к K'-системе отсчета определяется формулой

$$\cos\vartheta' = \frac{\cos\vartheta - \beta}{1 - \beta\cos\vartheta},$$

где $\beta = V/c$, V — скорость K'-системы относительно K-системы. Оси x и x' обеих систем отсчета совпадают.

5.258. Найти угол полураствора конуса, в котором будут видны звезды, расположенные в полусфере для земного наблюдателя, если двигаться относительно Земли с релятивистской скоростью V, отличающейся от скорости света на 1,0 %.

Воспользоваться формулой из предыдущей задачи.

5.259. Найти условия, при которых заряженная частица, движущаяся равномерно в среде с показателем преломления n, будет излучать свет (эффект Вавилова — Черенкова). Найти также направление этого излучения.

У к а з а н и е. Рассмотреть интерференцию колебаний, возбуждаемых частицей в разные моменты времени.

5.260. Найти наименьшие значения кинетической энергии электрона и протона, при которых возникает черенковское излучение в среде с показателем преломления $n = 1{,}60$. Для каких частиц это значение кинетической энергии $T_{\text{мин}} = 29{,}6$ МэВ?

5.261. Определить кинетическую энергию электронов, которые в среде с показателем преломления $n = 1{,}50$ излучают свет под углом $\vartheta = 30°$ к направлению своего движения.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.7. Тепловое излучение. Квантовая природа света

● Энергетическая светимость:

$$M_э = (c/4)\, u, \tag{5.7а}$$

где u — объемная плотность энергии теплового излучения.

● Формула Вина и закон смещения Вина:

$$u_\omega = \omega^3 F(\omega/T), \quad T\lambda_m = b, \tag{5.7б}$$

где λ_m — длина волны, соответствующая максимуму функции u_λ.

● Закон Стефана — Больцмана:

$$M_э = \sigma T^4, \tag{5.7в}$$

где σ — постоянная Стефана — Больцмана.

● Формула Планка:

$$u_\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \tag{5.7г}$$

● Формула Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\hbar\omega = A + mv^2_{макс}/2. \tag{5.7д}$$

● Эффект Комптона:

$$\Delta\lambda = \lambda_C (1 - \cos\vartheta), \tag{5.7е}$$

где $\lambda_C = 2\pi\hbar/mc$ — комптоновская длина волны.

5.262. Показать с помощью формулы Вина, что

а) наиболее вероятная частота излучения $\omega_{вер} \backsim T$;

б) максимальная спектральная плотность теплового излучения $(u_\omega)_{макс} \backsim T^3$;

в) энергетическая светимость $M_э \backsim T^4$.

5.263. Имеется два абсолютно черных источника теплового излучения. Температура одного из них $T_1 = 2500$ К. Найти температуру другого источника, если длина волны, отвечающая максимуму его испускательной способности, на $\Delta\lambda = 0{,}50$ мкм больше длины волны, соответствующей максимуму испускательной способности первого источника.

5.264. Энергетическая светимость абсолютно черного тела $M_э = 3{,}0$ Вт/см^2. Определить длину волны, отвечающую максимуму испускательной способности этого тела.

5.265. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела, для которого максимум испускательной способности приходится на длину волны 0,48 мкм. Найти массу, теряемую Солнцем ежесекундно за счет этого излучения. Оценить время, за которое масса Солнца уменьшится на 1%.

5.266. Найти температуру полностью ионизованной водородной плазмы плотностью $\rho = 0{,}10$ г/см^3, при которой

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

давление теплового излучения равно газокинетическому давлению частиц плазмы. Иметь в виду, что давление теплового излучения $p=u/3$, где u — объемная плотность энергии излучения, и что при высоких температурах вещества подчиняются уравнению состояния идеальных газов.

5.267. Медный шарик диаметра $d=1{,}2$ см поместили в откачанный сосуд, температура стенок которого поддерживается близкой к абсолютному нулю. Начальная температура шарика $T_0=300$ К. Считая поверхность шарика абсолютно черной, найти, через сколько времени его температура уменьшится в $\eta=2{,}0$ раза.

5.268. Температура поверхности Солнца $T_0=5500$ К. Считая, что поглощательная способность Солнца и Земли равна единице и что Земля находится в состоянии теплового равновесия, оценить ее температуру.

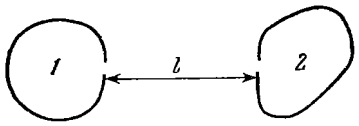


Рис. 5.39

5.269. Имеются две полости (рис. 5.39) с малыми отверстиями одинаковых диаметров $d=1{,}0$ см и абсолютно отражающими наружными поверхностями. Расстояние между отверстиями $l=10$ см. В полости *1* поддерживается постоянная температура $T_1=1700$ К. Вычислить установившуюся температуру в полости *2*.

У к а з а н и е. Иметь в виду, что абсолютно черное тело является косинусным излучателем.

5.270. Полость объемом $V=1{,}0$ л заполнена тепловым излучением при температуре $T=1000$ К. Найти:

а) теплоемкость C_V; б) энтропию S этого излучения.

5.271. Найти уравнение адиабатического процесса (в переменных V, T), проводимого с тепловым излучением, имея в виду, что между давлением и плотностью энергии теплового излучения существует связь $p=u/3$.

5.272. Считая, что спектральное распределение энергии теплового излучения подчиняется формуле Вина $u(\omega, T)=A\omega^3 e^{-a\omega/T}$, где $a=7{,}64$ пс·К, найти для температуры $T=2000$ К наиболее вероятную:

а) частоту излучения; б) длину волны излучения.

5.273. Получить с помощью формулы Планка приближенные выражения для объемной спектральной плотности излучения u_ω:

а) в области, где $\hbar\omega \ll kT$ (формула Рэлея — Джинса);

б) в области, где $\hbar\omega \gg kT$ (формула Вина).

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.274. Преобразовать формулу Планка для объемной спектральной плотности излучения u_ω от переменной ω к переменным ν (линейная частота) и λ (длина волны).

5.275. Найти с помощью формулы Планка мощность излучения единицы поверхности абсолютно черного тела, приходящегося на узкий интервал длин волн $\Delta\lambda=1{,}0$ нм вблизи максимума спектральной плотности излучения, при температуре тела $T=3000$ К.

5.276. На рис. 5.40 показан график функции $y(x)$, которая характеризует относительную долю общей мощности

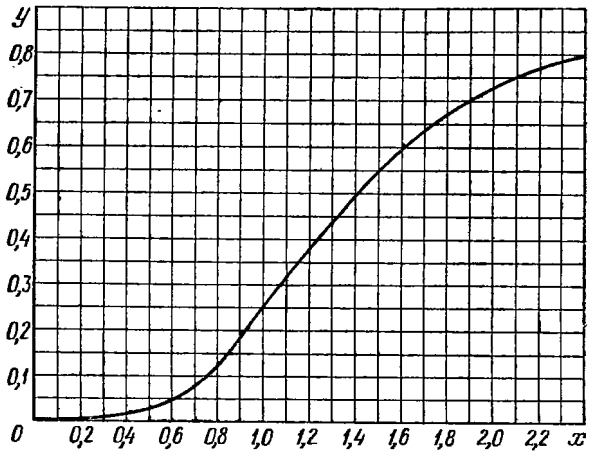


Рис. 5.40

теплового излучения, приходящуюся на спектральный интервал от 0 до x. Здесь $x=\lambda/\lambda_m$ (λ_m — длина волны, отвечающая максимальной спектральной плотности излучения). Найти с помощью этого графика:

а) длину волны, которая делит спектр излучения на две энергетически равные части при температуре 3700 К;

б) долю общей мощности излучения, которая приходится на видимую часть спектра (0,40—0,76 мкм) при температуре 5000 К;

в) во сколько раз увеличится мощность излучения в области длин волн $\lambda>0{,}76$ мкм при возрастании температуры от 3000 до 5000 К.

5.277. Найти с помощью формулы Планка выражения, определяющие число фотонов в 1 см^3 полости при температуре T в спектральных интервалах $(\omega, \omega+d\omega)$ и $(\lambda, \lambda+d\lambda)$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.278. Точечный изотропный источник испускает свет с $\lambda=589$ нм. Световая мощность источника $P=10$ Вт. Найти:

а) среднюю плотность потока фотонов на расстоянии $r=2{,}0$ м от источника;

б) расстояние от источника до точки, где средняя концентрация фотонов $n=100$ см$^{-3}$.

5.279. Показать с помощью корпускулярных представлений, что импульс, переносимый в единицу времени плоским световым потоком, не зависит от его спектрального состава, а определяется только потоком энергии $\Phi_э$.

5.280. Лазер излучил в импульсе длительностью $\tau=0{,}13$ мс пучок света с энергией $E=10$ Дж. Найти среднее давление такого светового импульса, если его сфокусировать в пятнышко диаметром $d=10$ мкм на поверхность, перпендикулярную к пучку, с коэффициентом отражения $\rho=0{,}50$.

5.281. Короткий импульс света с энергией $E=7{,}5$ Дж в виде узкого почти параллельного пучка падает на зеркальную пластинку с коэффициентом отражения $\rho=0{,}60$. Угол падения $\vartheta=30°$. Определить с помощью корпускулярных представлений импульс, переданный пластинке.

5.282. Плоская световая волна интенсивности $I=0{,}20$ Вт/см^2 падает на плоскую зеркальную поверхность с коэффициентом отражения $\rho=0{,}8$. Угол падения $\vartheta=45°$. Определить с помощью корпускулярных представлений значение нормального давления, которое оказывает свет на эту поверхность.

5.283. Плоская световая волна интенсивности $I=0{,}70$ Вт/см^2 освещает шар с абсолютно зеркальной поверхностью. Радиус шара $R=5{,}0$ см. Найти с помощью корпускулярных представлений силу светового давления, испытываемую шаром.

5.284. На оси круглой абсолютно зеркальной пластинки находится точечный изотропный источник, световая мощность которого P. Расстояние между источником и пластинкой в η раз больше ее радиуса. Найти с помощью корпускулярных представлений силу светового давления, испытываемую пластинкой.

5.285. В K-системе отсчета фотон с частотой ω падает нормально на зеркало, которое движется ему навстречу с релятивистской скоростью V. Найти импульс, переданный зеркалу при отражении фотона:

а) в системе отсчета, связанной с зеркалом;

б) в K-системе.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.286. Небольшое идеально отражающее зеркальце массы $m=10$ мг подвешено на невесомой нити длины $l=10$ см. Найти угол, на который отклонится нить, если по нормали к зеркальцу в горизонтальном направлении произвести «выстрел» коротким импульсом лазерного излучения с энергией $E=13$ Дж. За счет чего зеркальце приобретет кинетическую энергию?

5.287. Фотон с частотой ω_0 испущен с поверхности звезды, масса которой M и радиус R. Найти гравитационное смещение частоты фотона $\Delta\omega/\omega_0$ на очень большом расстоянии от звезды.

5.288. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке в $\eta=1{,}5$ раза длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра изменилась на $\Delta\lambda=26$ пм. Найти первоначальное напряжение на трубке.

5.289. Узкий пучок рентгеновских лучей падает на монокристалл NaCl. Наименьший угол скольжения, при котором еще наблюдается зеркальное отражение от системы кристаллических плоскостей с межплоскостным расстоянием $d=0{,}28$ нм, равен $\alpha=4{,}1°$. Каково напряжение на рентгеновской трубке?

5.290. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоду трубки, $v=0{,}85\,c$, где c — скорость света.

5.291. Считая, что распределение энергии в спектре тормозного рентгеновского излучения $I_\lambda \propto (\lambda/\lambda_к - 1)/\lambda^3$, где $\lambda_к$ — коротковолновая граница спектра, найти напряжение на рентгеновской трубке, если максимум функции I_λ соответствует длине волны $\lambda_m=53$ пм.

5.292. Определить красную границу фотоэффекта для цинка и максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с его поверхности электромагнитным излучением с длиной волны 250 нм.

5.293. При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волн $\lambda_1=0{,}35$ мкм и $\lambda_2=0{,}54$ мкм обнаружили, что соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в $\eta=2{,}0$ раза. Найти работу выхода с поверхности этого металла.

5.294. До какого максимального потенциала зарядится удаленный от других тел медный шарик при облучении его электромагнитным излучением с длиной волны $\lambda=140$ нм?

5.295. Найти максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов, вырываемых с поверхности лития электро-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

магнитным излучением, напряженность электрической составляющей которого меняется со временем по закону $E=a(1+\cos\omega t)\cos\omega_0 t$, где a — некоторая постоянная, $\omega=6{,}0\cdot10^{14}$ с$^{-1}$ и $\omega_0=3{,}60\cdot10^{15}$ с$^{-1}$.

5.296. Электромагнитное излучение с длиной волны $\lambda=0{,}30$ мкм падает на фотоэлемент, находящийся в режиме насыщения. Соответствующая спектральная чувствительность фотоэлемента $J=4{,}8$ мА/Вт. Найти выход фотоэлектронов, т. е. число фотоэлектронов на каждый падающий фотон.

5.297. Имеется вакуумный фотоэлемент, один из электродов которого цезиевый, другой — медный. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, подлетающих к медному электроду, при освещении цезиевого электрода электромагнитным излучением с длиной волны 0,22 мкм, если электроды замкнуть снаружи накоротко.

5.298. Фототок, возникающий в цепи вакуумного фотоэлемента при освещении цинкового электрода электромагнитным излучением с длиной волны 262 нм, прекращается, если подключить внешнее задерживающее напряжение 1,5 В. Найти величину и полярность внешней контактной разности потенциалов фотоэлемента.

5.299. Составить выражение для величины, имеющей размерность длины, используя скорость света c, массу частицы m и постоянную Планка $\hbar$. Что это за величина?

5.300. Показать с помощью законов сохранения, что свободный электрон не может полностью поглотить фотон.

5.301. Объяснить следующие особенности комптоновского рассеяния света веществом:

а) независимость смещения $\Delta\lambda$ от природы рассеивающего вещества;

б) увеличение интенсивности смещенной компоненты рассеянного света с уменьшением атомного номера вещества, а также с ростом угла рассеяния;

в) наличие несмещенной компоненты в рассеянном излучении.

5.302. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на рассеивающее вещество. При этом длины волн смещенных составляющих излучения, рассеянного под углами $\vartheta_1=60^\circ$ и $\vartheta_2=120^\circ$, отличаются друг от друга в $\eta=2{,}0$ раза. Считая, что рассеяние происходит на свободных электронах, найти длину волны падающего излучения.

5.303. Фотон с энергией $\hbar\omega=1{,}00$ МэВ рассеялся на свободном покоившемся электроне. Найти кинетическую энер-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

гию электрона отдачи, если в результате рассеяния длина волны фотона изменилась на $\eta=25\%$.

5.304. Фотон с длиной волны $\lambda=6{,}0$ пм рассеялся под прямым углом на покоившемся свободном электроне. Найти:

а) частоту рассеянного фотона;

б) кинетическую энергию электрона отдачи.

5.305. Фотон с энергией $\hbar\omega=250$ кэВ рассеялся под углом $\vartheta=120^\circ$ на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить энергию рассеянного фотона.

5.306. Фотон с импульсом $p=1{,}02$ МэВ/c, где c — скорость света, рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего импульс фотона стал $p'=0{,}255$ МэВ/c. Под каким углом рассеялся фотон?

5.307. Фотон рассеялся под углом $\vartheta=120^\circ$ на покоившемся свободном электроне, в результате чего электрон получил кинетическую энергию $T=0{,}45$ МэВ. Найти энергию фотона до рассеяния.

5.308. Найти длину волны рентгеновского излучения, если максимальная кинетическая энергия комптоновских электронов $T_{\text{макс}}=0{,}19$ МэВ.

5.309. Фотон с энергией $\hbar\omega=0{,}15$ МэВ рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего его длина волны изменилась на $\Delta\lambda=3{,}0$ пм. Найти угол, под которым вылетел комптоновский электрон.

5.310. Фотон с энергией, в $\eta=2{,}0$ раза превышающей энергию покоя электрона, испытал лобовое столкновение с покоившимся свободным электроном. Найти радиус кривизны траектории электрона отдачи в магнитном поле $B=0{,}12$ Тл. Предполагается, что электрон отдачи движется перпендикулярно к направлению поля.

5.311. Фотон, испытав столкновение с релятивистским электроном, рассеялся под углом $\vartheta=60^\circ$, а электрон остановился. Найти комптоновское смещение длины волны рассеянного фотона.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Часть 6

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

6.1. Рассеяние частиц. Атом Резерфорда — Бора

● Значения коэффициента k в нижеследующих формулах:

$$k = 1/4\pi\varepsilon_0 \text{ (СИ)}, \quad k = 1 \text{ (СГС)}.$$

● Угол ϑ, на который рассеивается заряженная частица кулоновским полем неподвижного ядра, определяется формулой

$$\operatorname{tg}(\vartheta/2) = kq_1q_2/2bT, \tag{6.1а}$$

где q_1 и q_2 — заряды частицы и ядра, b — прицельный параметр, T — кинетическая энергия налетающей частицы.

● Формула Резерфорда. Относительное число частиц, рассеянных в элементарном телесном угле $d\Omega$ под углом ϑ к первоначальному направлению их движения:

$$\frac{dN}{N} = n\left(k\frac{q_1q_2}{4T}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\vartheta/2)}, \tag{6.1б}$$

где n — число ядер фольги на единицу ее поверхности, $d\Omega = \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$.

● Обобщенная формула Бальмера:

$$\omega = RZ^2\left(1/n_1^2 - 1/n_2^2\right), \quad R = k^2me^4/2\hbar^3, \tag{6.1в}$$

где ω, c^{-1} — частота перехода между энергетическими уровнями с квантовыми числами n_1 и n_2; R, c^{-1} — постоянная Ридберга; Z — порядковый номер водородоподобного иона. Рис. 6.1 — схема соответствующих переходов.

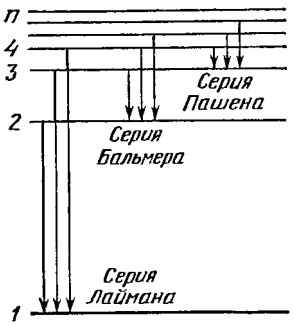


Рис. 6.1

6.1. Вычислить согласно модели Томсона радиус атома водорода и длину волны испускаемого им света, если известно, что энергия ионизации атома $E = 13{,}6$ эВ.

6.2. Альфа-частица с кинетической энергией 0,27 МэВ рассеялась золотой фольгой на угол 60°. Найти соответствующее значение прицельного параметра.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.3. На какое минимальное расстояние приблизится α-частица с кинетической энергией $T=0{,}40$ МэВ (при лобовом соударении):

а) к покоящемуся тяжелому ядру атома свинца;

б) к первоначально покоившемуся легкому свободному ядру ^{7}Li?

6.4. Альфа-частица с кинетической энергией $T=0{,}50$ МэВ рассеялась под углом $\vartheta=90°$ на кулоновском поле неподвижного ядра атома ртути. Найти:

а) наименьший радиус кривизны ее траектории;

б) минимальное расстояние, на которое она сблизилась с ядром.

6.5. Протон с кинетической энергией T и прицельным параметром b рассеялся на кулоновском поле неподвижного ядра атома золота. Найти импульс, переданный данному ядру.

6.6. Протон с кинетической энергией $T=10$ МэВ пролетает на расстоянии $b=10$ пм от свободного покоившегося электрона. Найти энергию, которую получит электрон, считая, что траектория протона прямолинейная и за время пролета электрон остается практически неподвижным.

6.7. Частица с кинетической энергией T рассеивается на сферической потенциальной яме радиуса R и глубины U_0, т. е. полем, в котором потенциальная энергия частицы имеет вид $U(r<R)=-U_0$ и $U(r>R)=0$, где r — расстояние от центра ямы. Найти связь между прицельным параметром частицы b и углом ϑ, на который она отклонится от первоначального направления движения.

6.8. Неподвижный шар радиуса R облучают параллельным потоком частиц, радиус которых r. Считая столкновение частицы с шаром упругим, найти:

а) угол ϑ отклонения частицы в зависимости от ее прицельного параметра b;

б) относительную долю частиц, которые после столкновения с шаром рассеялись в интервале углов от ϑ до $\vartheta+d\vartheta$;

в) вероятность того, что частица, испытавшая соударение с шаром, рассеется в переднюю полусферу ($\vartheta<\pi/2$).

6.9. Узкий пучок α-частиц с кинетической энергией 1,0 МэВ падает нормально на платиновую фольгу толщины 1,0 мкм. Наблюдение рассеянных частиц ведется под углом 60° к направлению падающего пучка при помощи счетчика с круглым входным отверстием площади 1,0 см^2, которое расположено на расстоянии 10 см от рассеивающего участ-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ка фольги. Какая доля рассеянных α-частиц падает на отверстие счетчика?

6.10. Узкий пучок α-частиц с кинетической энергией $T=0{,}50$ МэВ и интенсивностью $I=5{,}0\cdot10^5$ част./с падает нормально на золотую фольгу. Найти ее толщину, если на расстоянии $r=15$ см от рассеивающего участка под углом $\vartheta=60°$ к направлению падающего пучка плотность потока рассеянных частиц $J=40$ част./(см²·с).

6.11. Узкий пучок α-частиц падает нормально на серебряную фольгу. За ней установлен счетчик, регистрирующий частицы, рассеянные в соответствии с формулой Резерфорда. При замене серебряной фольги на платиновую той же массовой толщины число регистрируемых в единицу времени α-частиц возросло в $\eta=1{,}52$ раза. Найти порядковый номер платины, считая, что порядковый номер серебра и массовые числа обоих элементов известны.

6.12. Узкий пучок α-частиц с кинетической энергией $T=0{,}50$ МэВ падает нормально на золотую фольгу массовой толщины $\rho d=1{,}5$ мг/см². Поток частиц в пучке составляет $I_0=5{,}0\cdot10^5$ с$^{-1}$. Найти число α-частиц, рассеянных фольгой за $\tau=30$ мин в интервале углов:

а) 59—61°; б) свыше $\vartheta_0=60°$.

6.13. Узкий пучок протонов, имеющих скорость $v=6\cdot10^6$ м/с, падает нормально на серебряную фольгу толщины $d=1{,}0$ мкм. Найти вероятность рассеяния протонов под углами $\vartheta>90°$.

6.14. Узкий пучок α-частиц с кинетической энергией $T=600$ кэВ падает нормально на золотую фольгу, содержащую $n=1{,}1\cdot10^{19}$ ядер/см². Найти относительное число α-частиц, рассеянных под углами $\vartheta<\vartheta_0=20°$.

6.15. Узкий пучок протонов с кинетической энергией $T=1{,}4$ МэВ падает нормально на латунную фольгу, массовая толщина которой $\rho d=1{,}5$ мг/см². Отношение масс меди и цинка в фольге 7 : 3. Найти относительное число протонов, рассеивающихся на углы свыше $\vartheta_0=30°$.

6.16. Найти эффективное сечение ядра атома урана, соответствующее рассеянию α-частиц с кинетической энергией $T=1{,}5$ МэВ в интервале углов свыше $\vartheta_0=60°$.

6.17. Эффективное сечение ядра атома золота, отвечающее рассеянию моноэнергетических α-частиц в интервале углов от 90 до 180°, равно $\Delta\sigma=0{,}50$ кб. Определить:

а) кинетическую энергию α-частиц;

б) дифференциальное сечение рассеяния $d\sigma/d\Omega$ (кб/ср), соответствующее углу $\vartheta=60°$.

6.18. Согласно классической электродинамике электрон,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

движущийся с ускорением **a**, теряет энергию на излучение по закону

$$dE/dt = -k\,(2e^2/3c^3)\,\mathbf{a}^2,$$

где e — заряд электрона, c — скорость света, $k=1/4\pi\varepsilon_0$ (СИ) или $k=1$ (СГС). Оценить время, за которое энергия электрона, совершающего колебания, близкие к гармоническим с частотой $\omega=5\cdot10^{15}$ с$^{-1}$, уменьшится в $\eta=10$ раз.

6.19. Воспользовавшись формулой из задачи 6.18, оценить время, в течение которого электрон, движущийся в атоме водорода по круговой орбите радиуса $r=50$ пм, упал бы на ядро. Считать, что в любой момент падения электрон движется равномерно по окружности соответствующего радиуса.

6.20. В спектре атомарного водорода известны длины волн трех линий, принадлежащих одной и той же серии: 97,26, 102,58 и 121,57 нм. Найти длины волн других линий в данном спектре, которые можно предсказать с помощью этих трех линий.

6.21. Показать, что частота ω фотона, возникающего при переходе электрона между соседними уровнями водородоподобного иона, удовлетворяет неравенству $\omega_n>\omega>\omega_{n+1}$, где ω_n и ω_{n+1} — частоты обращения электрона вокруг ядра на этих уровнях. Убедиться, что при $n\to\infty$ частота фотона $\omega\to\omega_n$.

6.22. Частица массы m движется по круговой орбите в центрально-симметричном поле, где ее потенциальная энергия зависит от расстояния r до центра поля как $U=\varkappa r^2/2$, $\varkappa$ — постоянная. Найти с помощью боровского условия квантования возможные радиусы орбит и значения полной энергии частицы в данном поле.

6.23. Найти для водородоподобного иона радиус n-й боровской орбиты и скорость электрона на ней. Вычислить эти величины для первой боровской орбиты атома водорода и иона He^+.

6.24. Определить ω — круговую частоту обращения электрона на n-й круговой боровской орбите водородоподобного иона. Вычислить эту величину для иона He^+ при $n=2$.

6.25. Определить для атома водорода и иона He^+: энергию связи электрона в основном состоянии, потенциал ионизации, первый потенциал возбуждения и длину волны головной линии серии Лаймана.

6.26. Какую наименьшую энергию надо сообщить иону He^+, находящемуся в основном состоянии, чтобы он смог

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

испустить фотон, соответствующий головной линии серии Бальмера?

6.27. Определить длину волны λ спектральной линии атомарного водорода, частота которой равна разности частот следующих двух линий серии Бальмера: $\lambda_1=486{,}1$ нм и $\lambda_2=410{,}2$ нм. Какой серии принадлежит эта линия?

6.28. Вычислить для атомарного водорода:

а) длины волн первых трех линий серии Бальмера;

б) минимальную разрешающую способность $\lambda/\delta\lambda$ спектрального прибора, при которой возможно разрешить первые $N=20$ линий серии Бальмера.

6.29. Излучение атомарного водорода падает нормально на дифракционную решетку ширины $l=6{,}6$ мм. В наблюдаемом спектре под некоторым углом дифракции ϑ оказалась на пределе разрешения (по критерию Рэлея) 50-я линия серии Бальмера. Найти этот угол.

6.30. Какому элементу принадлежит водородоподобный спектр, длины волн линий которого в четыре раза короче, чем у атомарного водорода?

6.31. Сколько спектральных линий будет испускать атомарный водород, который возбуждают на n-й энергетический уровень?

6.32. Какие линии содержит спектр поглощения атомарного водорода в диапазоне длин волн от 94,5 до 130,0 нм?

6.33. Найти квантовое число n, соответствующее возбужденному состоянию иона He^+, если при переходе в основное состояние этот ион испустил последовательно два фотона с длинами волн 108,5 и 30,4 нм.

6.34. Вычислить постоянную Ридберга R, если известно, что для ионов He^+ разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана $\Delta\lambda=133{,}7$ нм.

6.35. У какого водородоподобного иона разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана равна 59,3 нм?

6.36. Найти длину волны головной линии той спектральной серии ионов He^+, у которой интервал частот между крайними линиями $\Delta\omega=5{,}18\cdot10^{15}$ $с^{-1}$.

6.37. Найти энергию связи электрона в основном состоянии водородоподобных ионов, в спектре которых длина волны третьей линии серии Бальмера равна 108,5 нм.

6.38. Энергия связи электрона в основном состоянии атома He равна $E_0=24{,}6$ эВ. Найти энергию, необходимую для удаления обоих электронов из этого атома.

6.39. Найти скорость фотоэлектронов, вырываемых электромагнитным излучением с длиной волны $\lambda=18{,}0$ нм

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

из ионов He^+, которые находятся в основном состоянии и покоятся.

6.40. С какой минимальной кинетической энергией должен двигаться атом водорода, чтобы при неупругом лобовом соударении с другим, покоящимся, атомом водорода один из них оказался способным испустить фотон? Предполагается, что до соударения оба атома находятся в основном состоянии.

6.41. Покоившийся атом водорода испустил фотон, соответствующий головной линии серии Лаймана. Какую скорость приобрел атом?

6.42. В условиях предыдущей задачи найти, на сколько процентов энергия испущенного фотона отличается от энергии соответствующего перехода в атоме водорода.

6.43. Покоящийся ион He^+ испустил фотон, соответствующий головной линии серии Лаймана. Этот фотон вырвал фотоэлектрон из покоящегося атома водорода, который находился в основном состоянии. Найти скорость фотоэлектрона.

6.44. Найти скорость возбужденных атомов водорода, если при наблюдении их излучения под углом $\vartheta=45°$ к направлению движения данных атомов длина волны головной линии серии Лаймана оказалась смещенной на $\Delta\lambda=0{,}20$ нм.

6.45. Согласно постулату Бора — Зоммерфельда при периодическом движении частицы в потенциальном поле должно выполняться следующее правило квантования: $\oint p\,dq=2\pi\hbar n$, где q и p — обобщенные координата и импульс, n — целые числа. Воспользовавшись этим правилом, найти разрешенные значения энергии частицы массы m, которая движется:

а) в одномерной прямоугольной потенциальной яме ширины l с бесконечно высокими стенками;

б) по окружности радиуса r;

в) в одномерном потенциальном поле $U=\alpha x^2/2$, где α — положительная постоянная;

г) по круговой орбите в центральном поле, где потенциальная энергия частицы $U=-\alpha/r$, α — положительная постоянная.

6.46. Найти с учетом движения ядра атома водорода выражения для энергии связи электрона в основном состоянии и для постоянной Ридберга. На сколько процентов отличаются энергия связи и постоянная Ридберга, полу-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ченные без учета движения ядра, от соответствующих уточненных значений этих величин?

6.47. Найти для атомов легкого и тяжелого водорода (H и D) разность:

а) энергий связи их электронов в основном состоянии;

б) длин волн головных линий серии Лаймана.

6.48. Вычислить расстояние между частицами системы в основном состоянии, соответствующую энергию связи и длину волны головной линии серии Лаймана, если системой является:

а) мезоатом водорода, ядром которого служит протон (в мезоатоме вместо электрона движется мезон, имеющий тот же заряд, но массу в 207 раз бóльшую);

б) позитроний, который состоит из электрона и позитрона, движущихся вокруг общего центра масс.

6.2. Волновые свойства частиц

● Дебройлевская длина волны частицы с импульсом p:

$$\lambda = 2\pi\hbar/p. \tag{6.2а}$$

● Соотношение неопределенностей:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \hbar. \tag{6.2б}$$

● Временно́е и стационарное уравнения Шрёдингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U\Psi, \qquad \nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0, \tag{6.2в}$$

где Ψ — полная волновая функция, ψ — ее координатная часть, ∇^2 — оператор Лапласа, E и U — полная и потенциальная энергии частицы. В сферических координатах:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\sin\vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \tag{6.2г}$$

● Среднее значение величины q, являющейся функцией координат:

$$\langle q \rangle = \int q\, |\psi|^2\, dV, \tag{6.2д}$$

где ψ — нормированная волновая функция, dV — элемент объема.

● Коэффициент прозрачности потенциального барьера $U(x)$:

$$D \approx \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U-E)}\, dx\right], \tag{6.2е}$$

где x_1 и x_2 — координаты точек, между которыми $U > E$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.49. Вычислить дебройлевские длины волн электрона, протона и атома урана, имеющих кинетическую энергию 100 эВ.

6.50. Частица движется слева направо в одномерном потенциальном поле, показанном на рис. 6.2. Левее барьера, высота которого $U=15$ эВ, кинетическая энергия частицы $T=20$ эВ. Во сколько раз и как изменится дебройлевская длина волны частицы при переходе через барьер?

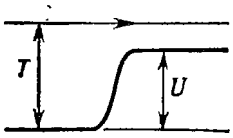


Рис. 6.2

6.51. Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от 100 до 50 пм?

6.52. Нейтрон с кинетической энергией $T=25$ эВ налетает на покоящийся дейтрон (ядро тяжелого водорода). Найти дебройлевские длины волн обеих частиц в системе их центра масс.

6.53. Две одинаковые нерелятивистские частицы движутся перпендикулярно друг к другу с дебройлевскими длинами волн λ_1 и λ_2. Найти дебройлевскую длину волны каждой частицы в системе их центра масс.

6.54. Найти дебройлевскую длину волны молекул водорода, соответствующую их наиболее вероятной скорости при комнатной температуре.

6.55. Вычислить наиболее вероятную дебройлевскую длину волны молекул водорода, находящихся в термодинамическом равновесии при комнатной температуре.

6.56. Получить выражение для дебройлевской длины волны λ релятивистской частицы, движущейся с кинетической энергией T. При каких значениях T ошибка в определении λ по нерелятивистской формуле не превышает 1% для электрона и протона?

6.57. При каком значении кинетической энергии дебройлевская длина волны электрона равна его комптоновской длине волны?

6.58. Найти дебройлевскую длину волны релятивистских электронов, подлетающих к антикатоду рентгеновской трубки, если длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра $\lambda_к=10{,}0$ пм.

6.59. Параллельный поток моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с узкой прямоугольной щелью ширины $b=1{,}0$ мкм. Определить скорость этих электронов, если на экране, отстоящем от щели на расстояние $l=50$ см, ширина центрального дифракционного максимума $\Delta x=0{,}36$ мм.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.60. Параллельный поток электронов, ускоренных разностью потенциалов $U=25$ В, падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми $d=50$ мкм. Определить расстояние между соседними максимумами дифракционной картины на экране, расположенном на расстоянии $l=100$ см от щелей.

6.61. Узкий пучок моноэнергетических электронов падает под углом скольжения $\vartheta=30°$ на естественную грань монокристалла алюминия. Расстояние между соседними кристаллическими плоскостями, параллельными этой грани монокристалла, $d=0{,}20$ нм. При некотором ускоряющем напряжении U_0 наблюдали максимум зеркального отражения. Найти U_0, если известно, что следующий максимум зеркального отражения возникал при увеличении ускоряющего напряжения в $\eta=2{,}25$ раза.

6.62. Узкий пучок моноэнергетических электронов падает нормально на поверхность монокристалла никеля. В направлении, составляющем угол $\vartheta=55°$ с нормалью к поверхности, наблюдается максимум отражения четвертого порядка при энергии электронов $T=180$ эВ. Вычислить соответствующее значение межплоскостного расстояния.

6.63. Узкий пучок электронов с кинетической энергией $T=10$ кэВ проходит через поликристаллическую алюминиевую фольгу, образуя на экране систему дифракционных колец. Вычислить межплоскостное расстояние, соответствующее отражению третьего порядка от некоторой системы кристаллических плоскостей, если ему отвечает дифракционное кольцо диаметра $D=3{,}20$ см. Расстояние между экраном и фольгой $l=10{,}0$ см.

6.64. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов U, падает на поверхность металла, внутренний потенциал которого $U_i=15$ В. Найти:

а) показатель преломления металла для электронов, ускоренных разностью потенциалов $U=150$ В;

б) отношение U/U_i, при котором показатель преломления отличается от единицы не более чем на $\eta=1{,}0$ %.

6.65. Частица массы m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы l. Найти возможные значения энергии частицы, имея в виду, что реализуются лишь такие состояния ее движения, для которых в пределах данной ямы укладывается целое число дебройлевских полуволн.

6.66. Интерпретировать квантовые условия Бора на основе волновых представлений: показать, что электрон в

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

атоме водорода может двигаться только по тем круговым орбитам, на которых укладывается целое число дебройлевских волн.

6.67. Оценить наименьшие ошибки, с которыми можно определить скорость электрона, протона и шарика массы 1 мг, если координаты частиц и центра шарика установлены с неопределенностью 1 мкм.

6.68. Оценить с помощью соотношения неопределенностей неопределенность скорости электрона в атоме водорода, полагая размер атома $l=0{,}10$ нм. Сравнить полученную величину со скоростью электрона на первой боровской орбите данного атома.

6.69. Показать, что для частицы, неопределенность местоположения которой $\Delta x=\lambda/2\pi$, где λ — ее дебройлевская длина волны, неопределенность скорости равна по порядку величины самой скорости частицы.

6.70. Свободный электрон в момент $t=0$ локализован в области $\Delta x_0=0{,}10$ нм (порядок размера атома). Оценить ширину области локализации этого электрона спустя $t=1$ с.

6.71. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, локализованного в области размером $l=0{,}20$ нм.

6.72. Электрон с кинетической энергией $T\approx 4$ эВ локализован в области размером $l=1$ мкм. Оценить с помощью соотношения неопределенностей относительную неопределенность его скорости.

6.73. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы l. Оценить с помощью соотношения неопределенностей силу давления электрона на стенки этой ямы при минимально возможной его энергии.

6.74. След пучка электронов на экране электронно-лучевой трубки имеет диаметр $d\approx 0{,}5$ мм. Расстояние от электронной пушки до экрана $l\approx 20$ см, ускоряющее напряжение $U=10$ кВ. Оценить с помощью соотношения (6.2б) неопределенность координаты электрона на экране.

6.75. Частица массы m движется в одномерном потенциальном поле $U=\varkappa x^2/2$ (гармонический осциллятор). Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию частицы в таком поле.

6.76. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию электрона в атоме водорода и соответствующее эффективное расстояние его от ядра.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.77. Параллельный пучок атомов водорода со скоростью $v=600$ м/с падает нормально на узкую щель, за которой на расстоянии $l=1{,}0$ м расположен экран. Оценить с помощью соотношения неопределенностей ширину b щели, при которой ширина изображения ее на экране будет минимальной.

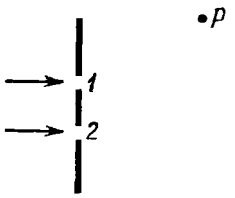


Рис. 6.3

6.78. Поток электронов падает на экран с двумя щелями *1* и *2* (рис. 6.3). В точке P расположено входное отверстие счетчика. Пусть ψ_1 — амплитуда волны, прошедшей через щель *1* и достигшей точки P, а ψ_2 — то же, но в случае открытой щели *2*. Отношение $\psi_2/\psi_1=\eta=3{,}0$. Если открыта только щель *1*, то счетчик регистрирует $N_1=100$ электронов в секунду. Сколько электронов ежесекундно будет регистрировать счетчик, если:

а) открыта только щель *2*;

б) открыты обе щели и в точке P наблюдается интерференционный максимум;

в) то же, но в точке P — минимум?

6.79. Найти частное решение временно́го уравнения Шрёдингера для свободно движущейся частицы массы m.

6.80. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найти ширину ямы, если разность энергии между уровнями с $n_1=2$ и $n_2=3$ составляет $\Delta E=0{,}30$ эВ.

6.81. Частица находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме ширины l с абсолютно непроницаемыми стенками ($0<x<l$). Найти вероятность пребывания частицы в области $l/3<x<2l/3$.

6.82. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы l. Найти нормированные волновые функции стационарных состояний частицы, взяв начало отсчета координаты x в середине ямы.

6.83. В момент $t=0$ волновая функция некоторой частицы имеет вид $\psi=A\exp(-x^2/4\sigma^2+ikx)$. Изобразить примерный вид зависимостей:

а) действительной части ψ от x; б) $|\psi|^2$ от x.

6.84. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы l такова, что энергетические уровни расположены весьма густо. Найти плотность уровней dN/dE, т. е. их число на единичный интервал энергии, в зависимости от E. Вычислить dN/dE для $E=1{,}0$ эВ, если $l=1{,}0$ см.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.85. Частица массы m находится в двумерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками. Найти:

а) возможные значения энергии частицы, если стороны ямы равны l_1 и l_2;

б) значения энергии частицы на первых четырех уровнях, если яма квадратная со стороной l.

6.86. Частица находится в двумерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ($0<x<a$, $0<y<b$). Определить вероятность нахождения частицы с наименьшей энергией в области $0<x<a/3$.

6.87. Частица массы m находится в трехмерной кубической потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками. Сторона куба равна a. Найти:

а) собственные значения энергии частицы;

б) разность энергий 3-го и 4-го уровней;

в) энергию 6-го уровня и соответствующее ему число состояний (кратность вырождения).

6.88. Показать с помощью уравнения Шрёдингера, что в точке, где потенциальная энергия частицы $U(x)$ имеет конечный разрыв, волновая функция остается гладкой, т. е. ее первая производная по координате непрерывна.

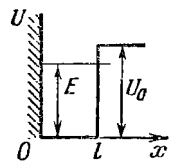


Рис. 6.4

6.89. Частица массы m находится в одномерном потенциальном поле $U(x)$, вид которого показан на рис. 6.4, где $U(0)=\infty$. Найти:

а) уравнение, определяющее возможные значения энергии частицы в области $E<U_0$; привести это уравнение к виду

$$\sin kl = \pm kl\sqrt{\hbar^2/2ml^2U_0}, \text{ где } k=\sqrt{2mE}/\hbar.$$

Показать с помощью графического решения данного уравнения, что возможные значения энергии частицы образуют дискретный спектр;

б) минимальное значение величины l^2U_0, при котором появляется первый энергетический уровень в области $E<U_0$. При каком минимальном значении l^2U_0 появляется n-й уровень?

6.90. Воспользовавшись решением предыдущей задачи, определить вероятность нахождения частицы с энергией $E=U_0/2$ в области $x>l$, если $l^2U_0=(3\pi/4)^2\hbar^2/m$.

6.91. Частица массы m находится в одномерной потенциальной яме (рис. 6.5) в основном состоянии. Найти энер-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

гию основного состояния, если на краях ямы ψ-функция вдвое меньше, чем в середине ямы.

6.92. Найти возможные значения энергии частицы массы m, находящейся в сферически-симметричной потенциальной яме $U(r)=0$ при $r<r_0$ и $U(r_0)=\infty$, для случая, когда движение частицы описывается волновой функцией $\psi(r)$, зависящей только от r.

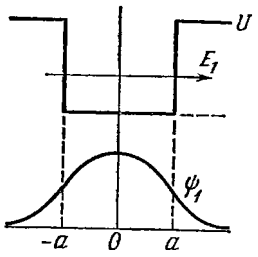


Рис. 6.5

У к а з а н и е. При решении уравнения Шрёдингера воспользоваться подстановкой $\psi(r)=\chi(r)/r$.

6.93. Имея в виду условия предыдущей задачи, найти:

а) нормированные собственные функции частицы в состояниях, где $\psi(r)$ зависит только от r;

б) для основного состояния частицы наиболее вероятное значение $r_{\text{вер}}$, а также вероятность нахождения частицы в области $r<r_{\text{вер}}$.

6.94. Частица массы m находится в сферически-симметричной потенциальной яме $U(r)=0$ при $r<r_0$ и $U(r)=U_0$ при $r>r_0$.

а) Найти с помощью подстановки $\psi(r)=\chi(r)/r$ уравнение, определяющее собственные значения энергии E частицы при $E<U_0$, когда движение описывается волновой функцией $\psi(r)$, зависящей только от r. Привести это уравнение к виду

$$\sin kr_0 = \pm kr_0 \sqrt{\hbar^2/2mr_0^2U_0}, \text{ где } k=\sqrt{2mE}/\hbar.$$

б) Определить значение величины $r_0^2U_0$, при котором появляется первый уровень.

6.95. Волновая функция частицы массы m для основного состояния в одномерном потенциальном поле $U(x)=kx^2/2$ имеет вид $\psi(x)=A\exp(-\alpha x^2)$, где A и α — некоторые постоянные. Найти с помощью уравнения Шрёдингера постоянную α и энергию E частицы в этом состоянии.

6.96. Определить энергию электрона атома водорода в состоянии, для которого волновая функция имеет вид $\psi(r)=A(1+ar)e^{-\alpha r}$, где A, a и α — некоторые постоянные.

6.97. Волновая функция электрона в основном состоянии атома водорода имеет вид $\psi(r)=A\exp(-r/r_1)$, где A — некоторая постоянная, r_1 — первый боровский радиус. Найти:

а) наиболее вероятное расстояние между электроном и ядром;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) среднее значение модуля кулоновской силы, действующей на электрон;

в) среднее значение потенциальной энергии электрона в поле ядра.

6.98. Частица находится в сферически-симметричном потенциальном поле в стационарном состоянии $\psi = (1/\sqrt{2\pi a})\, e^{-r/a}/r$, где r — расстояние от центра поля. Найти $\langle r \rangle$.

6.99. Частица массы m находится в одномерном потенциальном поле $U(x) = \varkappa x^2$, где $\varkappa$ — положительная постоянная. Найти $\langle U \rangle$ частицы в состоянии, описываемом волновой функцией $\psi = A \exp(-\alpha x^2)$, где A и α — неизвестные постоянные.

6.100. Частица в момент $t=0$ находится в состоянии $\psi = A \exp(-x^2/a^2 + ikx)$, где A и a — некоторые постоянные. Найти:

а) $\langle x \rangle$; б) $\langle p_x \rangle$ — среднее значение проекции импульса.

6.101. Найти средний электростатический потенциал, создаваемый электроном в центре атома водорода, если электрон находится в основном состоянии, для которого волновая функция $\psi(r) = A \exp(-r/r_1)$, где A — некоторая постоянная, r_1 — первый боровский радиус.

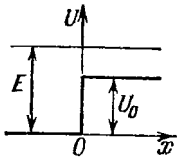


Рис. 6.6

6.102. Частицы с массой m и энергией E движутся слева на потенциальный барьер (рис. 6.6). Найти:

а) коэффициент отражения R этого барьера при $E > U_0$;

б) эффективную глубину проникновения частиц в область $x > 0$ при $E < U_0$, т. е. расстояние от границы барьера

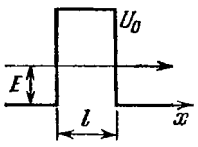


Рис. 6.7

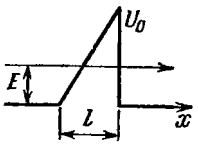


Рис. 6.8

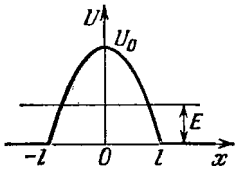


Рис. 6.9

до точки, где плотность вероятности нахождения частицы уменьшается в e раз.

6.103. Воспользовавшись формулой (6.2e), найти для электрона с энергией E вероятность D прохождения потенциального барьера, ширина которого l и высота U_0, если барьер имеет форму, показанную:

а) на рис. 6.7; б) на рис. 6.8.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.104. Найти с помощью формулы (6.2е) вероятность D прохождения частицы с массой m и энергией E сквозь потенциальный барьер (рис. 6.9), где $U(x)=U_0(1-x^2/l^2)$.

6.3. Свойства атомов. Спектры

● Спектральные обозначения термов: $^{\varkappa}(L)_J$, где $\varkappa=2S+1$ — мультиплетность, L, S, J — квантовые числа,

L	0	1	2	3	4	5	6	...
(L)	S	P	D	F	G	H	I	...

● Термы атомов щелочных металлов:

$$T=R/(n+\alpha)^2, \qquad (6.3а)$$

где R — постоянная Ридберга, n — главное квантовое число, α — ридберговская поправка.

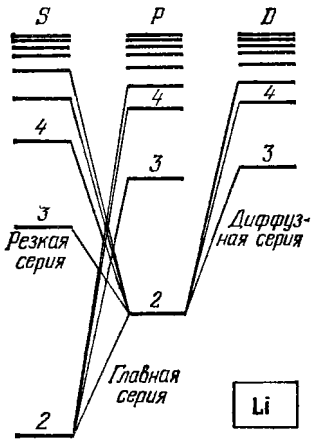


Рис. 6.10

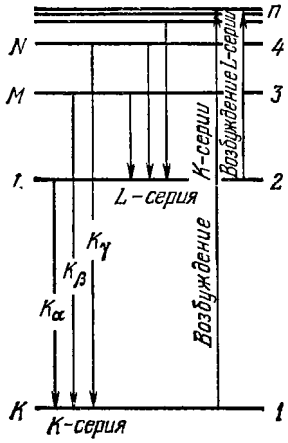


Рис. 6.11

На рис. 6.10 показана схема термов атома лития.

● Механические моменты атома:

$$M_L=\hbar\sqrt{L(L+1)}, \text{ аналогично } M_S \text{ и } M_J. \qquad (6.3б)$$

● Правила Хунда:

1) наименьшая энергия у терма с максимальным значением S при данной электронной конфигурации и максимально возможным при этом $S_{макс}$ значении L;

2) для основного (нормального) терма $J=|L-S|$, если подоболочка заполнена менее чем наполовину, и $J=L+S$ в остальных случаях.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Распределение Больцмана:

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{g_2}{g_1}\exp\left(-\frac{E_2-E_1}{kT}\right), \qquad (6.3в)$$

где g_1 и g_2 — статистические веса (кратности вырождения) соответствующих уровней.

● Вероятности переходов атома в единицу времени между уровнем *1* и более высоким уровнем *2* для спонтанного и индуцированного излучения и поглощения:

$$P_{21}^{\text{сп}}=A_{21}, \quad P_{21}^{\text{инд}}=B_{21}u_\omega, \quad P_{12}^{\text{погл}}=B_{12}u_\omega, \qquad (6.3г)$$

где A_{21}, B_{21}, B_{12} — коэффициенты Эйнштейна, u_ω — спектральная плотность излучения, отвечающая частоте ω перехода между данными уровнями.

● Связь между коэффициентами Эйнштейна:

$$g_1B_{12}=g_2B_{21}, \quad B_{21}=(\pi^2c^3/\hbar\omega^3)\,A_{21}. \qquad (6.3д)$$

● Схема возникновения рентгеновских спектров (рис. 6.11).

● Закон Мозли для K_α-линий:

$$\omega_{K_\alpha}=(3/4)\,R\,(Z-\sigma)^2, \qquad (6.3е)$$

где σ — поправка, равная для легких элементов единице.

● Магнитный момент атома и фактор (множитель) Ланде:

$$\mu=g\sqrt{J\,(J+1)}\,\mu_\text{Б}, \quad g=1+\frac{J\,(J+1)+S\,(S+1)-L\,(L+1)}{2J\,(J+1)}, \qquad (6.3ж)$$

где $\mu_\text{Б}$ — магнетон Бора,

$$\mu_\text{Б}=e\hbar/2mc \quad (\text{СГС}), \quad \mu_\text{Б}=e\hbar/2m \quad (\text{СИ}).$$

● Зеемановское расщепление спектральных линий в слабом магнитном поле:

$$\Delta\omega=(m_1g_1-m_2g_2)\,\mu_\text{Б}B/\hbar. \qquad (6.3з)$$

● При излучении вдоль магнитного поля зеемановские компоненты, обусловленные переходами $m_1=m_2$, отсутствуют.

6.105. Энергия связи валентного электрона атома лития в состояниях $2S$ и $2P$ равна соответственно 5,39 и 3,54 эВ. Вычислить ридберговские поправки для S- и P-термов этого атома.

6.106. Найти ридберговскую поправку для $3P$-терма атома натрия, первый потенциал возбуждения которого 2,10 В, а энергия связи валентного электрона в основном $3S$-состоянии 5,14 эВ.

6.107. Найти энергию связи валентного электрона в основном состоянии атома лития, если известно, что длина вол-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ны головной линии резкой серии $\lambda_1=813$ нм и длина волны коротковолновой границы этой серии $\lambda_2=350$ нм.

6.108. Определить длины волн спектральных линий, возникающих при переходе возбужденных атомов лития из состояния $3S$ в основное состояние $2S$. Ридберговские поправки для S- и P-термов равны —0,41 и —0,04.

6.109. Длины волн компонент желтого дублета резонансной линии натрия, обусловленной переходом $3P\rightarrow 3S$, равны 589,00 и 589,56 нм. Найти величину расщепления $3P$-терма в эВ.

6.110. Головная линия резкой серии атомарного цезия представляет собой дублет с длинами волн 1358,8 и 1469,5 нм. Найти интервалы в частотах (ω, c^{-1}) между компонентами следующих линий этой серии.

6.111. Выписать спектральные обозначения термов атома водорода, электрон которого находится в состоянии с главным квантовым числом $n=3$.

6.112. Сколько и какие значения квантового числа J может иметь атом в состоянии с квантовыми числами S и L, равными соответственно:

а) 2 и 3; б) 3 и 3; в) 5/2 и 2?

6.113. Найти возможные значения полных механических моментов атомов, находящихся в состояниях ^4P и ^5D.

6.114. Найти максимально возможный полный механический момент и соответствующее спектральное обозначение терма атома:

а) натрия, валентный электрон которого имеет главное квантовое число $n=4$;

б) с электронной конфигурацией $1s^22p3d$.

6.115. Известно, что в F- и D- состояниях число возможных значений квантового числа J одинаково и равно пяти. Определить спиновый механический момент в этих состояниях.

6.116. Атом находится в состоянии, мультиплетность которого равна трем, а полный механический момент $\hbar\sqrt{20}$. Каким может быть соответствующее квантовое число L?

6.117. Определить максимально возможный орбитальный механический момент атома в состоянии, мультиплетность которого равна пяти и кратность вырождения по J — семи. Написать спектральное обозначение соответствующего терма.

6.118. Найти возможные мультиплетности $\varkappa$ термов типа:

а) $^{\varkappa}D_2$; б) $^{\varkappa}P_{3/2}$; в) $^{\varkappa}F_1$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.119. Некоторый атом, кроме заполненных оболочек, имеет три электрона (s, p и d) и находится в состоянии с максимально возможным для этой конфигурации полным механическим моментом. Найти в соответствующей векторной модели атома угол между спиновым и полным механическими моментами данного атома.

6.120. Выписать спектральные символы термов двухэлектронной системы, состоящей из одного p-электрона и одного d-электрона.

6.121. Система состоит из d-электрона и атома в $^2P_{3/2}$-состоянии. Найти возможные спектральные термы этой системы.

6.122. Установить, какие из нижеперечисленных переходов запрещены правилами отбора: $^2D_{3/2} \to {}^2P_{1/2}$, $^3P_1 \to {}^2S_{1/2}$, $^3F_3 \to {}^3P_2$, $^4F_{7/2} \to {}^4D_{5/2}$.

6.123. Определить суммарную кратность вырождения $3D$-состояния атома лития. Каков физический смысл этой величины?

6.124. Найти кратность вырождения состояний ^2P, ^3D и ^4F с максимально возможными полными механическими моментами.

6.125. Написать спектральное обозначение терма, кратность вырождения которого равна семи, а квантовые числа L и S связаны соотношением $L=3S$.

6.126. У атома какого элемента заполнены K-, L- и M-оболочки, $4s$-подоболочка и наполовину $4p$-подоболочка?

6.127. Используя правила Хунда, найти основной терм атома, незаполненная подоболочка которого содержит:

а) три p-электрона; б) четыре p-электрона.

6.128. Найти с помощью правил Хунда полный механический момент атома в основном состоянии, если его незаполненная подоболочка содержит:

а) три d-электрона; б) семь d-электронов.

6.129. Воспользовавшись правилами Хунда, найти число электронов в единственной незаполненной подоболочке атома, основной терм которого:

а) $^3F_2$; б) $^2P_{3/2}$; в) $^6S_{5/2}$.

6.130. Написать с помощью правил Хунда спектральный символ основного терма атома, единственная незаполненная подоболочка которого заполнена:

а) на 1/3, и $S=1$; б) на 70 %, и $S=3/2$.

6.131. Единственная незаполненная подоболочка некоторого атома содержит три электрона, причем основной терм атома имеет $L=3$. Найти с помощью правил Хунда спектральный символ основного состояния данного атома.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.132. Какая относительная часть атомов водорода находится в состоянии с главным квантовым числом $n=2$ при $T=3000$ К?

6.133. Определить отношение числа атомов газообразного натрия в состоянии $3P$ к числу атомов в основном состоянии $3S$ при температуре $T=2400$ К. Известно, что переходу $3P \to 3S$ соответствует спектральная линия с длиной волны $\lambda=589$ нм.

6.134. Система состоит из N атомов, которые могут находиться в двух невырожденных состояниях с разностью энергий E. Найти соответствующий вклад этих состояний в теплоемкость данной системы как функцию температуры, $C(T)$. Упростить полученное выражение для случаев $kT \ll E$ и $kT \gg E$.

6.135. Вычислить среднее время жизни возбужденных атомов, если известно, что интенсивность спектральной линии, обусловленной переходом в основное состояние, убывает в $\eta=25$ раз на расстоянии $l=2{,}5$ мм вдоль пучка атомов, скорость которых $v=600$ м/с.

6.136. Разреженные пары ртути, атомы которой практически все находятся в основном состоянии, осветили резонансной линией ртутной лампы с длиной волны $\lambda=253{,}65$ нм. При этом мощность испускания данной линии парами ртути оказалась $P=35$ мВт. Найти число атомов в состоянии резонансного возбуждения, среднее время жизни которого $\tau=0{,}15$ мкс.

6.137. Атомарный Li с концентрацией $n=3{,}6 \cdot 10^{16}$ см$^{-3}$ находится при температуре $T=1500$ К. При этом мощность излучения резонансной линии $\lambda=671$ нм ($2P \to 2S$) в расчете на единицу объема газа $P=0{,}30$ Вт/см^3. Найти среднее время жизни атомов лития в состоянии резонансного возбуждения.

6.138. Атомарный водород находится в термодинамическом равновесии со своим излучением. Найти:

а) отношение вероятностей индуцированного и спонтанного излучений атомов с уровня $2P$ при температуре $T=3000$ К;

б) температуру, при которой эти вероятности одинаковы.

6.139. Через газ с температурой T проходит пучок света с частотой ω, равной резонансной частоте перехода атомов газа, причем $\hbar\omega \gg kT$. Показать, учитывая индуцированное излучение, что коэффициент поглощения газа $\varkappa=\varkappa_0(1-e^{-\hbar\omega/kT})$, где $\varkappa_0$ — коэффициент поглощения при $T \to 0$.

6.140. Длина волны резонансной линии ртути $\lambda=253{,}65$ нм. Среднее время жизни атомов ртути в состоя-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

нии резонансного возбуждения $\tau=0{,}15$ мкс. Оценить отношение доплеровского уширения этой линии к ее естественной ширине при $T=300$ К.

6.141. Найти длину волны K_α-линии меди ($Z=29$), если известно, что длина волны K_α-линии железа ($Z=26$) равна 193 пм.

6.142. Вычислить с помощью закона Мозли:

а) длину волны K_α-линии алюминия и кобальта;

б) разность энергий связи K- и L- электронов ванадия.

6.143. Сколько элементов содержится в ряду между теми, у которых длины волн K_α-линий равны 250 и 179 пм?

6.144. Найти напряжение на рентгеновской трубке с никелевым антикатодом, если разность длин волн K_α-линии и коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра равна 84 пм.

6.145. При некотором напряжении на рентгеновской трубке с алюминиевым антикатодом длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра равна 0,50 нм. Будет ли наблюдаться при этом K-серия характеристического спектра, потенциал возбуждения которой равен 1,56 кВ?

6.146. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке от $U_1=10$ кВ до $U_2=20$ кВ интервал длин волн между K_α-линией и коротковолновой границей сплошного рентгеновского спектра увеличился в $n=3{,}0$ раза. Определить порядковый номер элемента антикатода этой трубки, имея в виду, что данный элемент является легким.

6.147. У какого легкого элемента в спектре поглощения разность частот K- и L-краев поглощения рентгеновских лучей составляет $\Delta\omega=6{,}85\cdot10^{18}$ $с^{-1}$?

6.148. Вычислить энергию связи K-электрона ванадия, для которого длина волны L-края поглощения $\lambda_L=2{,}4$ нм.

6.149. Найти энергию связи L-электрона титана, если разность длин волн головной линии K-серии и ее коротковолновой границы $\Delta\lambda=26$ пм.

6.150. У некоторого легкого атома длины волн K_α- и K_β-линий равны соответственно 275 и 251 пм. Что это за атом? Какова длина волны головной линии его L-серии?

6.151. Найти кинетическую энергию и скорость фотоэлектронов, вырываемых K_α-излучением цинка с K-оболочки атомов железа.

6.152. Вычислить фактор Ланде для атомов:

а) в S-состояниях; б) в синглетных состояниях.

6.153. Вычислить фактор Ланде для следующих термов:

а) $^6F_{1/2}$; б) $^4D_{1/2}$; в) $^5F_2$; г) $^5P_1$; д) $^3P_0$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.154. Вычислить в магнетонах Бора магнитный момент атома:

а) в ^1F-состоянии;

б) в состоянии $^2D_{3/2}$;

в) в состоянии с $S=1$, $L=2$ и фактором Ланде $g=4/3$.

6.155. Определить спиновый механический момент атома в состоянии D_2, если максимальное значение проекции магнитного момента в этом состоянии равно четырем магнетонам Бора.

6.156. Найти с помощью правил Хунда магнитный момент основного состояния атома, незамкнутая подоболочка которого заполнена ровно наполовину пятью электронами.

6.157. Валентный электрон атома натрия находится в состоянии с главным квантовым числом $n=3$, имея при этом максимально возможный полный механический момент. Каков его магнитный момент в этом состоянии?

6.158. Возбужденный атом имеет электронную конфигурацию $1s^2 2s^2\, 2p\, 3d$ и находится при этом в состоянии с максимально возможным полным механическим моментом. Найти магнитный момент атома в этом состоянии.

6.159. Найти полный механический момент атома в состоянии с $S=3/2$ и $L=2$, если известно, что магнитный момент его равен нулю.

6.160. Некоторый атом находится в состоянии, для которого $S=2$, полный механический момент $M=\sqrt{2}\hbar$, а магнитный момент равен нулю. Написать спектральный символ соответствующего терма.

6.161. Атом в состоянии $^2P_{3/2}$ находится в слабом магнитном поле с индукцией $B=1{,}0$ кГс. Найти с точки зрения векторной модели угловую скорость прецессии полного механического момента этого атома.

6.162. Атом в состоянии $^2P_{1/2}$ находится на оси витка радиуса $r=5$ см с током $I=10$ А. Расстояние между атомом и центром витка равно радиусу последнего. Какой может быть максимальная сила, действующая на атом со стороны магнитного поля этого тока?

6.163. Атом водорода в нормальном состоянии находится на расстоянии $r=2{,}5$ см от длинного прямого проводника с током $I=10$ А. Найти силу, действующую на атом.

6.164. Узкий пучок атомов ванадия в основном состоянии $^4F_{3/2}$ пропускают по методу Штерна и Герлаха через поперечное резко неоднородное магнитное поле протяженностью $l_1=5{,}0$ см. Расщепление пучка наблюдают на

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

экране, отстоящем от магнита на расстояние $l_2=15$ см. Кинетическая энергия атомов $T=22$ мэВ. При каком значении градиента индукции B магнитного поля расстояние между крайними компонентами расщепленного пучка на экране будет составлять $x=2{,}0$ мм?

6.165. На сколько подуровней расщепится в слабом магнитном поле терм:

а) $^3P_0$; б) $^2F_{5/2}$; в) $^4D_{1/2}$?

6.166. Атом находится в слабом магнитном поле с индукцией $B=2{,}50$ кГс. Найти полную величину расщепления в электрон-вольтах следующих термов:

а) ^1D; б) $^3F_4$.

6.167. Какой эффект Зеемана (простой, сложный) обнаруживают в слабом магнитном поле спектральные линии, обусловленные следующими переходами:

а) $^1P\to{}^1S$; б) $^2D_{5/2}\to{}^2P_{3/2}$; в) $^3D_1\to{}^3P_0$; г) $^5I_5\to{}^5H_4$?

6.168. Определить спектральный символ синглетного терма атома, если полная ширина расщепления этого терма в слабом магнитном поле с индукцией $B=3{,}0$ кГс составляет $\Delta E=104$ мкэВ.

6.169. Известно, что спектральная линия $\lambda=612$ нм атома обусловлена переходом между синглетными термами. Вычислить интервал $\Delta\lambda$ между крайними компонентами этой линии в магнитном поле с индукцией $B=10{,}0$ кГс.

6.170. Найти минимальное значение индукции B магнитного поля, при котором спектральным прибором с разрешающей способностью $\lambda/\delta\lambda=1{,}0\cdot10^5$ можно разрешить компоненты спектральной линии $\lambda=536$ нм, обусловленной переходом между синглетными термами. Наблюдение ведут в направлении, перпендикулярном к магнитному полю.

6.171. Спектральная линия, обусловленная переходом $^3D_1\to{}^3P_0$, испытывает расщепление в слабом магнитном поле. При наблюдении перпендикулярно к направлению магнитного поля интервал между соседними компонентами зеемановской структуры линии составляет $\Delta\omega=1{,}32\times\times10^{10}$ с$^{-1}$. Найти индукцию B магнитного поля в месте нахождения источника.

6.172. Некоторая спектральная линия, обусловленная переходом в $^2S_{1/2}$-состояние, расщепилась в слабом магнитном поле на шесть компонент. Написать спектральный символ исходного терма.

6.173. Длины волн дублета желтой линии натрия ($^2P\to\to{}^2S$) равны 589,59 и 589,00 нм. Найти:

а) отношение интервалов между соседними подуровня-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ми зеемановского расщепления термов $^2P_{3/2}$ и $^2P_{1/2}$ в слабом магнитном поле;

б) индукцию B магнитного поля, при которой интервал между соседними подуровнями зеемановского расщепления терма $^2P_{3/2}$ будет в $\eta=50$ раз меньше естественного расщепления терма ^2P.

6.174. Изобразить схему возможных переходов в слабом магнитном поле между термами $^2P_{3/2}$ и $^2S_{1/2}$. Вычислить для магнитного поля $B=4{,}5$ кГс смещения (в $с^{-1}$) зеемановских компонент этой линии.

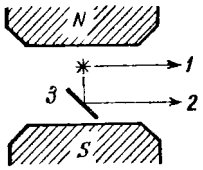


Рис. 6.12

6.175. Одну и ту же спектральную линию, испытывающую аномальный эффект Зеемана, наблюдают в направлении *1*, а также в направлении *2* — после отражения от зеркала *3* (рис. 6.12). Сколько компонент будет наблюдаться в обоих направлениях, если спектральная линия обусловлена переходом:

а) $^2P_{3/2}\to{}^2S_{1/2}$; б) $^3P_2\to{}^3S_1$?

6.176. Вычислить полное расщепление $\Delta\omega$ спектральной линии $^3D_3\to{}^3P_2$ в слабом магнитном поле с индукцией $B=3{,}4$ кГс.

6.4. Молекулы и кристаллы

● Вращательная энергия двухатомной молекулы:

$$E_J=\hbar BJ\,(J+1),\quad B=\hbar/2I, \tag{6.4а}$$

где B — вращательная постоянная ($с^{-1}$), I — момент инерции.

● Колебательная энергия двухатомной молекулы:

$$E_v=\hbar\omega\,(v+1/2), \tag{6.4б}$$

где ω — собственная частота колебаний молекулы.

● Средняя энергия квантового гармонического осциллятора:

$$\langle E\rangle=\frac{\hbar\omega}{2}+\frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1}. \tag{6.4в}$$

● Число нормальных колебаний одной поляризации в расчете на единицу объема кристалла:

$$dN_\omega=\omega^2\,d\omega/2\pi^2v^3. \tag{6.4г}$$

● Формула Дебая. Молярная колебательная энергия кристалла:

$$U=9R\Theta\left[\frac{1}{8}+\left(\frac{T}{\Theta}\right)^4\int_0^{\Theta/T}\frac{x^3\,dx}{e^x-1}\right], \tag{6.4д}$$

где Θ — дебаевская температура, $\Theta=\hbar\omega_{макс}/k$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Молярная колебательная теплоемкость кристалла при $T \ll \Theta$:

$$C = (12/5)\,\pi^4 R\,(T/\Theta)^3. \qquad (6.4е)$$

● Распределение свободных электронов в металле вблизи $T=0$:

$$dn = (\sqrt{2}\,m^{3/2}/\pi^2\hbar^3)\,\sqrt{E}\,dE, \qquad (6.4ж)$$

где dn — концентрация электронов с энергиями E, $E+dE$. Энергия E отсчитывается от дна зоны проводимости.

● Уровень Ферми при $T=0$:

$$E_F = (\hbar^2/2m)\,(3\pi^2 n)^{2/3}, \qquad (6.4з)$$

где n — концентрация свободных электронов в металле.

● Формула Ричардсона—Дэшмана. Ток насыщения:

$$j_{\text{нас}} = AT^2 \exp(e\varphi/kT), \qquad (6.4и)$$

где $e\varphi$ — работа выхода.

● Собственная электропроводимость полупроводников:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-\Delta E/2kT), \qquad (6.4к)$$

где ΔE — ширина запрещенной зоны.

6.177. Определить угловую скорость вращения молекулы S_2, находящейся на первом возбужденном вращательном уровне.

6.178. Найти для молекулы HCl вращательные квантовые числа двух соседних уровней, разность энергий которых 7,86 мэВ.

6.179. Найти механический момент молекулы кислорода, вращательная энергия которой $E=2{,}16$ мэВ.

6.180. Двухатомная молекула с моментом инерции $1{,}16\times 10^{-39}$ г·см^2 находится в состоянии с вращательной энергией 1,8 мэВ. Найти частоту ω фотона (принадлежащего чисто вращательному спектру), который может испустить данная молекула при переходе из этого состояния.

6.181. Показать, что интервалы частот между соседними спектральными линиями чисто вращательного спектра двухатомной молекулы имеют одинаковую величину. Найти момент инерции и расстояние между ядрами молекулы CH, если интервалы между соседними линиями чисто вращательного спектра этих молекул $\Delta\omega = 5{,}47\cdot 10^{12}$ с$^{-1}$.

6.182. Найти для молекулы HF число вращательных уровней, расположенных между нулевым и первым возбужденным колебательными уровнями, считая вращательные состояния не зависящими от колебательных.

6.183. Оценить, сколько линий содержит чисто вращательный спектр молекул CO, момент инерции которых $I = 1{,}44\cdot 10^{-39}$ г·см^2.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.184. Найти для двухатомной молекулы число чисто вращательных уровней на единичный интервал энергии dN/dE в зависимости от вращательного квантового числа J и вращательной энергии E. Вычислить эту величину для молекулы иода при $J=10$.

6.185. Найти отношение энергий, которые необходимо затратить для возбуждения двухатомной молекулы на первый колебательный и первый вращательный уровни. Вычислить это отношение для следующих молекул: а) H_2; б) HI; в) I_2.

6.186. Найти отношение числа молекул водорода на первом возбужденном колебательном уровне к числу молекул на первом возбужденном вращательном уровне при температуре $T=880$ К. Иметь в виду, что кратность вырождения вращательных уровней равна $2J+1$.

6.187. Имея в виду, что кратность вырождения вращательных уровней $g=2J+1$, найти вращательное квантовое число J_m наиболее заселенного вращательного уровня молекулы O_2 при температуре $T=300$ К. Изобразить примерный график зависимости заселенности вращательных уровней N_J/N_0 от J при этой температуре.

6.188. Вывести формулу (6.4в), используя распределение Больцмана. Получить с помощью нее выражение для молярной колебательной теплоемкости $C_{V\,\text{кол}}$ двухатомного газа. Вычислить $C_{V\,\text{кол}}$ для газа, состоящего из молекул Cl_2, при температуре 300 К.

6.189. В середине колебательно-вращательной полосы спектра испускания молекул HCl, где отсутствует «нулевая» линия, запрещенная правилом отбора, интервал между соседними линиями $\Delta\omega=0{,}79\cdot10^{13}$ $с^{-1}$. Вычислить расстояние между ядрами молекулы HCl.

6.190. Вычислить длины волн красного и фиолетового спутников, ближайших к несмещенной линии, в колебательном спектре комбинационного рассеяния молекул F_2, если длина волны падающего света $\lambda_0=404{,}7$ нм.

6.191. Найти собственную частоту колебаний и коэффициент квазиупругой силы молекулы S_2, если в колебательном спектре комбинационного рассеяния света длины волн красного и фиолетового спутников, ближайших к несмещенной линии, равны 346,6 и 330,0 нм.

6.192. Найти отношение интенсивностей фиолетового и красного спутников, ближайших к несмещенной линии, в колебательном спектре комбинационного рассеяния света на молекулах Cl_2 при температуре 300 К. Во сколько раз изменится это отношение при увеличении температуры вдвое?

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.193. Найти постоянную a пространственно-центрированной кубической решетки молибдена, зная его плотность.

6.194. Зная плотность меди, вычислить постоянную a ее гранецентрированной кубической решетки.

6.195. Определить плотность кристалла NaCl, постоянная кристаллической решетки которого $a=0{,}563$ нм.

6.196. Зная постоянную a, определить межплоскостные расстояния d_{100}, d_{110} и d_{111} для кубической решетки:

а) простой; б) объемноцентрированной; в) гранецентрированной.

6.197. Показать, что межплоскостное расстояние d для системы плоскостей (hkl) в простой кубической решетке с постоянной a определяется как $d=a/\sqrt{h^2+k^2+l^2}$.

6.198. Постоянная кубической гранецентрированной решетки меди равна 0,361 нм. Написать миллеровские индексы системы плоскостей, плотность расположения атомов в которых максимальна. Вычислить эту плотность (атом/см^2).

6.199. Вычислить для кубической решетки углы между прямой [123] и осями [100], [010] и [001].

6.200. Определить число собственных поперечных колебаний струны длины l в интервале частот ω, $\omega+d\omega$, если скорость распространения колебаний равна v. Считать, что колебания происходят в одной плоскости.

6.201. Имеется прямоугольная мембрана площадью S. Найти число собственных колебаний, перпендикулярных к ее плоскости, в интервале частот ω, $\omega+d\omega$, если скорость распространения колебаний равна v.

6.202. Найти число собственных поперечных колебаний прямоугольного параллелепипеда объемом V в интервале частот ω, $\omega+d\omega$, если скорость распространения колебаний равна v.

6.203. Считая, что скорости распространения продольных и поперечных колебаний одинаковы и равны v, определить дебаевскую температуру:

а) для одномерного кристалла — цепочки из одинаковых атомов, содержащей n_0 атомов на единицу длины;

б) для двумерного кристалла — плоской квадратной решетки из одинаковых атомов, содержащей n_0 атомов на единицу площади;

в) для простой кубической решетки из одинаковых атомов, содержащей n_0 атомов на единицу объема.

6.204. Вычислить дебаевскую температуру для железа,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

у которого скорости распространения продольных и поперечных колебаний равны соответственно 5,85 и 3,23 км/с.

6.205. Оценить скорость распространения акустических колебаний в алюминии, дебаевская температура которого $\Theta=396$ К.

6.206. Получить выражение, определяющее зависимость молярной теплоемкости одномерного кристалла — цепочки одинаковых атомов — от температуры T, если дебаевская температура цепочки равна Θ. Упростить полученное выражение для случая $T \gg \Theta$.

6.207. Для цепочки одинаковых атомов частота колебаний ω зависит от волнового числа k как $\omega=\omega_{макс}\sin(ka/2)$, где $\omega_{макс}$ — максимальная частота колебаний, $k=2\pi/\lambda$ — волновое число, соответствующее частоте ω, a — расстояние между соседними атомами. Воспользовавшись этим дисперсионным соотношением, найти зависимость от ω числа продольных колебаний, приходящихся на единичный интервал частот, т. е. $dN/d\omega$, если длина цепочки равна l. Зная $dN/d\omega$, найти полное число N возможных продольных колебаний цепочки.

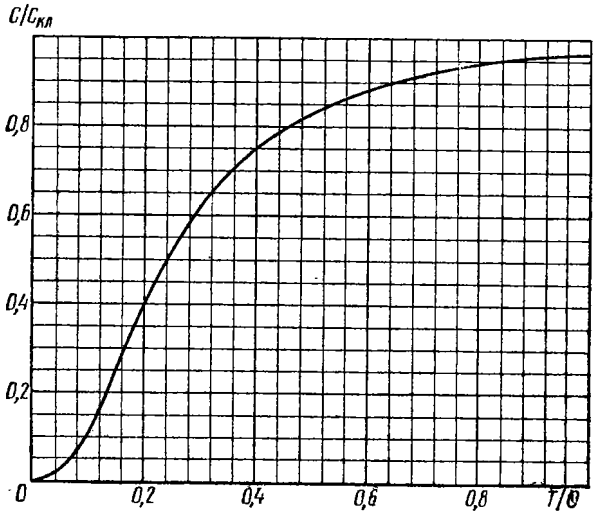


Рис. 6.13

6.208. Вычислить энергию нулевых колебаний, приходящуюся на один грамм меди с дебаевской температурой $\Theta=330$ К.

6.209. На рис. 6.13 показан график зависимости теплоемкости кристалла от температуры (по Дебаю). Здесь $C_{кл}$ —

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

классическая теплоемкость, Θ — дебаевская температура. Найти с помощью этого графика:

а) дебаевскую температуру для серебра, если при $T=65$ К его молярная теплоемкость равна 15 Дж/(моль·К);

б) молярную теплоемкость алюминия при $T=80$ К, если при $T=250$ К она равна 22,4 Дж/(моль·К);

в) максимальную частоту колебаний для меди, у которой при $T=125$ К теплоемкость отличается от классического значения на 25 %.

6.210. Показать, что молярная теплоемкость кристалла при температуре $T \ll \Theta$, где Θ — дебаевская температура, определяется формулой (6.4е).

6.211. Найти максимальную частоту $\omega_{макс}$ собственных колебаний в кристалле железа, если при температуре $T=20$ К его удельная теплоемкость $c=2{,}7$ мДж/(г·К).

6.212. Можно ли считать температуры 20 и 30 К низкими для кристалла, теплоемкость которого при этих температурах равна 0,226 и 0,760 Дж/(моль·К)?

6.213. При нагревании кристалла меди массы $m=25$ г от $T_1=10$ К до $T_2=20$ К ему было сообщено количество тепла $Q=0{,}80$ Дж. Найти дебаевскую температуру Θ для меди, если $\Theta \gg T_1$ и T_2.

6.214. Вычислить среднее значение энергии нулевых колебаний, приходящейся на один осциллятор кристалла в модели Дебая, если дебаевская температура кристалла равна Θ.

6.215. Оценить энергию нулевых колебаний моля алюминия, если межатомное расстояние $a \approx 0{,}3$ нм и скорость распространения акустических колебаний $v \approx 4$ км/с.

6.216. Изобразить спектр распределения энергии колебаний кристалла по частотам (без учета нулевых колебаний).

Рассмотреть два случая: $T=\Theta/2$ и $T=\Theta/4$, где Θ — дебаевская температура.

6.217. Оценить максимальные значения энергии и импульса фонона (звукового кванта) в меди, дебаевская температура которой равна 330 К.

6.218. Кристалл состоит из N одинаковых атомов. Его дебаевская температура равна Θ. Найти число фононов в интервале частот $(\omega, \omega+d\omega)$ при температуре T.

6.219. Воспользовавшись формулой (6.4ж), найти при $T=0$:

а) максимальную кинетическую энергию свободных электронов в металле, если их концентрация равна n;

б) среднюю кинетическую энергию свободных электро-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

нов, если их максимальная кинетическая энергия равна $T_{макс}$.

6.220. Найти относительное число свободных электронов в металле, энергия которых отличается от энергии Ферми не более чем на $\eta=1{,}0$ %, если температура металла $T=0$.

6.221. Сколько процентов свободных электронов в металле при $T=0$ имеет кинетическую энергию, превышающую половину максимальной?

6.222. Найти число свободных электронов, приходящихся на один атом натрия при $T=0$, если уровень Ферми $E_F=3{,}07$ эВ. Плотность натрия считать известной.

6.223. До какой температуры надо было бы нагреть классический электронный газ, чтобы средняя энергия его электронов оказалась равной средней энергии свободных электронов в меди при $T=0$? Считать, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон.

6.224. Вычислить интервал (в электрон-вольтах) между соседними уровнями свободных электронов в металле при $T=0$ вблизи уровня Ферми, если концентрация свободных электронов $n=2{,}0\cdot10^{22}$ см$^{-3}$ и объем металла $V=1{,}0$ см^3.

6.225. Воспользовавшись формулой (6.4ж), найти при $T=0$:

а) распределение свободных электронов по скоростям;

б) отношение средней скорости свободных электронов к их максимальной скорости.

6.226. Оценить минимальную дебройлевскую длину волны свободных электронов в металле при $T=0$, полагая, что металл содержит по одному свободному электрону на атом, а его решетка является простой кубической с периодом a.

6.227. Исходя из формулы (6.4ж), найти функцию распределения свободных электронов в металле при $T=0$ по дебройлевским длинам волн.

6.228. Вычислить давление электронного газа в металлическом натрии при $T=0$, если концентрация свободных электронов в нем $n=2{,}5\cdot10^{22}$ см$^{-3}$. Воспользоваться уравнением для давления идеального газа.

6.229. Имея в виду, что средняя энергия свободного электрона в металле при температуре T определяется как

$$\langle E\rangle=(3/5)\,E_F[1+(5\pi^2/12)\,(kT/E_F)^2],$$

найти для серебра, дебаевская температура которого 210 К и энергия Ферми $E_F=5{,}5$ эВ, отношение теплоемкости электронного газа к теплоемкости решетки при $T=300$ К.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.230. Повышение температуры катода в электронной лампе от значения $T=2000$ К на $\Delta T=1{,}0$ К увеличивает ток насыщения на $\eta=1{,}4$ %. Найти работу выхода электрона.

6.231. Найти коэффициент преломления металлического натрия для электронов с кинетической энергией $T=135$ эВ. Считать, что на каждый атом натрия приходится один свободный электрон.

6.232. Найти минимальную энергию образования пары электрон — дырка в беспримесном полупроводнике, проводимость которого возрастает в $\eta=5{,}0$ раз при увеличении температуры от $T_1=300$ К до $T_2=400$ К.

6.233. При очень низких температурах красная граница фотопроводимости чистого беспримесного германия $\lambda_к=1{,}7$ мкм. Найти температурный коэффициент сопротивления данного германия при комнатной температуре.

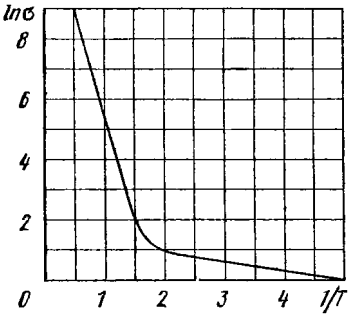


Рис. 6.14

6.234. На рис. 6.14 показан график зависимости логарифма проводимости от обратной температуры (T, кК) для некоторого полупроводника n-типа. Найти с помощью этого графика ширину запрещенной зоны полупроводника и энергию активации донорных уровней.

6.235. Удельное сопротивление некоторого чистого беспримесного полупроводника при комнатной температуре $\rho=50$ Ом·см. После включения источника света оно стало $\rho_1=40$ Ом·см, а через $t=8$ мс после выключения источника света удельное сопротивление оказалось $\rho_2=45$ Ом·см. Найти среднее время жизни электронов проводимости и дырок.

6.236. При измерении эффекта Холла пластинку из полупроводника p-типа ширины $h=10$ мм и длины $l=50$ мм поместили в магнитное поле с индукцией $B=5{,}0$ кГс. К концам пластинки приложили разность потенциалов $U=10$ В. При этом холловская разность потенциалов $U_H=50$ мВ и удельное сопротивление $\rho=2{,}5$ Ом·см. Найти концентрацию дырок и их подвижность.

6.237. При измерении эффекта Холла в магнитном поле с индукцией $B=5{,}0$ кГс поперечная напряженность электрического поля в чистом беспримесном германии оказалась в $\eta=10$ раз меньше продольной напряженности электри-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ческого поля. Найти разность подвижностей электронов проводимости и дырок в данном полупроводнике.

6.238. В некотором полупроводнике, у которого подвижность электронов проводимости в $\eta=2{,}0$ раза больше подвижности дырок, эффект Холла не наблюдался. Найти отношение концентраций дырок и электронов проводимости в этом полупроводнике.

6.5. Радиоактивность

● Основной закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \qquad (6.5а)$$

● Связь между постоянной распада λ, средним временем жизни τ и периодом полураспада T:

$$\lambda = 1/\tau = (\ln 2)/T. \qquad (6.5б)$$

● Активность

$$A = |dN/dt| = \lambda N. \qquad (6.5в)$$

● Удельная активность — это активность единицы массы вещества.

● Нуклид — атом с определенным ядром (например, нуклиды ^{14}C и ^{23}Mg). Нуклиды с одинаковым Z и разными A называют изотопами (например, ^{58}Co и ^{59}Co).

6.239. Зная постоянную распада λ ядра, определить:
а) вероятность, что оно распадется за время от 0 до t;
б) его среднее время жизни τ.

6.240. Какая доля радиоактивных ядер кобальта, период полураспада которых 71,3 сут, распадется за месяц?

6.241. Сколько β-частиц испускает за один час 1,0 мкг ^{24}Na, период полураспада которого $T=15$ ч?

6.242. При изучении β-распада ^{23}Mg в момент $t=0$ был включен счетчик. К моменту $t_1=2{,}0$ с он зарегистрировал N_1 β-частиц, а к моменту $t_2=3t_1$ в 2,66 раза больше. Найти среднее время жизни данных ядер.

6.243. Активность некоторого радиоизотопа уменьшается в 2,5 раза за 7,0 сут. Найти его период полураспада.

6.244. В начальный момент активность некоторого радиоизотопа составляла 10,8 Бк. Какова будет его активность по истечении половины периода полураспада?

6.245. Найти постоянную распада и среднее время жизни радиоактивного ^{55}Co, если его активность уменьшается на 4,0 % за час.

6.246. Препарат ^{238}U массы 1,0 г излучает $1{,}24\cdot10^4$ альфа-частиц в секунду. Найти его период полураспада.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.247. Определить возраст древних деревянных предметов, если удельная активность изотопа ^{14}C у них составляет 3/5 удельной активности этого же изотопа в только что срубленных деревьях. Период полураспада ^{14}C равен 5570 лет.

6.248. В урановой руде отношение числа ядер ^{238}U к числу ядер ^{206}Pb составляет $\eta=2{,}8$. Оценить возраст руды, считая, что весь свинец ^{206}Pb является конечным продуктом распада уранового ряда. Период полураспада ^{238}U равен $4{,}5\cdot10^9$ лет.

6.249. Вычислить удельные активности ^{24}Na и ^{235}U, периоды полураспада которых равны 15 ч и $7{,}1\cdot10^8$ лет.

6.250. В кровь человека ввели небольшое количество раствора, содержащего ^{24}Na с активностью $A=2{,}0\cdot10^3$ Бк. Активность 1 см^3 крови через $t=5{,}0$ ч оказалась $A'=0{,}267$ Бк/см^3. Период полураспада данного радиоизотопа $T=15$ ч. Найти объем крови человека.

6.251. Удельная активность препарата, состоящего из активного кобальта ^{58}Co и неактивного ^{59}Co, составляет $2{,}2\cdot10^{12}$ Бк/г. Период полураспада ^{58}Co равен 71,3 суток. Найти отношение массы активного кобальта в этом препарате к массе препарата.

6.252. Некоторый препарат содержит две β-активные компоненты с различными периодами полураспада. Измерения дали следующую зависимость натурального логарифма активности препарата от времени t в часах:

t	0	1	2	3	5	7	10	14	20
$\ln A$	4,10	3,60	3,10	2,60	2,06	1,82	1,60	1,32	0,90

Найти период полураспада обеих компонент и отношение чисел радиоактивных ядер этих компонент в момент $t=0$.

6.253. Радиоизотоп ^{32}P, период полураспада которого $T=14{,}3$ сут, образуется в ядерном реакторе со скоростью $q=2{,}7\cdot10^9$ ядер/с. Через сколько времени после начала образования этого радиоизотопа его активность станет $A=1{,}0\cdot10^9$ Бк?

6.254. Ядра A_1 с постоянной распада λ_1 превращаются в ядра A_2 с постоянной распада λ_2. Считая, что в начальный момент препарат содержал только ядра A_1, найти:

а) закон накопления ядер A_2 со временем;

б) промежуток времени, через который количество ядер A_2 достигнет максимума.

6.255. Решить предыдущую задачу, если $\lambda_1=\lambda_2=\lambda$.

6.256. Радиоактивные ядра A_1 испытывают превращения по цепочке $A_1\to A_2\to A_3$ (стабильные) с соответствующими

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

постоянными распада λ_1 и λ_2. В начальный момент препарат содержал только ядра A_1 в количестве N_{10}. Найти закон накопления стабильных ядер A_3.

6.257. Радиоактивные ядра ^{210}Bi распадаются по цепочке

$$^{210}\mathrm{Bi} \xrightarrow[\lambda_1]{} {}^{210}\mathrm{Po} \xrightarrow[\lambda_2]{} {}^{206}\mathrm{Pb} \quad \text{(стабильные)},$$

где постоянные распада $\lambda_1 = 1{,}60 \cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$ и $\lambda_2 = 5{,}80 \cdot 10^{-8}$ с$^{-1}$. Вычислить α- и β-активности препарата ^{210}Bi массы 1,00 мг через месяц после его изготовления.

6.258. а) Какие ядра образуются из α-активного ^{226}Ra в результате пяти α-распадов и четырех β^--распадов?

б) Сколько α- и β-распадов испытывает ^{238}U, превращаясь в конечном счете в стабильный ^{206}Pb?

6.259. Покоившееся ядро ^{200}Po испустило α-частицу с кинетической энергией $T_\alpha = 5{,}77$ МэВ. Найти скорость отдачи дочернего ядра. Какую долю полной энергии, освобождаемой в этом процессе, составляет энергия отдачи дочернего ядра?

6.260. Определить количество тепла, которое выделяет 1,00 мг препарата ^{210}Po за период, равный среднему времени жизни этих ядер, если испускаемые α-частицы имеют кинетическую энергию 5,3 МэВ и практически все дочерние ядра образуются непосредственно в основном состоянии.

6.261. Альфа-распад ядер ^{210}Po (из основного состояния) сопровождается испусканием двух групп α-частиц с кинетическими энергиями 5,30 и 4,50 МэВ. В результате дочерние ядра оказываются соответственно в основном и возбужденном состояниях. Найти энергию γ-квантов, испускаемых возбужденными ядрами.

6.262. Средний пробег α-частицы в воздухе при нормальных условиях определяется формулой $R = 0{,}98 \cdot 10^{-27} v_0^3$ см, где v_0 (см/с) — начальная скорость α-частицы. Вычислить для α-частицы с начальной кинетической энергией 7,0 МэВ:

а) ее средний пробег;

б) среднее число пар ионов, которые образует данная α-частица на всем пути R, а также на первой половине его, считая, что энергия образования одной пары ионов равна 34 эВ.

6.263. Найти энергию Q, выделяющуюся при β^-- и β^+-распадах и при K-захвате, если известны массы материнского атома $M_м$, дочернего атома $M_д$ и электрона m.

6.264. Найти с помощью табличных значений масс нуклидов максимальную кинетическую энергию β-частиц, ис-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

пускаемых ядрами ^{10}Be, и соответствующую кинетическую энергию дочерних ядер, образующихся непосредственно в основном состоянии.

6.265. Оценить количество тепла, выделенного за сутки в калориметре β^--активным препаратом ^{24}Na массы $m=1{,}0$ мг. Считать, что все β-частицы в среднем имеют кинетическую энергию, равную 1/3 максимально возможной при данном распаде. Период полураспада ^{24}Na равен $T=15$ ч.

6.266. Вычислить с помощью табличных значений масс нуклидов кинетические энергии позитрона и нейтрино, испускаемых ядром ^{11}C в случае, когда дочернее ядро не испытывает отдачи.

6.267. Найти кинетическую энергию ядра отдачи при позитронном распаде ядра ^{13}N, если энергия позитрона максимальна.

6.268. Определить с помощью табличных значений масс нуклидов скорость ядра, возникающего в результате K-захвата в нуклиде ^{7}Be, если дочернее ядро оказывается непосредственно в основном состоянии.

6.269. Возбужденные ядра ^{109}Ag, переходя в основное состояние, испускают или γ-кванты с энергией 87 кэВ, или конверсионные K-электроны (их энергия связи равна 26 кэВ). Определить скорость этих электронов.

6.270. Свободное покоившееся ядро ^{191}Ir с энергией возбуждения $E=129$ кэВ перешло в основное состояние, испустив γ-квант. Вычислить относительное изменение энергии γ-кванта, возникающее в результате отдачи ядра.

6.271. С какой скоростью должны сближаться источник и поглотитель, состоящие из свободных ядер ^{191}Ir, чтобы наблюдалось максимальное поглощение γ-квантов с энергией $\varepsilon=129$ кэВ?

6.272. Источник γ-квантов расположен на $h=20$ м выше поглотителя. С какой скоростью необходимо перемещать вверх источник, чтобы в месте расположения поглотителя полностью скомпенсировать гравитационное изменение энергии γ-квантов, обусловленное полем тяготения Земли?

6.273. На какую минимальную высоту необходимо поднять источник γ-квантов, содержащий возбужденные ядра ^{67}Zn, чтобы при регистрации на поверхности Земли гравитационное смещение линии Мёссбауэра превзошло ширину этой линии? Известно, что регистрируемые γ-кванты имеют энергию $\varepsilon=93$ кэВ и возникают при переходе ядер ^{67}Zn в основное состояние, а среднее время жизни возбужденного состояния $\tau=14$ мкс.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.6. Ядерные реакции

● Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = Zm_{\text{H}} + (A-Z)\,m_n - M, \qquad (6.6\text{а})$$

где Z — заряд ядра (в единицах e), A — массовое число, m_{H}, m_n и M — массы атома водорода, нейтрона и атома, соответствующего данному ядру (нуклида).

Для расчетов удобнее пользоваться формулой

$$E_{\text{св}} = Z\Delta_{\text{H}} + (A-Z)\,\Delta_n - \Delta, \qquad (6.6\text{б})$$

где Δ_{H}, Δ_n и Δ — избытки массы соответствующего нуклида ($\Delta = M - A$, где M — масса нуклида в а. е. м.).

● Энергетическая схема ядерной реакции

$$m + M \longrightarrow M^* \longrightarrow m' + M' + Q \qquad (6.6\text{в})$$

показана на рис. 6.15, где $m+M$ и $m'+M'$ — суммы масс покоя частиц до и после реакции, $\tilde{T}$ и $\tilde{T}'$ — суммарные кинетические энергии частиц до и после реакции (в системе центра масс), E^* — энергия возбуждения промежуточного ядра, Q — энергия реакции, E и E' — энергии связи частиц m и m' в промежуточном ядре, *1*, *2*, *3* — уровни энергии промежуточного ядра.

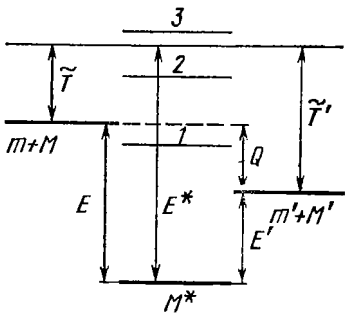


Рис. 6.15

● Пороговая (минимальная) кинетическая энергия налетающей частицы, при которой становится возможной эндоэнергетическая ядерная реакция,

$$T_{\text{пор}} = \frac{m+M}{M}\,|Q|, \qquad (6.6\text{г})$$

где m и M — массы налетающей частицы и ядра мишени.

● Выход ядерной реакции — относительная доля частиц, испытавших ядерное взаимодействие.

6.274. Альфа-частица с кинетической энергией $T_\alpha = 7{,}0$ МэВ упруго рассеялась на первоначально покоившемся ядре $^{6}_{3}\text{Li}$. Определить кинетическую энергию ядра отдачи, если угол между направлениями разлета обеих частиц $\theta = 60°$.

6.275. Нейтрон испытал упругое соударение с первоначально покоившимся дейтроном. Найти относительную долю кинетической энергии, теряемую нейтроном:

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

а) при лобовом соударении;

б) при рассеянии под прямым углом.

6.276. Определить максимально возможный угол, на который может рассеяться дейтрон при упругом соударении с первоначально покоившимся протоном.

6.277. Считая радиус ядра $R=1{,}3\,A^{1/3}$ фм, где A — его массовое число, оценить плотность ядер, а также число нуклонов в единице объема ядра.

6.278. Написать недостающие обозначения (x) в реакциях:

а) $^{10}\mathrm{B}\,(x,\ \alpha)\,^{8}\mathrm{Be}$; в) $^{23}\mathrm{Na}\,(p,\ x)^{20}\,\mathrm{Ne}$;

б) $^{17}\mathrm{O}\,(d,\ n)\,x$; г) $x\,(p,\ n)\,^{37}\mathrm{Ar}$.

6.279. Показать, что энергия связи ядра с массовым числом A и зарядом Z может быть определена по формуле (6.6б).

6.280. Найти энергию связи ядра, которое имеет одинаковое число протонов и нейтронов и радиус, в полтора раза меньший радиуса ядра ^{27}Al. Воспользоваться формулой из задачи 6.277.

6.281. Найти с помощью табличных значений масс нуклидов:

а) среднюю энергию связи на один нуклон в ядре ^{16}O;

б) энергию связи нейтрона и α-частицы в ядре ^{11}B;

в) энергию, необходимую для разделения ядра ^{16}O на четыре одинаковые частицы.

6.282. Определить разность энергий связи нейтрона и протона в ядре ^{11}B. Объяснить причину их различия.

6.283. Вычислить энергию, необходимую для разделения ядра ^{20}Ne на две α-частицы и ядро ^{12}C, если энергии связи на один нуклон в ядрах ^{20}Ne, ^{4}He и ^{12}C равны 8,03, 7,07 и 7,68 МэВ.

6.284. Вычислить в а. е. м. массу:

а) нуклида ^{8}Li, энергия связи ядра которого 41,3 МэВ;

б) ядра ^{10}C с энергией связи на один нуклон 6,04 МэВ.

6.285. Известны энергии связи E_1, E_2, E_3 и E_4 ядер в реакции $A_1+A_2\rightarrow A_3+A_4$. Найти энергию этой реакции.

6.286. Считая, что в одном акте деления ядра ^{235}U освобождается энергия 200 МэВ, определить:

а) энергию, выделяющуюся при сгорании одного килограмма ^{235}U, и массу каменного угля с теплотворной способностью 30 кДж/г, эквивалентную в тепловом отношении одному килограмму ^{235}U;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) массу изотопа ^{235}U, подвергшегося делению при взрыве атомной бомбы с тротиловым эквивалентом 30 килотонн, если тепловой эквивалент тротила равен 4,1 кДж/г.

6.287. Сколько тепла выделяется при образовании одного грамма ^{4}He из дейтерия ^{2}H? Какая масса каменного угля с теплотворной способностью 30 кДж/г эквивалентна этому теплу?

6.288. Вычислить с помощью табличных значений масс нуклидов энергию на один нуклон, которая выделяется при протекании реакции $^{6}Li+{}^{2}H\rightarrow 2\,{}^{4}He$. Сравнить полученную величину с энергией на один нуклон, освобождающейся при делении ядра ^{235}U.

6.289. Определить энергию реакции $^{7}Li+p\rightarrow 2\,{}^{4}He$, если энергии связи на один нуклон в ядрах ^{7}Li и ^{4}He равны 5,60 и 7,06 МэВ.

6.290. Найти энергию реакции $^{14}N(\alpha, p)\,{}^{17}O$, если кинетическая энергия налетающей α-частицы $T_\alpha=4{,}0$ МэВ и протон, вылетевший под углом $\vartheta=60°$ к направлению движения α-частицы, имеет кинетическую энергию $T_p=2{,}09$ МэВ.

6.291. Определить с помощью табличных значений масс нуклидов энергию следующих реакций:

а) $^{7}Li(p, n)\,{}^{7}Be$; в) $^{7}Li(\alpha, n)\,{}^{10}B$;
б) $^{9}Be(n, \gamma)\,{}^{10}Be$; г) $^{16}O(d, \alpha)\,{}^{14}N$.

6.292. Найти с помощью табличных значений масс нуклидов скорости продуктов реакции $^{10}B(n, \alpha)\,{}^{7}Li$, протекающей в результате взаимодействия очень медленных нейтронов с покоящимися ядрами бора.

6.293. Протоны, налетающие на неподвижную литиевую мишень, возбуждают реакцию $^{7}Li(p, n)\,{}^{7}Be$. При какой кинетической энергии протона возникший нейтрон может оказаться покоящимся?

6.294. Альфа-частица с кинетической энергией $T=5{,}3$ МэВ возбуждает реакцию $^{9}Be(\alpha, n)\,{}^{12}C$, энергия которой $Q=+5{,}7$ МэВ. Найти кинетическую энергию нейтрона, вылетевшего под прямым углом к направлению движения α-частицы.

6.295. Протоны с кинетической энергией $T=1{,}0$ МэВ бомбардируют литиевую мишень, возбуждая реакцию $p+{}^{7}Li\rightarrow 2\,{}^{4}He$. Найти кинетическую энергию каждой α-частицы и угол между направлениями их разлета, если разлет произошел симметрично по отношению к направлению налетающих протонов.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.296. Частица массы m налетает на покоящееся ядро массы M, возбуждая эндоэнергетическую реакцию. Показать, что пороговая (минимальная) кинетическая энергия, при которой эта реакция становится возможной, определяется формулой (6.6г).

6.297. Какую кинетическую энергию необходимо сообщить протону, чтобы он смог расщепить покоящееся ядро ^{2}H, энергия связи которого E_c =2,2 МэВ?

6.298. При облучении моноэнергетическим пучком протонов мишеней из лития и бериллия было обнаружено, что реакция ^{7}Li(p, n)^{7}Be — 1,65 МэВ идет, а ^{9}Be(p, n)^{9}B — —1,85 МэВ не идет. Найти возможные значения кинетической энергии протонов.

6.299. Для возбуждения реакции (n, α) на покоящихся ядрах ^{11}B пороговая кинетическая энергия нейтронов $T_{пор}$=4,0 МэВ. Найти энергию этой реакции.

6.300. Вычислить пороговые кинетические энергии протонов для возбуждения реакций (p, n) и (p, d) на ядрах ^{7}Li.

6.301. Найти с помощью табличных значений масс нуклидов пороговую кинетическую энергию α-частицы для возбуждения реакции ^{7}Li(α, n)^{10}B. Какова при этом скорость ядра ^{10}B?

6.302. Нейтроны с кинетической энергией T=10 МэВ возбуждают реакцию ^{12}C(n, α)^{9}Be, порог которой $T_{пор}$= =6,17 МэВ. Найти кинетическую энергию α-частиц, вылетающих под прямым углом к направлению падающих нейтронов.

6.303. На сколько процентов пороговая энергия γ-кванта в реакции $\gamma+^2\mathrm{H}\rightarrow n+p$ превосходит энергию связи ядра ^{2}H, равную $E_{св}$=2,2 МэВ?

6.304. Протон с кинетической энергией T=1,5 МэВ захватывается покоившимся ядром ^{2}H. Найти энергию возбуждения образовавшегося ядра.

6.305. Выход реакции ^{12}C(d, n)^{14}N имеет максимумы при следующих значениях кинетической энергии T_l налетающих дейтронов: 0,60, 0,90, 1,55 и 1,80 МэВ. Найти с помощью табличных значений масс нуклидов соответствующие энергетические уровни промежуточного ядра, через которые идет эта реакция.

6.306. Узкий пучок тепловых нейтронов ослабляется в η=360 раз при прохождении кадмиевой пластинки, толщина которой d=0,50 мм. Определить сечение взаимодействия этих нейтронов с ядрами кадмия.

6.307. Во сколько раз уменьшится интенсивность узко-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

го пучка тепловых нейтронов после прохождения слоя тяжелой воды толщиной $d=5{,}0$ см? Сечения взаимодействия ядер дейтерия и кислорода для тепловых нейтронов равны соответственно $\sigma_1=7{,}0$ б и $\sigma_2=4{,}2$ б.

6.308. Узкий пучок тепловых нейтронов проходит через пластинку из железа, для которого сечения поглощения и рассеяния равны соответственно $\sigma_a=2{,}5$ б и $\sigma_s=11$ б. Определить относительную долю нейтронов, выбывших из пучка в результате рассеяния, если толщина пластинки $d=0{,}50$ см.

6.309. Выход ядерной реакции с образованием радиоизотопа можно характеризовать двояко: либо величиной w — отношением числа ядерных реакций к числу бомбардирующих частиц, либо величиной k — отношением активности возникшего радиоизотопа к числу бомбардировавших частиц. Найти:

а) период полураспада радиоизотопа, зная w и k;

б) выход w реакции $^7\mathrm{Li}\ (p, n)\ ^7\mathrm{Be}$, если после облучения литиевой мишени пучком протонов (в течение $t=2{,}0$ ч при токе в пучке $I=10$ мкА) активность ^{7}Be оказалась $A=1{,}35\cdot 10^8$ Бк, а его период полураспада $T=53$ сут.

6.310. Тонкую золотую фольгу из стабильного ^{197}Au облучают по нормали к поверхности тепловыми нейтронами, плотность потока которых $J=1{,}0\cdot 10^{10}$ с$^{-1}\cdot$см$^{-2}$. Масса фольги $m=10$ мг. В результате захвата нейтронов возникает β-активный ^{198}Au, сечение образования которого $\sigma=98$ б и период полураспада $T=2{,}7$ сут. Найти:

а) время облучения, за которое число ядер ^{197}Au уменьшится на $\eta=1{,}0$ %;

б) максимальное число ядер ^{198}Au, которое может образоваться в процессе длительного облучения.

6.311. Тонкую фольгу из некоторого стабильного изотопа облучают тепловыми нейтронами, падающими по нормали к ее поверхности. В результате захвата нейтронов возникает радиоизотоп с постоянной распада λ. Найти закон накопления этого радиоизотопа $N(t)$ в расчете на единицу поверхности фольги. Плотность потока нейтронов равна J, число ядер на единицу поверхности фольги n и сечение образования активных ядер σ.

6.312. Золотую фольгу массы $m=0{,}20$ г облучали в течение $t=6{,}0$ ч потоком тепловых нейтронов, падающим по нормали к ее поверхности. Через $\tau=12$ ч после окончания облучения активность фольги оказалась $A=1{,}9\cdot 10^7$ Бк. Найти плотность потока нейтронов, если сечение образова-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

ния ядра радиоизотопа $\sigma=96$ б, а его период полураспада $T=2{,}7$ сут.

6.313. Сколько нейтронов будет в сотом поколении, если процесс деления начинается с $N_0=1000$ нейтронов и происходит в среде с коэффициентом размножения $k=1{,}05$?

6.314. Найти число нейтронов, возникающих в единицу времени в урановом реакторе с тепловой мощностью $P=100$ МВт, если среднее число нейтронов на каждый акт деления $\nu=2{,}5$. Считать, что при каждом делении освобождается энергия $E=200$ МэВ.

6.315. В ядерном реакторе на тепловых нейтронах среднее время жизни одного поколения нейтронов $\tau=0{,}10$ с. Считая коэффициент размножения $k=1{,}010$, найти:

а) во сколько раз увеличится число нейтронов в реакторе, а следовательно и его мощность, за время $t=1{,}0$ мин;

б) период реактора T — время, за которое его мощность увеличится в e раз.

6.7. Элементарные частицы

● Пороговая (минимальная) кинетическая энергия частицы m, налетающей на покоящуюся частицу M, для возбуждения эндоэнергетической реакции $m+M \longrightarrow m_1+m_2+\ldots$:

$$T_{\text{пор}}=\frac{(m_1+m_2+\ldots)^2-(m+M)^2}{2M}\,c^2, \qquad (6.7а)$$

где m, M, m_1, m_2, ... — массы покоя соответствующих частиц.

● Квантовые числа, приписываемые элементарным частицам:

Q — электрический заряд,

L — лептонный заряд,

B — барионный заряд,

T — изотопический спин, T_z — его проекция,

S — странность, $S=2\langle Q\rangle-B$,

Y — гиперзаряд, $Y=B+S$.

● Связь между квантовыми числами сильно взаимодействующих частиц:

$$Q=T_z+\frac{Y}{2}=T_z+\frac{B+S}{2}. \qquad \text{(6.7б)}$$

● При взаимодействии частиц выполняются законы сохранения Q, L и B зарядов. В сильных взаимодействиях выполняются также законы сохранения S (или Y), T и его проекции T_z.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

● Квантовые числа кварков:

Кварк	Q	B	T	T_z	S
u	2/3	1/3	1/2	1/2	0
d	—1/3	1/3	1/2	—1/2	0
s	—1/3	1/3	0	0	—1

Спин каждого кварка равен 1/2. Соответствующие антикварки имеют противоположные по знаку значения Q, B, T_z и S.

6.316. Вычислить кинетические энергии протонов, импульсы которых равны 0,10, 1,0 и 10 ГэВ/c, где c — скорость света.

6.317. Найти средний путь, проходимый π-мезонами с кинетической энергией, которая в $\eta=1{,}2$ раза превышает их энергию покоя. Среднее время жизни очень медленных π-мезонов $\tau_0=25{,}5$ нс.

6.318. Отрицательные π-мезоны с кинетической энергией $T=100$ МэВ пролетают от места рождения до распада в среднем расстояние $l=11$ м. Найти собственное время жизни этих мезонов.

6.319. Имеется узкий пучок π^--мезонов с кинетической энергией T, равной энергии покоя данных частиц. Найти отношение потоков частиц в сечениях пучка, отстоящих друг от друга на $l=20$ м. Собственное среднее время жизни этих мезонов $\tau_0=25{,}5$ нс.

6.320. Остановившийся π^+-мезон распался на мюон и нейтрино. Найти кинетическую энергию мюона и энергию нейтрино.

6.321. Найти кинетическую энергию нейтрона, возникшего при распаде остановившегося Σ^--гиперона ($\Sigma^-\to n+\pi^-$).

6.322. Остановившийся положительный мюон распался на позитрон и два нейтрино. Найти максимально возможную кинетическую энергию позитрона.

6.323. Покоившаяся нейтральная частица распалась на протон с кинетической энергией $T=5{,}3$ МэВ и π^--мезон. Найти массу этой частицы. Как она называется?

6.324. Найти в лабораторной системе отсчета среднее время жизни мюонов, образующихся при распаде остановившихся каонов по схеме $K^+\to\mu^++\nu$.

6.325. Отрицательный π-мезон с энергией $T=50$ МэВ распался на лету на мюон и нейтрино. Найти энергию нейт-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

рино, вылетевшего под прямым углом к направлению движения π-мезона.

6.326. Σ^+-гиперон с энергией $T_\Sigma=320$ МэВ распался на лету на нейтральную частицу и π^+-мезон, который вылетел с энергией $T_\pi=42$ МэВ под прямым углом к направлению движения гиперона. Найти массу нейтральной частицы (в МэВ).

6.327. Нейтральный π-мезон распался на лету на два γ-кванта с одинаковой энергией. Угол между направлениями разлета γ-квантов $\theta=60°$. Найти кинетическую энергию π-мезона и энергию каждого γ-кванта.

6.328. Релятивистская частица с массой m в результате столкновения с покоившейся частицей массы M возбуждает реакцию рождения новых частиц: $m+M\to m_1+m_2+\ldots$, где справа записаны массы возникших частиц. Воспользовавшись инвариантностью величины $E^2-p^2c^2$, показать, что пороговая кинетическая энергия частицы m для этой реакции определяется формулой (6.7а).

6.329. Позитрон с кинетической энергией $T=750$ кэВ налетает на покоящийся свободный электрон. В результате аннигиляции возникают два γ-кванта с одинаковыми энергиями. Определить угол между направлениями их разлета.

6.330. Найти пороговую энергию γ-кванта, необходимую для образования:

а) пары электрон — позитрон в поле покоящегося электрона;

б) пары мезонов π^- — π^+ в поле покоящегося протона.

6.331. Найти пороговую энергию антинейтрино в реакции

$$\tilde{\nu}+p\to n+e^+.$$

6.332. Протоны с кинетической энергией T налетают на неподвижную водородную мишень. Найти пороговые значения T для следующих реакций:

а) $p+p\to p+p+p+\tilde{p}$; б) $p+p\to p+p+\pi^0$.

6.333. Водородную мишень облучают π-мезонами. Вычислить пороговые значения кинетической энергии этих мезонов, при которых становятся возможными следующие реакции:

а) $\pi^-+p\to K^++\Sigma^-$; б) $\pi^0+p\to K^++\Lambda^0$.

6.334. Протоны с кинетической энергией $T=4{,}0$ ГэВ возбуждают реакцию $p+p\to p+p+N\pi$. Считая мишень не-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

подвижной, найти, какое наибольшее число N π-мезонов может возникнуть в результате реакции.

6.335. Найти странность S и гиперзаряд Y нейтральной элементарной частицы, у которой проекция изотопического спина $T_z=+1/2$ и барионный заряд $B=+1$. Что это за частица?

6.336. Какие из нижеследующих процессов запрещены законом сохранения лептонного заряда:

1) $n \to p + e^- + \nu$;
2) $\pi^+ \to \mu^+ + e^- + e^+$;
3) $\pi^- \to \mu^- + \nu$;
4) $p + e^- \to n + \nu$;
5) $\mu^+ \to e^+ + \nu + \tilde{\nu}$;
6) $K^- \to \mu^- + \tilde{\nu}$?

6.337. Какие из нижеследующих процессов запрещены законом сохранения странности:

1) $\pi^- + p \to \Sigma^- + K^+$;
2) $\pi^- + p \to \Sigma^+ + K^-$;
3) $\pi^- + p \to K^+ + K^- + n$;
4) $n + p \to \Lambda^0 + \Sigma^+$;
5) $\pi^- + n \to \Xi^- + K^+ + K^-$;
6) $K^- + p \to \Omega^- + K^+ + K^0$?

6.338. Указать причины, запрещающие нижеследующие процессы:

1) $\Sigma^- \to \Lambda^0 + \pi^-$;
2) $\pi^- + p \to K^+ + K^-$;
3) $K^- + n \to \Omega^- + K^+ + K^0$;
4) $n + p \to \Sigma^+ + \Lambda^0$;
5) $\pi^- \to \mu^- + e^+ + e^-$;
6) $\mu^- \to e^- + \nu_e + \tilde{\nu}_\mu$.

6.339. Сконструировать из трех кварков протон, нейтрон и Σ^--гиперон.

6.340. Построить из кварка и антикварка мезоны π^+, K^- и K^0.

6.341. Установить кварковый состав K^+-мезона, а также гиперонов Λ и Ω^-.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.1. $v = l/2\tau = 3{,}0$ км/ч.

1.2. Аналогично.

1.3. $\langle v\rangle = 2v_0(v_1+v_2)/(2v_0+v_1+v_2)$.

1.4. а) 10 см/с; б) 25 см/с; в) $t_0 = 16$ с.

1.5. $(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)/|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2| = (\mathbf{v}_2-\mathbf{v}_1)/|\mathbf{v}_2-\mathbf{v}_1|$.

1.6. $v' = (v_0^2+v^2+2v_0v\cos\varphi)^{1/2} \approx 40$ км/ч, $\varphi' = 19°$.

1.7. $u = \dfrac{v_0}{v'/\sqrt{v'^2-v_0^2}-1} = 3{,}0$ км/ч.

1.8. $\tau_A/\tau_B = \eta/\sqrt{\eta^2-1} = 1{,}8$.

1.9. $\vartheta = \arcsin(1/n)+\pi/2 = 120°$.

1.10. $l = v_0t\sqrt{2(1-\sin\vartheta)} = 22$ м.

1.11. $l = (v_1+v_2)\sqrt{v_1v_2}/g = 2{,}5$ м.

1.12. $t = 2a/3v$.

1.13. Из рис. 1 видно, что скорость сближения точек A и B равна $v-u\cos\alpha$, где угол α зависит от времени. Для встречи точек необходимо, чтобы были выполнены два условия:

$$\int_0^\tau (v-u\cos\alpha)\,dt = l, \quad \int_0^\tau v\cos\alpha\,dt = u\tau,$$

где τ — искомое время. Из этих двух выражений следует, что

$$\tau = vl/(v^2-u^2).$$

1.14. $x_1-x_2 = l-a\tau(t+\tau/2) = 0{,}24$ км. Навстречу поезду со скоростью $V = 4{,}0$ м/с.

1.15. а) 0,7 с; б) соответственно 0,7 и 1,3 м.

1.16. $t_m = (v_1l_1+v_2l_2)/(v_1^2+v_2^2)$, $l_{\text{мин}} = |l_1v_2-l_2v_1|/\sqrt{v_1^2+v_2^2}$.

1.17. $CD = l/\sqrt{\eta^2-1}$.

1.18. См. рис. 2.

1.19. а) $\langle v\rangle = \pi R/\tau = 50$ см/с; б) $|\langle\mathbf{v}\rangle| = 2R/\tau = 32$ см/с; в) $|\langle\mathbf{a}\rangle| = 2\pi R/\tau^2 = 10$ см/с^2.

1.20. а) $\mathbf{v} = \mathbf{b}(1-2\alpha t)$, $\mathbf{a} = -2\alpha\mathbf{b} = \text{const}$; б) $\Delta t = 1/\alpha$, $s = b/2\alpha$.

1.21. а) $x = v_0t(1-t/2\tau)$; 0,24, 0 и —4,0 м; б) 1,1, 9 и 11 с.

1.22. а) $v = \alpha^2t/2$, $a = \alpha^2/2$; б) $\langle v\rangle = (\alpha/2)\sqrt{s}$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.23. а) $s=(2/3\alpha)\,v_0^{3/2}$; б) $t=(2/\alpha)\sqrt{v_0}$.

1.24. а) $y=x^2\beta/\alpha^2$;

б) $\mathbf{v}=\alpha\mathbf{i}+2\beta t\mathbf{j}$, $\mathbf{a}=2\beta\mathbf{j}$, $v=\sqrt{\alpha^2+4\beta^2t^2}$, $a=2\beta$;

в) $\operatorname{tg}\varphi=\alpha/2\beta t$.

1.25. а) $y=x-x^2\beta/\alpha$;

б) $v=\alpha\sqrt{1+(1-2\beta t)^2}$, $a=2\beta\alpha=\text{const}$; в) $t_0=1/\beta$.

1.26. а) $s=A\omega\tau$; б) $\pi/2$.

1.27. $v_0=\sqrt{(1+\alpha^2)\,a/2\beta}$.

1.28. а) $\mathbf{r}=\mathbf{v}_0t+\mathbf{g}t^2/2$;

б) $\langle\mathbf{v}\rangle_t=\mathbf{v}_0+\mathbf{g}t/2$, $\langle\mathbf{v}\rangle=\mathbf{v}_0-\mathbf{g}\,(\mathbf{v}_0\mathbf{g})/g^2$.

1.29. а) $\tau=2\,(v_0/g)\sin\alpha$;

б) $h=(v_0^2/2g)\sin^2\alpha$, $l=(v_0^2/g)\sin 2\alpha$, $\alpha=76°$;

в) $y=x\operatorname{tg}\alpha-(g/2v_0^2\cos^2\alpha)\,x^2$.

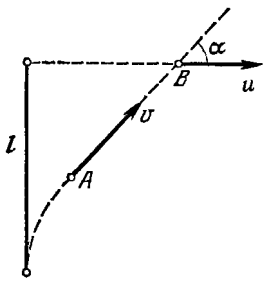


Рис. 1

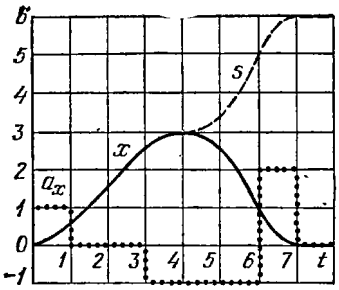


Рис. 2

1.30. а) $\cos\alpha=1/\eta^{1/3}$, $\alpha=60°$; б) $\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{2}$, $\alpha=54{,}8°$.

1.31. $l=8h\sin\alpha$.

1.32. Через 0,41 или 0,71 мин в зависимости от начального угла.

1.33. $\Delta t=\dfrac{2v_0}{g}\dfrac{\sin(\vartheta_1-\vartheta_2)}{\cos\vartheta_1+\cos\vartheta_2}=11$ с.

1.34. а) $x=(\alpha/2v_0)\,y^2$;

б) $a=\alpha v_0$, $a_\tau=\alpha^2y/\sqrt{1+(\alpha y/v_0)^2}$, $a_n=\alpha v_0/\sqrt{1+(\alpha y/v_0)^2}$.

1.35. а) $y=(\beta/2\alpha)\,x^2$;

б) $R=v^2/a_n=v^2/\sqrt{a^2-a_\tau^2}=(\alpha/\beta)\,[1+(x\beta/\alpha)^2]^{3/2}$.

1.36. $v=\sqrt{2\alpha x}$.

1.37. $a=\alpha\sqrt{1+(4\pi n)^2}=0{,}8$ м/с^2.

1.38. а) $v=v_0/(1+v_0t/R)=v_0e^{-s/R}$;

б) $a=\sqrt{2}\,v_0^2/Re^{2s/R}=\sqrt{2}\,v^2/R$.

1.39. $\operatorname{tg}\varphi=2s/R$.

1.40. а) $a_0=A^2\omega^2/R=2{,}6$ м/с^2, $a_A=A\omega^2=3{,}2$ м/с^2.

1.41. $R=\alpha^3/2\beta s$, $a=\alpha\sqrt{1+(4\beta s^2/\alpha^3)^2}$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.42. а) $a=2\alpha v^2$, $R=1/2\alpha$; б) $a=\beta v^2/\alpha^2$, $R=\alpha^2/\beta$.

1.43. $v=2R\omega=0{,}40$ м/с, $a=4R\omega^2=0{,}32$ м/с^2.

1.44. $a=(v/t)\sqrt{1+4\beta^2t^4}=0{,}7$ м/с^2.

1.45. $\omega=2\pi nv/l=2{,}0\cdot10^3$ рад/с.

1.46. а) $\langle\omega\rangle=2a/3=4$ рад/с, $\langle\beta\rangle=\sqrt{3ab}=6$ рад/с^2;

б) $\beta=2\sqrt{3ab}=12$ рад/с^2.

1.47. $t=\sqrt[3]{(4/\alpha)\operatorname{tg}\varphi}=7$ с.

1.48. $\langle\omega\rangle=\omega_0/3$.

1.49. а) $\varphi=(1-e^{-at})\omega_0/a$; б) $\omega=\omega_0 e^{-at}$.

1.50. $\omega_z=\pm\sqrt{2\beta_0\sin\varphi}$, см. рис. 3.

1.51. а) $y=v^2/\beta x$ (гипербола); б) $y=\sqrt{2ax}/\omega$ (парабола).

1.52. а) $a_A=v^2/R=2{,}0$ м/с^2, вектор $\mathbf{a}_A$ направлен все время к центру колеса; б) $s=8R=4{,}0$ м.

1.53. а) $v_A=2at=10$ см/с, $v_B=\sqrt{2}\,at=7$ см/с;

б) $a_A=2a\sqrt{1+(at^2/2R)^2}=5{,}6$ см/с^2, $a_O=a^2t^2/R=2{,}5$ см/с^2.

1.54. $R_A=4r$, $R_B=2\sqrt{2}\,r$.

1.55. $\omega=\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}=5$ рад/с, $\beta=\omega_1\omega_2=12$ рад/с^2.

1.56. $\omega=at\sqrt{1+(bt/a)^2}=8$ рад/с, $\beta=a\sqrt{1+(2bt/a)^2}=1{,}3$ рад/с^2.

1.57. а) $\omega=v/R\cos\alpha=2{,}3$ рад/с;

б) $\beta=(v/R)^2\operatorname{tg}\alpha=2{,}3$ рад/с^2.

1.58. $\omega=\omega_0\sqrt{1+(\beta_0t/\omega_0)^2}=0{,}6$ рад/с, $\beta=\beta_0\sqrt{1+\omega_0^2t^2}=0{,}2$ рад/с^2.

1.59. Соответственно $-F_0$ и $-2F_0$.

1.60. $\mathbf{F}=-m\omega^2\mathbf{r}$, где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор частицы относительно начала координат; $F=m\omega^2\sqrt{x^2+y^2}$.

1.61. $\Delta m=2ma/(g+a)=10$ кг.

1.62. $\mathbf{a}=\dfrac{m_0-k(m_1+m_2)}{m_0+m_1+m_2}\mathbf{g}$, $T=\dfrac{(1+k)m_0}{m_0+m_1+m_2}m_2g$.

1.63. а) $F=\dfrac{(k_1-k_2)m_1m_2g\cos\alpha}{m_1+m_2}$; б) $\operatorname{tg}\alpha<\dfrac{k_1m_1+k_2m_2}{m_1+m_2}$.

1.64. $k=[(\eta^2-1)/(\eta^2+1)]\operatorname{tg}\alpha=0{,}16$.

1.65. а) $m_2/m_1>\sin\alpha+k\cos\alpha$; б) $m_2/m_1<\sin\alpha-k\cos\alpha$.

1.66. $\mathbf{a}_2=\mathbf{g}(\eta-\sin\alpha-k\cos\alpha)/(\eta+1)=0{,}05\mathbf{g}$.

1.67. При $t\leqslant t_0$ ускорения $a_1=a_2=\alpha t/(m_1+m_2)$; при $t\geqslant t_0$ $a_1=kgm_2/m_1$, $a_2=(\alpha t-km_2g)/m_2$. Здесь $t_0=kgm_2(m_1+m_2)/\alpha m_1$.

1.68. $\tau=\sqrt{2l/(3a+kg)}$.

1.69. $\operatorname{tg}(2\alpha)=-1/k$, $\alpha=49°$.

1.70. При $\operatorname{tg}\alpha=1/k$ $l_{\text{мин}}=v_0^2/2g\sqrt{1+k^2}$.

1.71. $\operatorname{tg}\alpha=k$, $F_{\text{мин}}=kmg/\sqrt{1+k^2}$.

1.72. $F_{\text{тр}}=(2g-a')mM/(m+M)$.

1.73. а) $\mathbf{a}_1=\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}(\mathbf{g}-\mathbf{a}_0)$; б) $\mathbf{F}=\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}(\mathbf{g}-\mathbf{a}_0)$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.74. $a_1 = \dfrac{4m_1m_2 + m_0(m_1 - m_2)}{4m_1m_2 + m_0(m_1 + m_2)} g$.

1.75. $a_{мин} = g(1-k)/(1+k)$.

1.76. $a_{макс} = g(1 + k \operatorname{ctg}\alpha)/(\operatorname{ctg}\alpha - k)$.

1.77. $a = g \sin\alpha \cos\alpha/(\sin^2\alpha + m_1/m_2)$.

1.78. а) $v = mg^2 \cos\alpha/2k \sin^2\alpha$; б) $s = m^2g^3 \cos\alpha/6k^2 \sin^3\alpha$.

1.79. $v = \sqrt{(2g/3k)\sin\alpha}$.

1.80. а) $\Delta\mathbf{p} = m\mathbf{g}t$; б) $|\Delta\mathbf{p}| = -2m(\mathbf{v}_0\mathbf{g})/g$.

1.81. а) $\mathbf{p} = b\tau^3/6$; б) $s = b\tau^4/12m$.

1.82. $s = (\omega t - \sin\omega t) F_0/m\omega^2$, см. рис. 4.

1.83. $t = \pi/\omega$; $s = 2F_0/m\omega^2$; $v_{макс} = F_0/m\omega$.

1.84. а) $v = v_0 \exp(-tr/m)$, $t \to \infty$;

б) $v = v_0 - sr/m$, $s_{полн} = mv_0/r$.

1.85. $t = h(v_0 - v)/v_0 v \ln(v_0/v)$.

1.86. $s = (2/\gamma)\operatorname{tg}\alpha$, $v_{макс} = \sqrt{(g/\gamma)\sin\alpha\operatorname{tg}\alpha}$. Указание. Чтобы привести уравнение движения к виду, удобному для интегрирования, надо представить ускорение как dv/dt и затем произвести замену переменных по формуле $dt = dx/v$.

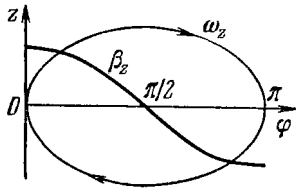


Рис. 3

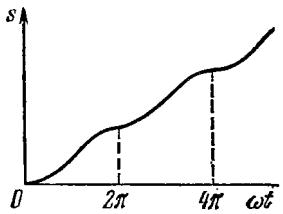


Рис. 4

1.87. $s = b(t - t_0)^3/6m$, где $t_0 = kmg/b$ — момент времени, с которого начнется движение. При $t \leqslant t_0$ путь $s = 0$.

1.88. 2,1; 0,7 и 1,5 кН.

1.89. а) $a = g\sqrt{1 + 3\cos^2\vartheta}$, $T = 3mg\cos\vartheta$; б) $T = mg\sqrt{3}$; в) $\cos\vartheta = 1/\sqrt{3}$.

1.90. $\operatorname{tg}(\vartheta/2) = 1/2$, $\vartheta \approx 53°$.

1.91. $\vartheta = \arccos(2/3) \approx 48°$, $v = \sqrt{2gR/3}$.

1.92. $\varepsilon = 1/(\varkappa/m\omega^2 - 1)$. От направления вращения не зависит.

1.93. $r = R/2$, $v_{макс} = \sqrt{kgR}/2$.

1.94. $s = (R/2)\sqrt{(kg/a_\tau)^2 - 1} = 60$ м.

1.95. $v \leqslant \alpha\sqrt{kg/b}$.

1.96. $T = (\operatorname{ctg}\vartheta + \omega^2 R/g)\, mg/2\pi$.

1.97. а) Рассмотрим малый элемент нити на блоке (рис. 5). Вследствие его невесомости $dT = dF_{тр} = k\,dF_n$ и $dF_n = T\,d\alpha$. Отсюда $dT/T = k\,d\alpha$. Проинтегрировав это уравнение, получим $k = (\ln\eta_0)/\pi$;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) $a = g(\eta - \eta_0)/(\eta + \eta_0)$.

1.98. $F = (mv_0^2/R)\cos^2\alpha$.

1.99. а) $v = (2F/m\omega)\,|\sin(\omega t/2)|$;

б) $\Delta s = 8F/m\omega^2$, $\langle v\rangle = 4F/\pi m\omega$.

1.100. $v = v_0/(1+\cos\varphi)$. Указание. Здесь $a_\tau = -a_x$, поэтому $v = -v_x + \text{const}$. Из начального условия следует, что $\text{const} = v_0$. Кроме того, $v_x = v\cos\varphi$.

1.101. $a = [1 - \cos(l/R)]\,Rg/l$.

1.102. $v = \sqrt{2gR/3}$.

1.103. Если $\omega^2 R > g$, то имеются два положения равновесия: $\vartheta_1 = 0$ и $\vartheta_2 = \arccos(g/\omega^2 R)$. Если $\omega^2 R < g$, то положение равновесия только $\vartheta_1 = 0$. Пока существует одно нижнее положение равновесия, оно устойчиво. При появлении же второго положения равновесия (оно всегда устойчиво) нижнее положение становится неустойчивым.

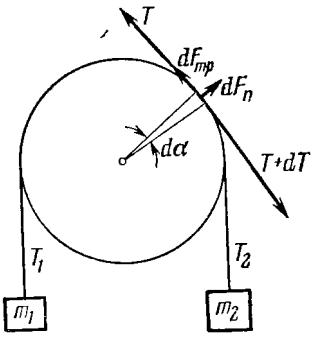


Рис. 5

1.104. $h \approx (\omega s^2/v)\sin\varphi = 7$ см, где ω — угловая скорость вращения Земли.

1.105. $F = m\omega^2 R/4 = 45$ Н.

1.106. а) $F = 2mv\omega\sin\varphi = 3{,}8$ кН, на правый (по ходу поезда) рельс;

б) по параллели с востока на запад со скоростью $v = (\omega R/2)\cos\varphi \approx$ ≈ 420 км/ч. Здесь ω — угловая скорость вращения Земли вокруг собственной оси, R — радиус Земли.

1.107. $F_{\text{кор}} = 2m\omega v_0\sqrt{1+\omega^2 t^2} = 4{,}2$ Н.

1.108. $F = m\sqrt{g^2 + \omega^4 r^2 + (2v'\omega)^2} = 8$ Н.

1.109. $F_{\text{кор}} = 2m\omega^2 r\sqrt{1 + (v_0/\omega r)^2} = 2{,}8$ Н.

1.110. а) $a' = \omega^2 R$; б) $F_{\text{ин}} = m\omega^2 r\sqrt{(2R/r)^2 - 1}$.

1.111. Отклонится на восток на расстояние $x \approx {}^2/_3\omega h\sqrt{2h/g} = 24$ см. Здесь ω — угловая скорость вращения Земли вокруг собственной оси.

1.112. $a_C = g(m_1 - m_2)^2/(m_1 + m_2)^2$.

1.113. $r = (g/\omega^2)\operatorname{tg}\vartheta = 0{,}8$ см, $T = mg/\cos\vartheta = 5$ Н.

1.114. $F_{\text{тр}} = mg[\sin\alpha + (\omega^2 l/g)\cos\alpha] = 6$ Н.

1.115. $v_{\text{мин}} = \sqrt{(R-l)\,g/k} = 15$ м/с.

1.116. $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + mg\mathbf{t}$, где $\mathbf{p}_0 = m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2$, $m = m_1 + m_2$; $\mathbf{r}_C = \mathbf{v}_0 t + \mathbf{g}t^2/2$, где $\mathbf{v}_0 = (m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2)/(m_1 + m_2)$.

1.117. $F = \mu v^2/l$, где $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$.

1.118. а) $\mathbf{l} = -[m/(M+m)]\,\mathbf{l}'$; б) $\mathbf{F} = -[mM/(M+m)]\,d\mathbf{v}'/dt$.

1.119. $\mathbf{l} = m\mathbf{l}'/2M$.

1.120. $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1 + \eta\mathbf{v}_2)/(1+\eta)$; $v = 4$ м/с.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.121. $u = v_0 \cos\vartheta/(1+\eta) = 25$ м/с.

1.122. $\tau = (p\cos\alpha - M\sqrt{2gl\sin\alpha})/Mg\sin\alpha$.

1.123. $a_n = (m_1\sqrt{a_1} - m_2\sqrt{a_2})^2/(m_1+m_2)^2 = 2{,}0$ м/с^2.

1.124. $v_2 = \sqrt{v_1^2 + v_0^2\cos^2\alpha} = 120$ м/с.

1.125. $v_1 = \sqrt{2kg(\eta^2 s_2 - s_1)} = 5$ м/с.

1.126. $p = (2m/3)\sqrt{2gl} = 3{,}5$ кг·м/с.

1.127. $\mathbf{v}_1 = -m\mathbf{v}/(M-m)$, $\mathbf{v}_2 = M\mathbf{v}/(M-m)$.

1.128. $\mathbf{v}_{\text{задн}} = \mathbf{v}_0 - \mathbf{u}m/(M+m)$; $\mathbf{v}_{\text{пер}} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{u}mM/(M+m)^2$.

1.129. а) $\mathbf{v}_1 = -\dfrac{2m}{M+2m}\mathbf{u}$;

б) $\mathbf{v}_2 = -\dfrac{m(2M+3m)}{(M+m)(M+2m)}\mathbf{u}$, $v_2/v_1 = 1 + m/2(M+m) > 1$.

1.130. Пусть в некоторый момент t ракета имела массу m и скорость v (относительно интересующей нас системы отсчета). Рассмотрим инерциальную систему отсчета, имеющую ту же скорость, что и ракета в *данный* момент. В этой системе отсчета приращение импульса системы «ракета — выброшенная порция газа» за время dt есть $d\mathbf{p} = m\,d\mathbf{v} + \mu\,dt\cdot\mathbf{u} = \mathbf{F}\,dt$. Дальнейшее очевидно.

1.131. $\mathbf{v} = -\mathbf{u}\ln(m_0/m)$.

1.132. $m = m_0\exp(-at/u)$.

1.133. $v = u\ln(m_0/m) - gt$.

1.134. а) $t = (u/g)\ln(1+\eta) = 20$ с; б) $\mu = (g/u)\,m_0\exp(-gt/u)$.

1.135. $\alpha = (u/v_0)\ln(m_0/m)$.

1.136. $a = F/(m_0 - \mu t)$, $\mathbf{v} = (\mathbf{F}/\mu)\ln[m_0/(m_0-\mu t)]$.

1.137. $\mathbf{v} = \mathbf{F}t/m_0(1+\mu t/m_0)$, $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m_0(1+\mu t/m_0)^2$.

1.138. $v = \sqrt{2gh\ln(l/h)}$.

1.139. $A = \mathbf{F}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = -17$ Дж.

1.140. $v = \sqrt{v_0^2 + 2FR/m} = 16$ м/с.

1.141. $A = m\alpha^4 t^2/8$.

1.142. $F = 2\alpha s\sqrt{1+(s/R)^2}$.

1.143. $F = x/m\alpha^2$.

1.144. $A = mg(h+kl)$.

1.145. $A = -kmgl/(1 - k\operatorname{ctg}\alpha) = -0{,}05$ Дж.

1.146. $F_{\text{мин}} = (m_1 + m_2/2)\,kg$.

1.147. $A = -(1-\eta)\,\eta mgl/2 = -1{,}3$ Дж.

1.148. $\langle P\rangle = 0$, $P = mg(gt - v_0\sin\alpha)$.

1.149. $P = mR\alpha t$, $\langle P\rangle = mR\alpha t/2$.

1.150. $\langle P\rangle = -kmgv_0/2 = -2{,}0$ Вт.

1.151. $P_{\text{макс}} = -(mv_0^2/2)\sqrt{\alpha g}$.

1.152. $P = Mgu/2$.

1.153. $A = {}^1/_2 m\omega^2(r_2^2 - r_1^2) = 0{,}20$ Дж.

1.154. $A_{\text{тр}} = {}^1/_2 m(v^2 - v_0^2 - \omega^2 r^2) = -0{,}10$ Дж.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.155. $A_{\text{мин}} = \varkappa (\Delta l)^2/2$, где $\varkappa = \varkappa_1\varkappa_2/(\varkappa_1+\varkappa_2)$.

1.156. $A = 3mg/4a$, $\Delta U = mg/2a$.

1.157. а) $r_0 = 2a/b$, устойчиво; б) $F_{\text{макс}} = b^3/27a^2$. См. рис. 6.

1.158. $A_{\text{сгор}} = m(v_2^2 - v_1^2)/2 + \alpha(x_2y_2 - x_1y_1) = 6$ мДж.

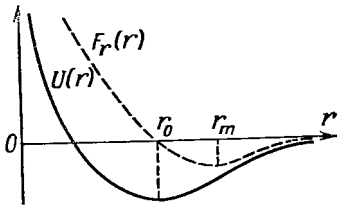


Рис. 6

1.159. $h = H/2$; $s_{\text{макс}} = H$.

1.160. $v = 2\sqrt{gh/27}$.

1.161. $v_{\text{мин}} = \sqrt{5gl}$; $T = 3mg$.

1.162. $F = \sqrt{\varkappa m(2gl - v^2)} = 8$ Н.

1.163. $A = \varkappa l_0^2\eta(1+\eta)/2(1-\eta)^2$, где $\eta = m\omega^2/\varkappa$.

1.164. $\Delta l = (1+\sqrt{1+2kl/mg}) \times mg/k$.

1.165. $A_{\text{тр}} = mg(3h_2/2 - h_1) = -11$ мДж.

1.166. $v_{\text{макс}} = g\sqrt{(1-2k)\,m/2\varkappa} = 0{,}6$ м/с.

1.167. $\operatorname{tg}\alpha_2 = v_1 \sin\alpha_1 / \sqrt{v_1^2\cos^2\alpha_1 - 2(U_2 - U_1)/m}$.
При $(mv_1^2/2)\cos^2\alpha_1 < U_2 - U_1$.

1.168. $v_{\text{макс}} = \sqrt{gl(2-\sqrt{3})}$, $\Delta h_{\text{макс}} = 2l/3$.

1.169. а) $V = \dfrac{m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2}{m_1+m_2}$;

б) $T = \dfrac{\mu}{2}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2$, где $\mu = \dfrac{m_1m_2}{m_1+m_2}$.

1.171. $\tilde{E} = \mu(v_1^2 + v_2^2)/2$, где $\mu = m_1m_2/(m_1+m_2)$.

1.172. а) $U_{\text{внеш}} = m_1^2v_1^2/2(m_1+m_2)$;

б) $E_{\text{соб}} = m_1v_1^2/2 + m_2v_2^2/2 - m_1^2v_1^2/2(m_1+m_2)$.

1.173. $v_C = x\sqrt{\varkappa m_2}/(m_1+m_2)$.

1.174. $l_{\text{макс}} = l_0 + F/\varkappa$, $l_{\text{мин}} = l_0$.

1.175. $\Delta l > 3mg/\varkappa$.

1.176. а) $v = (2M/m)\sqrt{gl}\sin(\vartheta/2)$; б) $\eta \approx 1 - m/M$.

1.177. $h = Mv^2/2g(M+m)$.

1.178. $A = -\mu gh$, где $\mu = mM/(m+M)$.

1.179. $\Delta T = -\mu(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2/2$, где $\mu = m_1m_2/(m_1+m_2)$.

1.180. $M = m(p_0^2 + p^2 - 2p_0p\cos\alpha)/(p_0^2 - p^2)$.

1.181. $v_2 = \sqrt{v^2 - v_1^2}$, 90°.

1.182. $\cos\theta' = (v_1v_2/v_1'v_2')\cos\theta$.

1.183. а) $\eta = 2m_1/(m_1+m_2)$; б) $\eta = 4m_1m_2/(m_1+m_2)^2$.

1.184. $m_2 = 3m_1$.

1.185. $m_1/m_2 = 1 + 2\cos\theta = 2{,}0$.

1.186. $v_{\text{мин}} = \sqrt{2\Delta E/\mu}$, где $\mu = mM/(m+M)$, m — масса нейтрона.

1.187. $\eta = {}^1/_2\cos^2\alpha = 0{,}25$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.188. $v_{\text{макс}} = v\left(1 + \sqrt{2(\eta - 1)}\right) = 1{,}0$ км/с.

1.189. Будет двигаться в ту же сторону, но со скоростью $v' = \left(1 - \sqrt{1 - 2\eta}\right) v/2$. При $\eta \ll 1$ скорость $v' \approx \eta v/2 = 5$ см/с.

1.190. $\Delta T/T = (1 + m/M)\operatorname{tg}^2 \vartheta + m/M - 1 = -40\ \%$.

1.191. а) $p = \mu\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$; б) $T = \mu\left(v_1^2 + v_2^2\right)/2$. Здесь $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$.

1.192. $\sin \vartheta_{\text{макс}} = m_2/m_1$.

1.193. $\mathbf{v}' = -\mathbf{v}\,(2 - \eta^2)/(6 - \eta^2)$. При η меньшем, равном и большем $\sqrt{2}$.

1.195. $\mathbf{N} = (aB - bA)\,\mathbf{k}$, где $\mathbf{k}$ — орт оси z; $l = |aB - bA|/\sqrt{A^2 + B^2}$.

1.196. $\mathbf{N} = 2\mathbf{b}\sqrt{a/b}$.

1.197. $M = {}^1/_2 mgv_0 t^2 \cos\alpha$; $M = \left(mv_0^3/2g\right)\sin^2\alpha\cos\alpha = 37$ кг·м²/с.

1.198. $M = {}^1/_2 mght \sin 2\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-2}$ кг·м²/с.

1.199. а) Относительно всех точек прямой, перпендикулярной к стенке и проходящей через точку O; б) $|\Delta\mathbf{M}| = 2mvl\cos\alpha$.

1.200. $M = m^2 v^3/F_m = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ кг·м²/с.

1.201. Относительно центра окружности. $|\Delta\mathbf{M}| = 2\sqrt{1 - (g/\omega^2 l)^2} \times$ $\times mgl/\omega$.

1.202. $|\Delta\mathbf{M}| = hmV$.

1.203. $M = m\omega v_0^2 t^2$.

1.204. $m = 2kr_1^2/v_2^2$.

1.205. $v_0 = \sqrt{2gl/\cos\vartheta}$.

1.206. $h_2 = \left(1 + \sqrt{1 + 8gh_1/v_1^2}\right)v_1^2/4g$.

1.207. $F = m\omega_0^2 r_0^4/r^3$.

1.208. $M_z = Rmgt$.

1.209. $M = FRt/2\sin(\vartheta/2) = 30$ кг·м²/с.

1.210. $M = Rmgt\sin\alpha$. Не изменится.

1.211. $\mathbf{M}' = \mathbf{M} - [\mathbf{r}_0\mathbf{p}]$. В случае, когда $\mathbf{p} = 0$, т. е. в системе центра масс.

1.213. $\tilde{M} = lmv_0/3$.

1.214. $\varepsilon_{\text{макс}} \approx mv_0^2/\varkappa l_0^2$. Решение удобно провести в системе центра масс.

1.215. $T = 2\pi\gamma M/v^3 = 225$ суток.

1.216. а) В 5,2 раза; б) 13 км/с, $2{,}2 \cdot 10^{-4}$ м/с².

1.217. $T = \pi\sqrt{(r_1 + r_2)^3/2\gamma M}$. Достаточно рассмотреть движение по окружности, радиус которой равен большой полуоси данного эллипса, т. е. $(r_1 + r_2)/2$,— по Кеплеру период обращения будет тем же.

1.218. $r_{\text{макс}} = r\left(2\eta^{2/3} - 1\right)$.

1.219. Падение тела на Солнце можно рассматривать как движение по очень вытянутому (в пределе — вырожденному) эллипсу, большая ось которого равна радиусу R земной орбиты. Тогда по Кеплеру $(2\tau/T)^2 = [(R/2)/R]^3$, где τ — время падения (время половины оборота

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

по вытянутому эллипсу), T — период обращения Земли вокруг Солнца. Отсюда $\tau = T/\sqrt{32} = 65$ суток.

1.220 $t = (\pi/\sqrt{\gamma M})\,[(r+R)/2]^{3/2}$, где M и R — масса и радиус Луны.

1.221. Не изменятся.

1.222. $m = 4\pi^2 l^3/\gamma T^2$.

1.223. $M = m\sqrt{2\gamma m_C r_1 r_2/(r_1+r_2)}$, где m_C — масса Солнца.

1.224. $E = T + U = -\gamma m m_C/2a$, где m_C — масса Солнца.

1.225 $r_m = \left[1 \pm \sqrt{1-(2-\eta)\,\eta\sin^2\alpha}\right] r_0/(2-\eta)$, где $\eta = r_0 v_0^2/\gamma m_C$, m_C — масса Солнца.

1.226. $r_{\text{мин}} = \left[\sqrt{1+(lv_0^2/\gamma m_C)^2} - 1\right] \gamma m_C/v_0^2$, где m_C — масса Солнца.

1.227. а) Рассмотрим сначала тонкий сферический слой радиуса ρ и массы δM. Энергия взаимодействия частицы с элементарным поясом δS этого слоя есть (рис. 7)

$$dU = -\gamma\,(m\,\delta M/2l)\sin\vartheta\,d\vartheta. \qquad (*)$$

Для треугольника OAP по теореме косинусов $l^2 = \rho^2 + r^2 - 2\rho r\cos\vartheta$. Найдя дифференциал этого выражения, преобразуем формулу (*) к виду, удобному для интегрирования. После интегрирования по всему

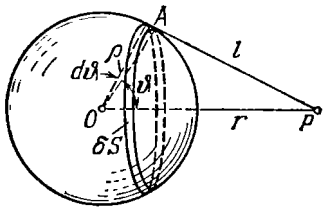


Рис. 7

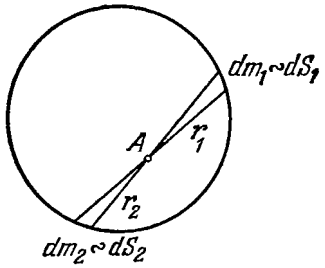


Рис. 8

слою найдем $\delta U = -\gamma m\,\delta M/r$. И наконец, интегрируя по всем слоям шара, получим $U = -\gamma m M/r$.

б) $F_r = -\partial U/\partial r = -\gamma m M/r^2$.

1.228. Рассмотрим сначала тонкий сферический слой вещества (рис. 8). Построим конус с малым углом раствора и вершиной в точке A. Площади участков, вырезанных этим конусом в слое, $dS_1 : dS_2 = r_1^2 : r_2^2$. Массы же вырезанных участков пропорциональны площадям этих участков. Поэтому силы притяжения к ним частицы A равны по модулю и противоположны по направлению. Дальнейшее очевидно.

1.229. $A = -3\gamma m M/2R$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.230. $\mathbf{G}\,(r \leqslant R) = -(\gamma M/R^3)\,\mathbf{r}$, $\mathbf{G}\,(r \geqslant R) = -(\gamma M/r^3)\,\mathbf{r}$; $\varphi\,(r \leqslant R) = -3\,(1 - r^2/3R^2)\,\gamma M/2R$, $\varphi\,(r \geqslant R) = -\gamma M/r$. См. рис. 9.

1.231. $\mathbf{G} = -(4/3)\,\pi\gamma\rho\mathbf{l}$. Поле внутри полости однородное.

1.232. $p = (3/8)\,(1 - r^2/R^2)\,\gamma M^2/\pi R^4$. Около $1{,}8 \cdot 10^6$ атм.

1.233. а) Разобьем сферический слой на малые элементы, каждый массы δm. Тогда энергия взаимодействия каждого элемента со всеми остальными $\delta U = -\gamma m\,\delta m/R$. Суммируя по всем элементам и учитывая, что каждая пара взаимодействующих элементов войдет при этом дважды, получим $U = -\gamma m^2/2R$;

б) $U = -3\gamma m^2/5R$.

1.234. $a_1 : a_2 : a_3 = 1 : 0{,}0034 : 0{,}0006$.

1.235. 32 км; 2650 км.

1.236. $h = R/(2gR/v_0^2 - 1)$.

1.237. $T = \sqrt{3\pi/\gamma\rho} = 1{,}8$ ч.

1.238. $h = R\,(gR/v^2 - 1)$.

1.239. $|\Delta p| = m\sqrt{2gR}\sin(\alpha/2)$.

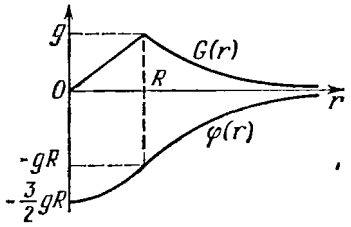


Рис. 9

1.240. $r = \sqrt[3]{\gamma M\,(T/2\pi)^2} = 4{,}2 \cdot 10^4$ км, где M и T — масса Земли и ее период вращения вокруг оси; 3,1 км/с.

1.241. $T \approx 3mgl/2\eta^3 R = 0{,}20$ Н, где R — радиус Земли.

1.242. $M = (4\pi^2 R^3/\gamma T^2)\,(1 + T/\tau)^2 = 6 \cdot 10^{24}$ кг, T — период вращения Земли вокруг оси.

1.243. а) $v' = \dfrac{2\pi R}{T} + \sqrt{\dfrac{\gamma M}{R}} = 7{,}0$ км/с,

б) $a' = \dfrac{\gamma M}{R^2}\left(1 + \dfrac{2\pi R}{T}\sqrt{\dfrac{R}{\gamma M}}\right) = 4{,}9$ м/с^2. Здесь M — масса Земли, T — ее период вращения вокруг оси.

1.244. $v_0 = \sqrt{2gR\,(1 - R/2a)}$, где R — радиус Земли, g — стандартное ускорение свободного падения.

1.245. Убыль полной энергии E спутника за время dt есть $-dE = Fv\,dt$. Представив E и v как функции расстояния r между спутником и центром Луны, преобразуем это уравнение к виду, удобному для интегрирования. В результате получим $\tau \approx (\sqrt{\eta} - 1)\,m/\alpha\sqrt{gR}$.

1.246. $v_1 = 1{,}67$ км/с, $v_2 = 2{,}37$ км/с.

1.247. $\Delta v = \sqrt{\gamma M/R}\,(1 - \sqrt{2}) = -0{,}70$ км/с, где M и R — масса и радиус Луны.

1.248. $\Delta v = \sqrt{gR}\,(\sqrt{2} - 1) = 3{,}27$ км/с, где g — стандартное ускорение свободного падения, R — радиус Земли.

1.249. $v_r = \sqrt{gR/\eta} = 5{,}0$ км/с, где g — стандартное ускорение свободного падения, R — радиус Земли.

1.250. $A \approx \gamma m\,(M_1/R_1 + M_2/R_2) = 1{,}3 \cdot 10^8$ кДж, где M и R — масса и радиус Земли и Луны.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.251. $v_3 \approx \sqrt{2v_1^2+(\sqrt{2}-1)^2 V_1^2} \approx 17$ км/с. Здесь $v_1^2=\gamma M_3/R$, M_3 и R — масса и радиус Земли; $V_1^2=\gamma M_C/r$, M_C — масса Солнца, r — радиус орбиты Земли.

Р е ш е н и е. Воспользуемся законом сохранения энергии в поступательно движущейся системе отсчета, связанной с центром Земли:

$$mv_3^2/2=\gamma mM_3/R+mv^2/2,$$

где m — масса тела, v — его скорость вдали от Земли. И второе условие:

$$v+V_1=\sqrt{2}\,V_1,$$

где V_1 — скорость Земли на орбите, $\sqrt{2}\,V_1$ — скорость, необходимая для того, чтобы тело смогло покинуть Солнечную систему. Исключив из этих двух уравнений v, получим выражение для v_3.

1.252. $l=2bF_2/ma=1{,}0$ м.

1.253. $F=\dfrac{kmg}{(1+k)\sin\alpha}=13$ Н, $a=\dfrac{kg}{1+k}(\operatorname{ctg}\alpha-1)=1{,}2$ м/с^2.

1.254. $l=|aA-bB|/\sqrt{A^2+B^2}$.

1.255. а) $I=ml^2/3$; б) $I=m(a^2+b^2)/3$.

1.256. $I=ma^2/6=4{,}0$ г·м^2.

1.257. а) $I=\pi\rho bR^4/2=2{,}8$ г·м^2; б) $I=(3/10)\,mR^2$.

1.258. $I=ma^2/2$.

1.259. $I=mR^2/4$.

1.260. а) $I_O=(13/24)\,mR^2$; б) $I_C=(37/72)\,mR^2$.

1.261. $I=(2/3)\,mR^2$.

1.262. $\beta_z=(mgR_2-FR_1)/(I+mR_2^2)$, где ось z направлена за плоскость рисунка 1.49.

1.263. а) $\omega=gt/R\,(1+M/2m)$; б) $T=mg^2t^2/2\,(1+M/2m)$.

1.264. $a=gmr^2/I$.

1.265. $\omega=\sqrt{6F\sin\varphi/ml}$.

1.266. $\beta=\dfrac{|m_2-m_1|g}{(m_1+m_2+m/2)R}$, $\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{m_1(m+4m_2)}{m_2(m+4m_1)}$.

1.267. а) $a=g\dfrac{m_2-km_1}{m_1+m_2-m/2}$; б) $A=-\dfrac{(m_2-km_1)\,km_1g^2t^2}{m+2(m_1+m_2)}$.

1.268. $n=(1+k^2)\,\omega_0^2R/8\pi k\,(k+1)\,g$.

1.269. $n_2/n_1=(\operatorname{tg}\vartheta+k)/(\operatorname{tg}\vartheta-k)=1{,}3$.

1.270. $t=3\omega R/4kg$.

1.271. $\langle\omega\rangle=\omega_0/3$.

1.272. $\beta=2mgx/Rl\,(M+2m)$.

1.273. $\cos\vartheta=3g/2\omega^2l$; если правая часть $\geqslant 1$, то $\vartheta=0$.

1.274. $\omega=\sqrt{2g/l}=6{,}0$ рад/с; $F=mgl_0/l=25$ Н.

1.275. а) $M=(1/12)\,m\omega l^2\sin\vartheta$, $M_z=M\sin\vartheta$;

б) $N=(1/24)\,m\omega^2l^2\sin 2\vartheta$.

1.276. $v'=\omega_0 l/\sqrt{1+3m/M}$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.277. а) $\mathbf{v}' = \dfrac{3m-4M}{3m+4M}\mathbf{v}$; б) $F = \dfrac{8Mv^2}{l(1+4M/3m)^2}$.

1.278. а) $v = (M/m)\sqrt{2gl/3}\sin(\alpha/2)$; б) $\Delta p = M\sqrt{gl/6}\sin(\alpha/2)$; в) $x \approx 2l/3$.

1.279. а) $\omega = (1+2m/M)\,\omega_0$; б) $A = {}^1/_2 m\omega_0^2 R^2 (1+2m/M)$.

1.280. $\varphi = -2m_1\varphi'/(2m_1+m_2)$.

1.281. а) $\omega = (I_1\omega_1 + I_2\omega_2)/(I_1+I_2)$;

б) $A = -[I_1 I_2/2(I_1+I_2)](\omega_1-\omega_2)^2$.

1.282. а) $\mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_1 = -4I_1 I_2\omega_0/(I_1+I_2)$;

б) $E_1 - E_2 = 2I_1 I_2\omega_0^2/(I_1+I_2)$.

1.283. $\omega = \tilde{M}Nt/(I_0 + mNa^2t/2)$, см. рис. 10, где $\omega_{\text{пр}} = 2\tilde{M}/ma^2$.

1.284. $\omega = 2\sqrt{2lF/mR^2}$.

1.285. $v = \omega R/2\sin\vartheta = 3{,}0$ м/с.

1.286. $a = {}^5/_7 g\sin\alpha$, $k > {}^2/_7\operatorname{tg}\alpha$.

1.287. $T = \dfrac{5}{14}mg^2t^2\sin^2\alpha = 0{,}11$ кДж.

1.288. а) $\beta = 2g/3R = 5\cdot10^2$ рад/с^2; б) $P = 2mg^2t/3$.

1.289. $\mathbf{a}' = (2/3)(\mathbf{g}-\mathbf{a}_0)$, $\mathbf{F} = (1/3)m \times (\mathbf{g}-\mathbf{a}_0)$.

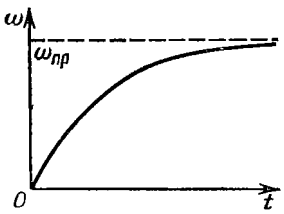


Рис. 10

1.290. $a = g\sin\alpha/(1+I/mr^2) = 1{,}6$ м/с^2.

1.291. $F < 3kmg/(2-3k)$.

1.292. а) $a_x = \dfrac{F(\cos\alpha - r/R)}{m(1+\gamma)}$; б) $A = \dfrac{F^2t^2(\cos\alpha - r/R)^2}{2m(1+\gamma)}$.

1.293. $a = 4g/5$.

1.294. $\mathbf{a} = \mathbf{g}(m-M)/(M+m+I/R^2)$.

1.295. а) $a = \dfrac{F(3m_1+2m_2)}{m_1(m_1+m_2)}$; б) $T = \dfrac{F^2t^2(3m_1+2m_2)}{2m_1(m_1+m_2)}$.

1.296. $a_1 = F/(m_1+2m_2/7)$; $a_2 = 2a_1/7$.

1.297. а) $t = \omega_0 R/3kg$; б) $A = -m\omega_0^2R^2/6$.

1.298. $\omega = \sqrt{10g(R+r)/17r^2}$.

1.299. $v_0 = \sqrt{gR(7\cos\alpha - 4)/3}$.

1.300. $N = Rmv^2/5s = 20$ мН·м.

1.301. $F = 9J^2/2ml = 9$ Н.

1.302. а) $s = \pi l/3$; б) $T = 2J^2/m$.

1.303. $v_C = 2v/(4+\eta)$. При $\eta = 4$ и $\eta > 4$.

1.304. $v = \sqrt{gh/2}$.

1.305. а) $\omega' = mgl/I\omega = 0{,}7$ рад/с;

б) $F = m\omega'^2 l\sin\vartheta = 10$ мН. Эта сила направлена в сторону, противоположную наклону волчка.

1.306. $\omega = (g+a)\,l/\pi nR^2 = 3\cdot10^2$ рад/с.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.307. $\omega' = ml\sqrt{g^2+a^2}/I\omega = 0{,}8$ рад/с. Вектор ω' составляет с вертикалью угол $\vartheta = \operatorname{arctg}(a/g) = 6°$.

1.308. $F' = 2mR^2\omega\omega'/5l = 0{,}30$ кН.

1.309. $F_{\text{макс}} = \pi m r^2 \varphi_m \omega / lT \approx 30$ Н.

1.310. $N = 2\pi n l v/R = 6$ кН·м.

1.311. $F_{\text{доб}} = 2\pi n l v/Rl = 1{,}4$ кН. На такую величину сила давления на наружный рельс возрастет, а на внутренний — уменьшится.

1.312. $p = \alpha E \Delta T = 2{,}2 \cdot 10^3$ атм, где α — коэффициент теплового расширения.

1.313. а) $p \approx \sigma_m \Delta r/r = 20$ атм;

б) $p \approx 2\sigma_m \Delta r/r = 40$ атм. Здесь σ_m — предел прочности стекла.

1.314. $n = \sqrt{2\sigma_m/\rho}/\pi l = 0{,}8 \cdot 10^2$ об/с, где σ_m — предел прочности, ρ — плотность меди.

1.315. $n = \sqrt{\sigma_m/\rho}/2\pi R = 23$ об/с, где σ_m — предел прочности, ρ — плотность свинца.

1.316. $x \approx l\sqrt[3]{mg/2\pi d^2 E} = 2{,}5$ см.

1.317. $\varepsilon = F_0/2ES$.

1.318. $T = (1/2)\, m\omega^2 l\,(1 - r^2/l^2)$, $\Delta l = \rho\omega^2 l^3/3E$, где ρ — плотность меди.

1.319. $\Delta V = (1-2\mu)\, Fl/E = 1{,}6$ мм^3, где μ — коэффициент Пуассона меди.

1.320. а) $\Delta l = \rho g l^2/2E$;

б) $\Delta V/V = (1-2\mu)\, \Delta l/l$. Здесь ρ — плотность, μ — коэффициент Пуассона меди.

1.321. а) $\Delta V/V = -3\,(1-2\mu)\, p/E$; б) $\beta = 3\,(1-2\mu)/E$.

1.322. $R = Eh^2/6\rho g l^2 \approx 120$ м, где ρ — плотность стали.

1.323. а) Здесь N не зависит от x и равен N_0. Интегрируя дважды исходное уравнение с учетом краевых условий $dy/dx\,(0) = 0$ и $y\,(0) = 0$, получим $y = (N_0/2EI)\, x^2$. Это уравнение параболы. Стрела прогиба $\lambda = N_0 l^2/2EI$, где $I = a^4/12$.

б) В данном случае $N(x) = F(l-x)$ и $y = (F/2EI)\,(l - x/3)\, x^2$; $\lambda = Fl^3/3EI$, где I то же, что и в предыдущем пункте.

1.324. $\lambda = Fl^3/48EI$.

1.325. а) $\lambda = 3\rho g l^4/2Eh^2$; б) $\lambda = 5\rho g l^4/2Eh^2$. Здесь ρ — плотность стали.

1.326. $\lambda = 9\beta\rho l^5/5Eh^2$, где ρ — плотность стали.

1.327. а) $\varphi = (l/2\pi r^3 \Delta r\, G)\, N$; б) $\varphi = (2l/\pi r^4 G)\, N$.

1.328. $N = \pi\,(d_2^4 - d_1^4)\, G\varphi/32l = 0{,}5$ кН·м.

1.329. $P_{\text{макс}} = (\pi/2)\, r^4 G\varphi\omega = 17$ кВт.

1.330. $N = \beta m\,(r_2^4 - r^4)/2\,(r_2^2 - r_1^2)$.

1.331. $U = mE\varepsilon^2/2\rho \approx 40$ Дж, где ρ — плотность стали.

1.332. а) $U = (\pi/6)\, r^2 l^3 \rho^2 g^2/E$;

б) $U = (2\pi/3)\, r^2 l E\, (\Delta l/l)^2$. Здесь ρ — плотность стали.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.333. $A \approx (\pi^2/6)\, h\delta^3 E/l \approx 80$ Дж.

1.334. $U = (\pi/4)\, r^4 G\varphi^2/l = 7$ Дж.

1.335. $u = G\varphi^2 r^2/2l^2$.

1.336. $u = \beta\,(\rho g h)^2/2 = 23{,}5$ кДж/м^3, где β — коэффициент сжимаемости.

1.337. $p_1 > p_2$, $v_1 < v_2$. Плотность линий тока растет при переходе от точки *1* к точке *2*.

1.338. $Q = S_1 S_2 \sqrt{2g\Delta h/(S_2^2 - S_1^2)}$.

1.339. $Q = S\sqrt{2g\,\Delta h\,\rho_0/\rho}$.

1.340. $v = \sqrt{2g\,(h_1 + h_2\rho_2/\rho_1)} = 3$ м/с, где ρ_1 и ρ_2 — плотности воды и керосина.

1.341. $h = 25$ см; $l_{\text{макс}} = 50$ см.

1.342. $h = v^2/2g - h_0 = 20$ см.

1.343. $p = p_0 + \rho g h\,(1 - R_1^2/r^2)$, где $R_1 < r < R_2$, p_0 — атмосферное давление.

1.344. $A = \rho V^3/2s^2 t^2$, где ρ — плотность воды.

1.345. $\tau = (S/s)\sqrt{2h/g}$.

1.346. $v = \omega h\sqrt{2l/h - 1}$.

1.348. $F = 2\rho g S\,\Delta h = 0{,}50$ Н.

1.349. $F = \rho g b l\,(2h - l) = 5$ Н.

1.350. а) $p = 2\rho S R v$; б) $F = 2\rho S v^2$.

1.351. $N = \rho l Q^2/\pi r^2 = 0{,}7$ Н·м.

1.352. $F = \rho h g\,(S - s)^2/S = 6$ Н.

1.353. а) Параболоид вращения: $z = (\omega^2/2g)\, r^2$, где z — высота от поверхности жидкости на оси сосуда, r — расстояние от оси;

б) $p = p_0 + \rho\omega^2 r^2/2$.

1.354. $P = \pi\eta\omega^2 R^4/h = 9$ Вт.

1.355. $v = v_0 \ln (r/R_2)/\ln (R_1/R_2)$.

1.356. а) $\omega = \omega_2 \dfrac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}\left(\dfrac{1}{R_1^2} - \dfrac{1}{r^2}\right)$; б) $N = 4\pi\eta\omega_2 \dfrac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}$.

1.357. а) $Q = (\pi/2)\, v_0 R^2$; б) $T = (\pi/6)\, l R^2 \rho v_0^2$;

в) $F_{\text{тр}} = 4\pi\eta l v_0$; г) $\Delta p = 4\eta l v_0/R^2$.

1.358. В левом конце трубки дополнительный напор $\Delta h = 5$ см сообщает кинетическую энергию жидкости, втекающей в трубку. Из условия $\rho v^2/2 = \rho g\,\Delta h$ получим $v = \sqrt{2g\,\Delta h} = 1{,}0$ м/с.

1.359. Искомое отношение равно $\exp(\alpha\,\Delta x) = 5$.

1.360. $v_2 = v_1 r_1 \rho_1 \eta_2/r_2 \rho_2 \eta_1 = 5$ мкм/с.

1.361. $d = \sqrt[3]{18\,\mathrm{Re}\,\eta^2/(\rho - \rho_0)\,\rho_0 g} = 5$ мм, где ρ_0 и ρ — плотности глицерина и свинца.

1.362 $t = -(\rho d^2/18\eta)\ln n = 0{,}20$ с.

1.363. $v = c\sqrt{\eta\,(2 - \eta)} = 0{,}10c$, где c — скорость света.

1.364. а) $\operatorname{tg}\alpha' = \operatorname{tg}\alpha/\sqrt{1 - \beta^2}$, где $\beta = v/c$, $\alpha' \approx 49°$;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) $l' = a\sqrt{1-\beta^2+\operatorname{tg}^2\alpha} = 3{,}8$ м, $l'/l_0 = 0{,}66$.

1.365. $l_0 = l\sqrt{(1-\beta^2\sin^2\vartheta)/(1-\beta^2)} = 1{,}08$ м, где $\beta = v/c$.

1.366. $l_0 = \Delta x\,(t_3-t_2)/\sqrt{(t_2-t_1)^2-(\Delta x/c)^2}$.

1.367. $v = c\sqrt{(2-\Delta t/t)\,\Delta t/t} = 0{,}6\cdot 10^8$ м/с.

1.368. $l_0 = c\,\Delta t'\sqrt{1-(\Delta t/\Delta t')^2} = 4{,}5$ м.

1.369. $s = c\,\Delta t\sqrt{1-(\Delta t_0/\Delta t)^2} = 5$ м.

1.370. а) $\Delta t_0 = (l/v)\sqrt{1-(v/c)^2} = 1{,}4$ мкс;

б) $l' = l\sqrt{1-(v/c)^2} = 0{,}42$ км.

1.371. $l_0 = v\Delta t/\sqrt{1-(v/c)^2} = 17$ м.

1.372. $l_0 = \sqrt{\Delta x_1\,\Delta x_2} = 6{,}0$ м, $v = c\sqrt{1-\Delta x_1/\Delta x_2} = 2{,}2\cdot 10^8$ м/с.

1.373. $v = (2l_0/\Delta t)/[1+(l_0/c\Delta t)^2]$.

1.374. Частица, двигавшаяся впереди, распалась позже на время $\Delta t = l\beta/c\,(1-\beta^2) \doteq 20$ мкс, где $\beta = v/c$.

1.375. а) $l_0 = [x_A - x_B - v\,(t_A - t_B)]/\sqrt{1-(v/c)^2}$;

б) $t_A - t_B = \left(1-\sqrt{1-(v/c)^2}\right) l_0/v$ или $t_B - t_A = \left(1+\sqrt{1-(v/c)^2}\right) l_0/v$.

1.376. а) $t\,(B) = l_0/v$, $t\,(B') = (l_0/v)\sqrt{1-(v/c)^2}$;

б) $t\,(A) = (l_0/v)\sqrt{1-(v/c)^2}$, $t\,(A') = l_0/v$.

1.377. С «точки зрения» K-часов см. рис. 11.

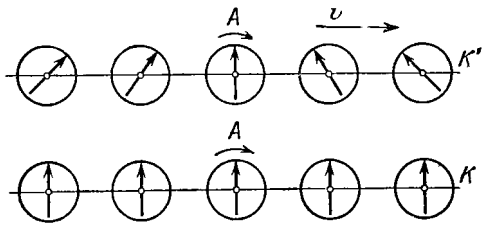


Рис. 11

1.378. $\dot{x} = \left(1-\sqrt{1-\beta^2}\right) c/\beta$, где $\beta = V/c$.

1.379. Для этого необходимо убедиться в том, что при $\Delta t = t_2 - t_1 > 0$ и $\Delta t' = t_2' - t_1' > 0$.

1.380. а) 13 нс; б) 4,0 м. Указание. Воспользоваться инвариантностью интервала.

1.381. $v' = [(v_x - V)^2 + v_y^2\,(1 - V^2/c^2)]^{1/2}/(1 - v_x V/c^2)$.

1.382. а) $v = v_1 + v_2 = 1{,}25c$;

б) $v = (v_1+v_2)/(1+v_1v_2/c^2) = 0{,}91c$.

1.383. $l = l_0\,(1-\beta^2)/(1+\beta^2)$, где $\beta = v/c$.

1.384. $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - (v_1v_2/c)^2}$.

1.385. $s = \Delta t_0\sqrt{\dfrac{V^2 + (1-\beta^2)\,v'^2}{(1-\beta^2)\,(1-v'^2/c^2)}}$, где $\beta = V/c$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1.386. $\operatorname{tg}\vartheta' = (\sqrt{1-\beta^2}\sin\vartheta)/(\cos\vartheta - V/v)$, где $\beta = V/c$.

1.387. $\operatorname{tg}\vartheta = v'V/c^2\sqrt{1-(V/c)^2}$.

1.388. а) $a' = a(1-\beta^2)^{3/2}/(1-\beta v/c)^3$;

б) $a' = a(1-\beta^2)$. Здесь $\beta = V/c$.

1.389. Воспользуемся связью между ускорением a' и ускорением a в системе отсчета, связанной с Землей: $a' = (1-v^2/c^2)^{-3/2}\,dv/dt$. Эта формула приведена в решении предыдущей задачи (пункт а), где следует положить $V = v$. Проинтегрировав данное уравнение (при $a' = \text{const}$), получим $v = a't/\sqrt{1+(a't/c)^2}$. Искомый путь

$$l = \left(\sqrt{1+(a't/c)^2} - 1\right) c^2/a' = 0{,}91 \text{ светового года;}$$

$$(c-v)/c = (c/a't)^2/2 = 0{,}47\ \%.$$

1.390. Имея в виду, что $v = a't/\sqrt{1+(a't/c)^2}$, получим

$$\tau_0 = \int_0^{\tau} \frac{dt}{\sqrt{1+(a't/c)^2}} = \frac{c}{a'} \ln\left[\frac{a'\tau}{c} + \sqrt{1+\left(\frac{a'\tau}{c}\right)^2}\right] = 3{,}5 \text{ мес.}$$

1.391. $m_r/m \approx 1/\sqrt{2(1-\beta)} \approx 70$, где $\beta = v/c$.

1.392. $v = c\sqrt{\eta(2+\eta)}/(1+\eta) = 0{,}6c$, где c — скорость света. Здесь использовано определение плотности как отношения массы покоя тела к его объему.

1.393. $(c-v)/c = 1 - [1+(mc/p)^2]^{-1/2} = 0{,}44\ \%$.

1.394. $v = (c/\eta)\sqrt{\eta^2-1} = c\sqrt{3}/2$.

1.395. $A = 0{,}42mc^2$, вместо $0{,}14mc^2$.

1.396. $v = c\sqrt{3}/2 = 2{,}6\cdot 10^8$ м/с.

1.397. При $\eta \ll 1$ отношение $T/mc^2 \leqslant 4\eta/3 \approx 0{,}013$.

1.398. $p = \sqrt{T(T+2mc^2)}/c = 1{,}09$ ГэВ/c, где c — скорость света.

1.399. $v = 2pT/(p^2 + T^2/c^2) = 0{,}87c$.

1.400. $F = (I/ec)\sqrt{T(T+2mc^2)}$, $P = TI/e$.

1.401. $\Delta E/m = \left(1/\sqrt{1-(v/c)^2} - 1\right)c^2 = 3{,}6\cdot 10^{17}$ Дж/кг.

1.402. $v = Fct/\sqrt{m^2c^2 + F^2t^2}$, $l = \sqrt{(mc^2/F)^2 + c^2t^2} - mc^2/F$.

1.403. $F = mc^2/\alpha$.

1.404. а) В двух случаях: $\mathbf{F} \parallel \mathbf{v}$ и $\mathbf{F} \perp \mathbf{v}$;

б) $F_\perp = ma/\sqrt{1-\beta^2}$, $F_\parallel = ma/(1-\beta^2)^{3/2}$, где $\beta = v/c$.

1.406. $\varepsilon' = \varepsilon\sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)}$, где $\beta = V/c$, $V = 3c/5$.

1.408. а) $\tilde{T} = 2mc^2\left(\sqrt{1+T/2mc^2} - 1\right) = 777$ МэВ;

б) $\tilde{p} = \sqrt{mT/2} = 940$ МэВ/c.

1.409. $M = \sqrt{2m(T+2mc^2)}/c$, $V = c\sqrt{T/(T+2mc^2)}$.

1.410. $T' = 2T(T+2mc^2)/mc^2 = 1{,}43\cdot 10^3$ ГэВ.

1.411. $E_{\text{макс}} = \left[m_0^2 + m_1^2 - (m_2+m_3)^2\right]c^2/2m_0$. Частица m_1 будет иметь наибольшую энергию в том случае, когда энергия системы

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

двух других частиц, m_2 и m_3, будет наименьшей, т. е. когда они движутся как единое целое.

1.412. $v/c=[1-(m/m_0)^{2u/c}]/[1+(m/m_0)^{2u/c}]$. Воспользоваться законом сохранения импульса (подобно решению задачи 1.130) и релятивистской формулой преобразования скорости.

2.1. $m=\rho V\,\Delta p/p_0=30$ г, где p_0 — нормальное атмосферное давление.

2.2. $p=(p_1T_2/T_1-\Delta p)/2=10$ кПа (0,10 атм).

2.3. $m=pMV\ln(T_2/T_1)/R(T_2-T_1)$.

2.4. $m_1/m_2=(1-a/M_2)/(a/M_1-1)=0{,}50$, где $a=mRT/pV$.

2.5. $\rho=p_0(m_1+m_2)/RT(m_1/M_1+m_2/M_2)=1{,}5$ г/л.

2.6. а) $p=(\nu_1+\nu_2+\nu_3)RT/V=0{,}20$ МПа (2,0 атм);

б) $M=(\nu_1M_1+\nu_2M_2+\nu_3M_3)/(\nu_1+\nu_2+\nu_3)=36{,}7$ г/моль.

2.7. $T'=T(\eta-1/\eta)/(\eta'-1/\eta')\approx 420$ К.

2.8. $n=(\ln\eta)/\ln(1+\Delta V/V)$.

2.9. $p=p_0\exp(-Ct/V)$.

2.10. $t=(V/C)\ln\eta=1{,}0$ мин.

2.11. $\Delta T=(mg+p_0\Delta S)\,l/R=0{,}9$ К.

2.12. а) $T_{\text{макс}}=(2p_0/3R)\sqrt{p_0/3\alpha}$; б) $T_{\text{макс}}=p_0/e\beta R$.

2.13. $p_{\text{мин}}=2R\sqrt{\alpha T_0}$.

2.14. $dT/dh=-Mg/R=-33$ мК/м.

2.15. $dT/dh=-Mg(n-1)/nR$.

2.16. 0,5 и 2 атм.

2.17. а) $h=RT/Mg=8{,}0$ км; б) $h\approx\eta RT/Mg=0{,}08$ км.

2.18. $m=[1-\exp(-Mgh/RT)]\,p_0S/g$.

2.19. $h_C=\int\limits_0^\infty h\rho\,dh\Big/\int\limits_0^\infty\rho\,dh=RT/Mg$.

2.20. а) $p=p_0(1-ah)^n$, $h<1/a$;

б) $p=p_0/(1+ah)^n$. Здесь $n=Mg/aRT_0$.

2.21. $p=p_0\exp(M\omega^2r^2/2RT)$.

2.22. $p_{\text{ид}}=\rho RT/M=280$ атм; $p=\rho RT/(M-\rho b)-a\rho^2/M^2=80$ атм.

2.23. а) $T=a(V-b)(1+\eta)/RV(\eta V+b)=133$ К;

б) $p=RT/(V-b)-a/V^2=9{,}9$ атм.

2.24. $a=\dfrac{V^2(T_1p_2-T_2p_1)}{T_2-T_1}=185$ атм·л^2/моль^2$=0{,}19$ Па·м^6/моль^2;

$b=V-\dfrac{R(T_2-T_1)}{p_2-p_1}=0{,}042$ л/моль.

2.25. $U=pV/(\gamma-1)=10$ МДж.

2.26. $T=T_1T_2(p_1V_1+p_2V_2)/(p_1V_1T_2+p_2V_2T_1)$;

$p=(p_1V_1+p_2V_2)/(V_1+V_2)$.

2.27. $\Delta U=-p_0V\Delta T/T_0(\gamma-1)=-0{,}25$ кДж, $Q'=-\Delta U$.

2.28. $Q=A\gamma/(\gamma-1)=7$ Дж.

2.29. $M=mR\Delta T/\Delta Q=28$ г/моль.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.30. $\Delta U = Q - R\Delta T = 1{,}00$ кДж; $\gamma = Q/(Q - R\Delta T) = 1{,}6$.

2.31. $Q = \nu RT_0 (1 - 1/n) = 2{,}5$ кДж.

2.32. $\gamma = [\nu_1\gamma_1(\gamma_2 - 1) + \nu_2\gamma_2(\gamma_1 - 1)]/[\nu_1(\gamma_2 - 1) + \nu_2(\gamma_1 - 1)] = 1{,}33$.

2.33. $c_V = 0{,}42$ Дж/(г·К), $c_p = 0{,}65$ Дж/(г·К).

2.34. $A' = RT(n - 1 - \ln n)$.

2.35. $A' = p_0V_0 \ln[(\eta + 1)^2/4\eta]$.

2.36. $\gamma = 1 + (n - 1)/(Q/\nu RT_0 - \ln n) = 1{,}4$.

2.37. См. рис. 12, где V — изохорический процесс, p — изобарический, T — изотермический, S — адиабатический.

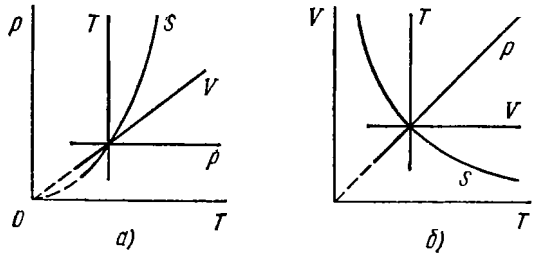


Рис. 12

2.38. а) $T = T_0\eta^{(\gamma-1)/\gamma} \approx 560$ К;

б) $A' = RT_0(\eta^{(\gamma-1)/\gamma} - 1)/(\gamma - 1) = 5{,}6$ кДж.

2.39. При адиабатическом сжатии работа больше в $n = (\eta^{\gamma-1} - 1)/(\gamma - 1)\ln\eta = 1{,}4$ раза.

2.40. $T = T_0[(\eta + 1)^2/4\eta]^{(\gamma-1)/2}$.

2.41. $v = \sqrt{2\gamma RT/(\gamma - 1)M} = 3{,}3$ км/с.

2.42. $Q = R\Delta T(2 - \gamma)/(\gamma - 1)$.

2.44. $C = R(n - \gamma)/(n - 1)(\gamma - 1)$; $C < 0$ при $1 < n < \gamma$.

2.45. $C = C_V(n - \gamma)/(n - 1) = -4{,}2$ Дж/(К·моль), где $n = \ln\beta/\ln\alpha$.

2.46. а) $Q = C_V(n - \gamma)\Delta T/(n - 1) = 0{,}11$ кДж;

б) $A = -R\Delta T/(n - 1) = 0{,}43$ кДж.

2.47. а) $\Delta U = \alpha V_0^2(\eta^2 - 1)/(\gamma - 1)$; б) $A = (1/2)\alpha V_0^2(\eta^2 - 1)$;

в) $C = C_V + R/2$.

2.48. а) $C = -R/(\gamma - 1)$; б) $TV^{(\gamma-1)/2} = \text{const}$.

2.49. а) $A = (1 - \alpha)R\Delta T$;

б) $C = C_V + R(1 - \alpha)$; $C < 0$ при $\alpha > \gamma/(\gamma - 1)$.

2.50. а) $A = \Delta U(\gamma - 1)/\alpha$; б) $C = C_V + R/\alpha$.

2.51. $C = C_V + R/2$.

2.52. а) $C = C_V + R/\alpha V$; б) $C = C_V + R/(1 + \alpha V)$.

2.53. а) $C = \gamma R/(\gamma - 1) + \alpha R/p_0V$;

б) $Q = p_0(V_2 - V_1)C_p/R + \alpha\ln(V_2/V_1)$.

2.54. а) $C = C_p + RT_0/\alpha V$; б) $Q = \alpha C_p(V_2 - V_1) + RT_0\ln(V_2/V_1)$.

2.55. а) $Ve^{-\alpha T/R} = \text{const}$; б) $Te^{R/\beta V} = \text{const}$; в) $V - aT = \text{const}$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.56. а) $A=\alpha \ln \eta - RT_0 (\eta-1)/(\gamma-1)$;

б) $pV^{\gamma}\exp[\alpha(\gamma-1)/pV]=\text{const}$.

2.57. $A=RT \ln[(V_2-b)/(V_1-b)]+a/V_2-a/V_1$.

2.58. $Q=RT \ln[(V_2-b)/(V_1-b)]=3{,}8$ кДж.

2.59. $T(V-b)^{R/C_V}=\text{const}$.

2.60. $C_p-C_V=R/[1-2a(V-b)^2/RTV^3]$.

2.61. $\Delta T=-\nu a V_2(\gamma-1)/RV_1(V_1+V_2)=-3{,}0$ К.

2.62. $Q=\nu^2 a(V_2-V_1)/V_1V_2=0{,}33$ кДж.

2.64. $T_1<(2a/bR)(1-b/V_1)=180$ К.

2.65. $\Delta T=\dfrac{\gamma-1}{\gamma}\left(\dfrac{T_1}{V_1/b-1}-\dfrac{2a}{RV_1}\right)$; а) 15 К; б) —39 К.

2.66. $n=p/kT=1\cdot 10^5$ см$^{-3}$; $\langle l\rangle=0{,}2$ мм.

2.67. $p=(1+\eta)mRT/MV=1{,}9$ атм, где M — масса моля азота N_2.

2.68. $n=(p/kT-\rho/m_2)/(1-m_1/m_2)=1{,}6\cdot 10^{19}$ см$^{-3}$, где m_1 и m_2 — массы молекул гелия и азота.

2.69. а) $C_V=(3N-5/2)R$, $\gamma=(6N-3)/(6N-5)$;

б) $C_V=3(N-1)R$, $\gamma=(N-2{,}3)/(N-1)$.

2.70. $A/Q=1/(3N-2)$ для нелинейных молекул и $1/(3N-3/2)$ для линейных.

2.71. $N=2(2-\eta)/(4-3\eta)=4$, молекулы нелинейные.

2.72. $M=R/(c_p-c_V)=32$ г/моль; $i=2/(c_p/c_V-1)=5$.

2.73. а) $i=2(C_p/R-1)=5$; б) $i=2(C/R-2)=3$.

2.74. $\gamma=(5\nu_1+7\nu_2)/(3\nu_1+5\nu_2)$.

2.75. $n=p/(\gamma-1)\langle\varepsilon\rangle=1{,}0\cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

2.76. $\Delta T=Mv^2/iR=0{,}31$ К, где $i=5$.

2.77. а) $v_{\text{кв}}=\sqrt{3RT/M}=0{,}47$ км/с, $\langle\varepsilon\rangle=(3/2)kT=6{,}0\cdot 10^{-21}$ Дж;

б) $v_{\text{кв}}=3\sqrt{2kT/\pi\rho d^3}=0{,}15$ м/с.

2.78. В $\eta^i=7{,}6$ раза.

2.79. $Q=(\eta^2-1)imRT/2M=10$ кДж.

2.80. $\omega_{\text{кв}}=\sqrt{2kT/I}=6{,}3\cdot 10^{12}$ рад/с.

2.81. $\langle\varepsilon\rangle_{\text{вр}}=kT_0\eta^{2/i}=0{,}7\cdot 10^{-20}$ Дж.

2.82. Уменьшится в $\eta^{(i+1)/i}$ раз, где $i=5$.

2.83. Уменьшилась в $\eta^{(i-1)/(i-2)}=2{,}5$ раза.

2.84. $C=R(i+1)/2=3R$.

2.85. а) $A=2/a^2$, $f(a)=2/a$; б) $\langle x\rangle=2a/3$, $\langle x^2\rangle=a^2/2$.

2.86. а) $x_{\text{вер}}=a/2$, $A=6/a^3$, $f(x_{\text{вер}})=3/2a$;

б) $\langle x\rangle=a/2$, $\langle x^2\rangle=3a^2/10$.

2.87. $\delta N_1/\delta N_2=\exp\left[m\left(v_{2x}^2-v_{1x}^2\right)/2kT\right]\delta v_{1x}/\delta v_{2x}=1{,}5$.

2.88. $\delta P=(m/2\pi kT)^{3/2}\exp\left[-m\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)/2kT\right]\delta v_x\,\delta v_y\,\delta v_z=$
$=1{,}7\cdot 10^{-11}$.

2.89. $\delta N/N=(m/2\pi kT)^{3/2}\exp\left[-m\left(v_x^2+v_\perp^2\right)/2kT\right]2\pi v_\perp\,\delta v_\perp\,\delta v_x$.

2.90. $dN/N=(m/kT)\exp\left(-mv_\perp^2/2kT\right)v_\perp\,\delta v_\perp$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.91. $F(u) = (4/\sqrt{\pi})\, u^2 \exp(-u^2)$.

2.92. $v_{\text{вер}} = \sqrt{2p/\rho} = 0{,}45$ км/с, $\langle v \rangle = 0{,}51$ км/с, $v_{\text{кв}} = 0{,}55$ км/с.

2.93. а) $\delta N/N = (8/\sqrt{\pi})\, e^{-1}\, \delta\eta = 1{,}66\ \%$;

б) $\delta N/N = 12\sqrt{3/2\pi}\, e^{-3/2}\, \delta\eta = 1{,}85\ \%$.

2.94. а) $T = m(\Delta v)^2/\left[k\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2\right] = 380$ К;

б) $T = mv^2/2k = 340$ К.

2.95. $T = m\left(v_2^2 - v_1^2\right)/4k \ln(v_2/v_1) = 330$ К.

2.96. $v = \sqrt{(3kT_0/m)\,\eta \ln \eta/(\eta - 1)}$.

2.97. $T = m_{\text{N}}(\Delta v)^2/2k\left(1 - \sqrt{m_{\text{N}}/m_{\text{O}}}\right)^2 \approx 370$ К.

2.98. $v = \sqrt{3kT \ln(m_2/m_1)/(m_2 - m_1)} = 1{,}61$ км/с.

2.99. $T = mv^2/3k$, $v_{\text{вер}} = v\sqrt{2/3}$.

2.100. $\langle v_x \rangle = 0$, $\langle | v_x | \rangle = \sqrt{2kT/\pi m}$.

2.101. $\langle v_x^2 \rangle = kT/m$.

2.102. $\nu = \int\limits_0^\infty v_x\, dn(v_x) = {}^1\!/_4 n \langle v \rangle$, где $dn(v_x) = n\varphi(v_x)\, dv_x$.

2.103. $p = 2\int\limits_0^\infty m v_x \cdot v_x\, dn(v_x) = nkT$, где $dn(v_x) = n\varphi(v_x)\, dv_x$.

2.104. $\langle 1/v \rangle = \sqrt{2m/\pi kT} = 4/\pi \langle v \rangle$.

2.105. а) $f(\varepsilon) = 2\pi(\pi kT)^{-3/2} e^{-\varepsilon/kT}\sqrt{\varepsilon}$;

б) $\varepsilon_{\text{вер}} = kT/2$; $\varepsilon_{\text{вер}} \neq \varepsilon(v_{\text{вер}})$.

2.106. $\delta N/N = 3\sqrt{6/\pi}\, e^{-3/2}\, \delta\eta = 0{,}9\ \%$.

2.107. а) $v_{\text{вер}} = \sqrt{3kT/m}$; б) $\varepsilon_{\text{вер}} = kT$.

2.108. $d\nu = \int\limits_{v=0}^{\infty} dn\,(d\Omega/4\pi)\, v \cos\vartheta = n(2kT/\pi m)^{1/2} \sin\vartheta \cos\vartheta\, d\vartheta$.

2.109. $d\nu = \int\limits_{\vartheta=0}^{\pi/2} dn\,(d\Omega/4\pi)\, v \cos\vartheta =$

$= n\pi(m/2\pi kT)^{3/2} \exp(-mv^2/2kT)\, v^3\, dv$.

2.110. $F = (kT/\Delta h) \ln \eta = 0{,}9 \cdot 10^{-19}$ Н.

2.111. $N_A = (6RT/\pi d^3 \Delta\rho g h) \ln \eta \approx 6{,}4 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

2.112. $\eta/\eta_0 = \exp[(M_2 - M_1)\, gh/RT] = 1{,}39$.

2.113. $h = kT \ln(n_2/n_1)/(m_2 - m_1)\, g$.

2.114. Не изменится.

2.115. $h = (RT/Mg)\,\eta \ln \eta/(\eta - 1)$.

2.116. $\langle U \rangle = kT$. Не зависит.

2.117. $a \approx \eta RT/Ml \approx 70g$.

2.118. $M = 2RT\rho \ln \eta/(\rho - \rho_0)\left(r_2^2 - r_1^2\right)\omega^2$.

2.119. $\omega = \sqrt{(2RT/Ml^2)\ln \eta} = 280$ рад/с.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.120. а) $dN = n_0 \exp(-ar^2/kT)\, 4\pi r^2\, dr$; б) $r_{\text{вер}} = \sqrt{kT/a}$;

в) $dN/N = (a/\pi kT)^{3/2} \exp(-ar^2/kT)\, 4\pi r^2\, dr$; г) увеличится в $\eta^{3/2}$ раза.

2.121. а) $dN = (2\pi n_0 a^{-3/2}) \exp(-U/kT) \sqrt{U}\, dU$; б) $U_{\text{вер}} = kT/2$.

2.122. $A' = A/(n-1) = 20$ кДж.

2.123. Во втором случае.

2.124. а) $\eta = 1 - n^{1-\gamma} = 0{,}25$; б) $\eta = 1 - n^{1/\gamma - 1} = 0{,}18$.

2.125. $A' = Q_2 (T_1/T_2 - 1) = 16$ кДж.

2.126. $\varepsilon = (1-\eta)/\eta = 9$.

2.127. $\eta = 1 - 2T_3/(T_1 + T_2)$.

2.128. $\eta = 1 - n^{1-\gamma} = 60\,\%$.

2.129. $\eta = 1 - n^{-(\gamma-1)/\gamma}$.

2.130. $\eta = 1 - (n+\gamma)/(1+\gamma n)$.

2.131. В обоих случаях $\eta = 1 - (\ln n)/(n-1)$.

2.132. В обоих случаях $\eta = 1 - (n-1)/n \ln n$.

2.133. $\eta = 1 - (n-1)/n \ln n$.

2.134. а) $\eta = 1 - \gamma (n-1)/(n^\gamma - 1)$;

б) $\eta = 1 - (n^\gamma - 1)/\gamma (n-1)\, n^{\gamma-1}$.

2.135. Неравенство $\int \frac{\delta Q_1}{T_1} - \int \frac{\delta Q_2'}{T_2} \leqslant 0$ только усилится, если заменить T_1 на $T_{\text{макс}}$ и T_2 на $T_{\text{мин}}$. Тогда $Q_1/T_{\text{макс}} - Q_2'/T_{\text{мин}} < 0$. Отсюда

$$\frac{Q_2'}{Q_1} > \frac{T_{\text{мин}}}{T_{\text{макс}}}, \quad \text{или} \quad \eta < \eta_{\text{Карно}}.$$

2.136. $A_{\text{макс}} = mc\,[T_{10} - T_2 - T_2 \ln (T_{10}/T_2)] = 34$ МДж, где c — удельная теплоемкость железа.

2.137. а) $\Delta S = \frac{R \ln n}{\gamma - 1} = 19$ Дж/(К·моль);

б) $\Delta S = \frac{\gamma R \ln n}{\gamma - 1} = 25$ Дж/(К·моль).

2.138. $n = \exp(\Delta S/\nu R) = 2{,}0$.

2.139. $\Delta S = \nu R \ln n = 20$ Дж/К.

2.140. $\Delta S = -[(m/M)\, \gamma R/(\gamma - 1)] \ln n = -10$ Дж/К.

2.141. $\Delta S = \nu R\, (\gamma \ln \alpha - \ln \beta)/(\gamma - 1) = -11$ Дж/К.

2.142. $S_2 - S_1 = \nu R\, [\ln \alpha - \ln \beta/(\gamma - 1)] = 0{,}5$ Дж/К.

2.143. $\Delta S = [R\, (n-\gamma)/(n-1)\, (\gamma - 1)] \ln \tau$.

2.144. $\Delta S = [\nu R\, (\gamma + 1)/(\gamma - 1)] \ln \alpha = 46$ Дж/К.

2.145. $V_m = \gamma p_0/\alpha\, (1+\gamma)$.

2.146. $T = T_0 + (R/a) \ln (V/V_0)$.

2.147. $\Delta S = R \ln [(V_2 - b)/(V_1 - b)]$.

2.148. $\Delta S = C_V \ln (T_2/T_1) + R \ln [(V_2 - b)/(V_1 - b)]$.

2.149. $S = aT^3/3$.

2.150. $\Delta S = m\,[a \ln (T_2/T_1) + b\, (T_2 - T_1)] = 2{,}0$ кДж/К.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.151. $C = S/n$.

2.152. $T = T_0 \exp[(S - S_0)/C]$.

2.153. а) $C = -\alpha/T$; б) $Q = \alpha \ln(T_1/T_2)$;

в) $A = \alpha \ln(T_1/T_2) + C_V(T_1 - T_2)$.

2.154. а) $\eta = (n-1)/2n$; б) $\eta = (n-1)/(n+1)$.

2.155. $\Delta S = \nu R \ln n = 20$ Дж/К.

2.156. $\Delta U = \left(2^{\gamma-1} - 1\right) RT_0/(\gamma - 1)$, $\Delta S = R \ln 2$.

2.157. После необратимого расширения давление будет больше.

2.158. $\Delta S = \nu_1 R \ln(1+n) + \nu_2 R \ln(1 + 1/n) = 5{,}1$ Дж/К.

2.159. $\Delta S = m_1 c_1 \ln(T/T_1) + m_2 c_2 \ln(T/T_2) = 4{,}4$ Дж/К, где $T = (m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2)/(m_1 c_1 + m_2 c_2)$, c_1 и c_2 — удельные теплоемкости меди и воды.

2.160. $\Delta S = C_V \ln[(T_1 + T_2)^2/4T_1T_2] > 0$.

2.161. $\Delta F = RT \ln[(V_1 - b)/(V_2 - b)] + a/V_1 - a/V_2$.

2.162. $S = \nu R/(\gamma - 1) - \Delta F/T\left(\eta^{\gamma-1} - 1\right) = 0{,}20$ кДж/К.

2.164. а) $P = 1/2^N$;

б) $N = \lg(t/\tau)/\lg 2 \approx 80$, где $\tau \sim 10^{-5}$ с — среднее время пролета атомом гелия расстояния порядка размера сосуда.

2.165. $\Omega_{\text{вер}} = N!/[(N/2)!]^2 = 252$. $P_{N/2} = \Omega_{\text{вер}}/2^N = 24{,}6\ \%$.

2.166. $P_n = \dfrac{N!}{n!\,(N-n)!\,2^N}$; соответственно $\dfrac{1}{32}$, $\dfrac{5}{32}$, $\dfrac{10}{32}$, $\dfrac{10}{32}$, $\dfrac{5}{32}$, $\dfrac{1}{32}$.

2.167. $P_n = \dfrac{N!}{n!\,(N-n)!}\, p^n (1-p)^{N-n}$, где $p = V/V_0$.

2.168. $d = \sqrt[3]{6/\pi n_0 \eta^2} = 0{,}4$ мкм, где n_0 — число Лошмидта; $\langle n \rangle = 1/\eta^2 = 1{,}0 \cdot 10^6$.

2.169. $\delta Q = kT\Delta\eta = 4 \cdot 10^{-23}$ Дж.

2.170. Увеличится в $\Omega/\Omega_0 = (1 + \Delta T/T_0)^{iN_A/2} = 10^{1{,}31 \cdot 10^{21}}$ раз.

2.171. а) $\Delta p = 4\alpha/d = 13$ атм; б) $\Delta p = 8\alpha/d = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ атм.

2.172. $h = 4\alpha/\rho g d = 21$ см.

2.173. $\alpha = p_0 d (1 - \eta^3/n)/8(\eta^2 - 1)$.

2.174. $R = ab/(a-b)$; $\theta = 120°$.

2.175. $p = p_0 + \rho g h + 4\alpha/d = 2{,}2$ атм.

2.176. $h = [p_0(n^3 - 1) + 4\alpha(n^2 - 1)/d]/\rho g = 5$ м.

2.177. $\Delta h = 4\alpha |\cos\vartheta| (d_2 - d_1)/d_1 d_2 \rho g = 11$ мм.

2.178. $R = 2\alpha/\rho g h = 0{,}6$ мм.

2.179. $x = l/(1 + p_0 d/4\alpha) = 1{,}4$ см.

2.180. $\alpha = [\rho g h + p_0 l/(l-h)]\, d/4 \cos\vartheta$.

2.181. $h = 4\alpha/\rho g (d_2 - d_1) = 6$ см.

2.182. $h = 2\alpha \cos\vartheta/\rho g x \delta\varphi$.

2.183. $V_1 = (\pi d^2/4)[2gl - 4\alpha(n-1)/\rho d]^{1/2}/\sqrt{n^4 - 1} = 0{,}9$ см³/с.

2.184. $R = 2\alpha/(mg/\pi a^2 - \rho g h)$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.185. $R_2 - R_1 \approx \rho g h^3/8\alpha = 0{,}20$ мм.

2.186. $m \approx 2\pi R^2 \alpha \,|\cos\vartheta|\, (n^2-1)/gh = 0{,}7$ кг.

2.187. $F \approx 2\alpha m/\rho h^2 = 1{,}0$ Н.

2.188. $F = 2\pi R^2 \alpha/h = 0{,}6$ кН.

2.189. $F = 2\alpha^2 l/\rho g d^2 = 13$ Н.

2.190. $t = 2l\eta R^4/\alpha r^4$.

2.191. $Q = 2\pi\alpha^2/\rho g$.

2.192. а) $F = \pi\alpha d^2 = 3$ мкДж; б) $F = 2\pi\alpha d^2 = 10$ мкДж.

2.193. $\Delta F = 2\pi\alpha d^2 \left(2^{-1/3} - 1\right) = -1{,}5$ мкДж.

2.194. $A' = F + pV \ln(p/p_0)$, где $F = 8\pi R^2\alpha$, $p = p_0 + 4\alpha/R$, $V = (4\pi/3) R^3$.

2.195. $C - C_p = R/2\,(1 + 3p_0 r/8\alpha)$.

2.197. а) $\Delta S = -2\,(d\alpha/dT)\,\Delta\sigma$; б) $\Delta U = 2\,(\alpha - T \cdot d\alpha/dT)\,\Delta\sigma$.

2.198. $A = \Delta m RT/M = 1{,}2$ Дж.

2.199. $m_п = (V - mV'_ж)/(V'_п - V'_ж) = 20$ г, $V_п = 1{,}0$ л. Здесь $V'_ж$ — удельный объем воды.

2.200. $m_ж \approx Mp_0\,(V_0 - V)/RT = 2{,}0$ г, где p_0 — нормальное давление.

2.201. $\eta = (n-1)/(N-1)$; $\eta = 1/(N+1)$.

2.202. $\Delta S = mq/T = 6{,}0$ кДж/К; $\Delta U = m\,(q - RT/M) = 2{,}1$ МДж, где $T = 373$ К.

2.203. $h \approx (Q - mc\Delta T)/p_0 S\,(1 + qM/RT) = 20$ см, где c — удельная теплоемкость воды, $\Delta T = 100$ К, q — удельная теплота парообразования воды, T — ее температура кипения.

2.204. $A = mc\,(T - T_0)\,RT/qM = 25$ Дж, где c — удельная теплоемкость воды, T — начальная температура пара, равная температуре кипения воды (это видно из условия), q — удельная теплота конденсации пара.

2.205. $A = mq\,(T_1/T_2 - 1) = 0{,}80$ МДж.

2.206. $d \approx 4\alpha M/\eta\rho RT = 0{,}2$ мкм, где ρ — плотность воды.

2.207. $\mu = \eta p_0 \sqrt{M/2\pi RT} = 0{,}35$ г/(с·см^2), где p_0 — нормальное давление.

2.208. $p = \mu \sqrt{2\pi RT/M} = 0{,}9$ нПа.

2.209. $\Delta p = a/V_M^2 = 1{,}7 \cdot 10^4$ атм.

2.210. $p_i \approx \rho q$. Приблизительно $2 \cdot 10^4$ атм.

2.212. $a = 27R^2T_{кр}^2/64p_{кр} = 3{,}6$ атм·л^2/моль^2, $b = RT_{кр}/8p_{кр} = 0{,}043$ л/моль.

2.213. $V'_{кр} = 3RT_{кр}/8Mp_{кр} = 4{,}7$ см^3/г.

2.214. $(\pi + 3/\nu^2)\,(3\nu - 1) = 8\tau$, $\tau = 1{,}5$.

2.215. а) $V_{макс} = 3bm/M = 5{,}0$ л; б) $p_{макс} = a/27b^2 = 230$ атм.

2.216. $T_{кр} = 8a/27bR \approx 300$ К, $\rho_{кр} = M/3b = 0{,}34$ г/см^3.

2.217. $\eta = 8Mp_{кр}/3\rho RT_{кр} = 0{,}25$, где ρ — плотность эфира при комнатной температуре.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.218. Применим уравнение (2.4д) к обратимому изотермическому циклу *1234531:*

$$T\oint dS=\oint dU+\oint p\,dV.$$

Так как первые два интеграла равны нулю, то и $\oint p\,dV=0$. Последнее может быть только при равенстве площадей *I* и *II*.

Заметим, что эти рассуждения неприменимы, например, к циклу *1231*. Он необратим, ибо включает совершаемый в точке *3* необратимый переход из однофазного состояния в двухфазное.

2.219. $\eta=c|t|/q=0{,}25$, где q — удельная теплота плавления льда; при $t=-80$ °C.

2.220. $\Delta T=-(T\Delta V'/q)\,\Delta p=-7{,}5$ мК, где q — удельная теплота плавления льда.

2.221. $V'_{\text{нп}}\approx q\Delta T/T\Delta p=1{,}7$ м³/кг, q — удельная теплота парообразования, $T=373$ К.

2.222. $p_{\text{нп}}\approx p\,(1+qM\Delta T/RT^2)=1{,}04$ атм, где q — удельная теплота парообразования, p_0 — нормальное атмосферное давление, $\Delta T=1{,}1$ К.

2.223. $\Delta m/m=(qM/RT-1)\,\Delta T/T=5\,\%$.

2.224. $q=R\,(a-bT)$.

2.225. $p=p_0\exp[(qM/R)\,(1/T_0-1/T)]$. Эти упрощения допустимы для не слишком широкого интервала температур, значительно меньших критической.

2.226. $\eta\approx cpT\Delta V'/q^2=0{,}03$, где c — удельная теплоемкость льда, $T\approx 273$ К, q — удельная теплота плавления.

2.227. а) 216 К, 5,1 атм; б) соответственно 0,78; 0,57 и 0,21 кДж/г.

2.228. $\Delta S\approx m[c\ln(T_2/T_1)+q/T_2]=7{,}2$ кДж/К.

2.229. $\Delta S_{\text{уд}}\approx q_{\text{пл}}/T_1+c\ln(T_2/T_1)+q_{\text{пар}}/T_2=8{,}6$ Дж/(г·К).

2.230. $\Delta S=mc\ln(T/T_1)=-10$ Дж/К, где c — удельная теплоемкость меди, $T=273$ К (при данных условиях лед растает частично).

2.231. а) При $m_2c_2t_2<m_1q$ лед растает не весь и

$$\Delta S=m_2c_2[T_2/T_1-1-\ln(T_2/T_1)]=9{,}2\ \text{Дж/К};$$

б) при $m_2c_2t_2>m_1q$ лед растает весь и

$$\Delta S=m_1q/T_1+c_2[m_1\ln(T/T_1)-m_2\ln(T_2/T)]=18\ \text{Дж/К},$$

где $T=(m_1T_1+m_2T_2-m_1q/c_2)/(m_1+m_2)$.

2.232. $\Delta S=mq\,(1/T_1-1/T_2)+mc\,[T_2/T_1-1-\ln(T_2/T_1)]=0{,}48$ Дж/К.

2.233. $C=C_p-qM/T=-74$ Дж/(К·моль), где $C_p=R\gamma/(\gamma-1)$.

2.234. $\Delta S=qM/T_2+C_p\ln(T_2/T_1)$, где $C_p=R\gamma/(\gamma-1)$.

2.235. а) $\eta\approx 0{,}37$; б) $\eta\approx 0{,}23$.

2.236. $\lambda=\Delta l/\ln\eta$.

2.237. а) $P=\exp(-\alpha t)$; б) $\langle t\rangle=1/\alpha$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.238. а) $\lambda = 0{,}06$ мкм, $\tau = 0{,}13$ нс; б) $\lambda = 6$ Мм, $\tau = 3{,}8$ ч.

2.239. В 18 раз.

2.240. $\lambda = (2\pi N_A/3b)^{2/3}\,(kT_0/\sqrt{2}\pi p_0) = 84$ нм.

2.241. $\nu = \pi d^2 p_0 N_A \sqrt{2\gamma/MRT_0} = 5{,}5$ ГГц.

2.242. а) 0,7 Па; б) $2\cdot 10^{14}$ см$^{-3}$, 0,2 мкм.

2.243. а) $\nu = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v\rangle = 0{,}74\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$;

б) $\nu = (\pi/\sqrt{2})\, d^2 n^2 \langle v\rangle = 1{,}0\cdot 10^{29}$ с$^{-1}\cdot$см$^{-3}$, где $n = p_0/kT_0$, $\langle v\rangle = \sqrt{8RT/\pi M}$.

2.244. а) $\lambda = \text{const}$, $\nu \sim \sqrt{T}$; б) $\lambda \sim T$, $\nu \sim 1/\sqrt{T}$.

2.245. а) $\lambda = \text{const}$, ν увеличится в $\sqrt{n}$ раз; б) λ уменьшится в n раз, ν увеличится в n раз.

2.246. а) $\lambda \sim V$, $\nu \sim V^{-6/5}$; б) $\lambda \sim p^{-5/7}$, $\nu \sim p^{6/7}$;

в) $\lambda \sim T^{-5/2}$, $\nu \sim T^3$.

2.247. а) $\lambda \sim V$, $\nu \sim V^{-(n+1)/2}$; б) $\lambda \sim p^{-1/n}$, $\nu \sim p^{(n+1)/2n}$;

в) $\lambda \sim T^{1/(1-n)}$, $\nu \sim T^{(n+1)/2(n-1)}$.

2.248. а) $C = R(1+2i)/4 = 23$ Дж/(К·моль);

б) $C = R(i+2)/2 = 29$ Дж/(К·моль).

2.249. $n = n_0 \exp(-t/\tau)$, где $\tau = 4V/S\langle v\rangle$, $\langle v\rangle = \sqrt{8RT/\pi M}$.

2.250. Увеличится в $(1+\eta)/(1+\sqrt{\eta})$ раз.

2.251. Увеличилось в $\alpha^3/\beta = 2{,}0$ раза.

2.252. а) D увеличится в n раз, $\eta = \text{const}$;

б) D увеличится в $n^{3/2}$ раз, η — в $\sqrt{n}$ раз.

2.253. D уменьшится в $n^{4/5} \approx 6{,}3$ раза, η увеличится в $n^{1/5} \approx 1{,}6$ раза.

2.254. а) $n = 3$; б) $n = 1$; в) $n = 1$.

2.255. 0,18 нм.

2.256. $d_{Ar}/d_{He} = 1{,}7$.

2.257. $N_1 \approx 2\pi\eta\omega R^3/\Delta R$; $p = \sqrt{2}kT/\pi d^2 n \Delta R = 0{,}7$ Па.

2.258. $\eta = (1/R_1^2 - 1/R_2^2)\, N_1/4\pi\omega$.

2.259. $N = \pi\eta\omega a^4/2h$.

2.260. $N = (\omega a^4 p/3)\sqrt{\pi M/2RT}$.

2.261. $\mu = (\pi a^4 M/16\eta RT)\,|p_2^2 - p_1^2|/l$.

2.262. $T = (\varkappa_1 T_1/l_1 + \varkappa_2 T_2/l_2)/(\varkappa_1/l_1 + \varkappa_2/l_2)$.

2.263. $\varkappa = (l_1 + l_2)/(l_1/\varkappa_1 + l_2/\varkappa_2)$.

2.264. $T(x) = T_1 (T_2/T_1)^{x/l}$; $q = (\alpha/l)\ln(T_2/T_1)$.

2.265. $\Delta T = (\Delta T)_0 \exp(-\alpha t)$, где $\alpha = (1/C_1 + 1/C_2)\, S\varkappa/l$.

2.266. $T = T_1\left\{1 + (x/l)\left[(T_2/T_1)^{3/2} - 1\right]\right\}^{2/3}$, где x — расстояние от пластины с температурой T_1.

2.267. $q = 2iR^{3/2}\left(T_2^{3/2} - T_1^{3/2}\right)/9\pi^{3/2} l d^2 N_A \sqrt{M} = 40$ Вт/м^2, где $l = 3$, d — эффективный диаметр атома гелия.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2.268. $\lambda = 23$ мм $> l$, следовательно, газ ультраразреженный; $q = p\langle v\rangle (t_2 - t_1)/6T(\gamma - 1) = 22$ Вт/м^2, где $\langle v\rangle = \sqrt{8RT/\pi M}$, $T = (T_1 + T_2)/2$.

2.269. $T = T_1 + [(T_2 - T_1)/\ln(R_2/R_1)] \ln(r/R_1)$.

2.270. $T = T_1 + (1/R_1 - 1/r)(T_2 - T_1)/(1/R_1 - 1/R_2)$.

2.271. $T = T_0 + (R^2 - r^2) w/4\varkappa$.

2.272. $T = T_0 + (R^2 - r^2) w/6\varkappa$.

3.1. Отношение $F_{эл}/F_{гр}$ равно соответственно $4 \cdot 10^{42}$ и $1 \cdot 10^{36}$; $q/m = 0{,}86 \cdot 10^{-10}$ Кл/кг.

3.2. Около $2 \cdot 10^{15}$ Н.

3.3. $dq/dt = (3a/2)\sqrt{2\pi\varepsilon_0 mg/l}$.

3.4. $q_3 = -q_1 q_2/(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2})^2$, $\mathbf{r}_3 = (\mathbf{r}_1\sqrt{q_2} + \mathbf{r}_2\sqrt{q_1})/(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2})$.

3.5. $\Delta F = qq_0/8\pi^2\varepsilon_0 r^2 = 50$ Н.

3.6. $\mathbf{E} = 2{,}7\mathbf{i} - 3{,}6\mathbf{j}$, $E = 4{,}5$ кВ/м.

3.7. $E = ql/[\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 (l^2 + x^2)^{3/2}]$.

3.8. $E = q/2\pi^2\varepsilon_0 R^2 = 0{,}10$ кВ/м.

3.9. $E = ql/[4\pi\varepsilon_0 (r^2 + l^2)^{3/2}]$. При $l \gg r$ напряженность $E \approx q/4\pi\varepsilon_0 l^2$, как для точечного заряда. $E_{макс} = q/6\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 r^2$ при $l = r/\sqrt{2}$.

3.10. $E = 3qR^2/4\pi\varepsilon_0 x^4$.

3.11. $F = q\lambda/4\pi\varepsilon_0 R$.

3.12. а) $E = \lambda_0/4\varepsilon_0 R$;

б) $E = \lambda_0 R^2/[4\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}]$, при $x \gg R$ напряженность $E \approx p/4\pi\varepsilon_0 x^3$, где $p = \pi R^2 \lambda_0$.

3.13. а) $E = q/[4\pi\varepsilon_0 r\sqrt{a^2 + r^2}]$;

б) $E = q/[4\pi\varepsilon_0 (r^2 - a^2)]$. В обоих случаях при $r \gg a$ напряженность $E \approx q/4\pi\varepsilon_0 r^2$.

3.14. $E = \lambda\sqrt{2}/4\pi\varepsilon_0 y$. Вектор $\mathbf{E}$ направлен под углом 45° к нити.

3.15. а) $E = \lambda\sqrt{2}/4\pi\varepsilon_0 R$; б) $E = 0$.

3.16. $\mathbf{E} = -\mathbf{a}r/3\varepsilon_0$.

3.17. $\mathbf{E} = -\mathbf{k}\sigma_0/3\varepsilon_0$, где $\mathbf{k}$ — орт оси z, от которой отсчитывается угол ϑ. Как видно, поле внутри данной сферы однородное.

3.18. $\mathbf{E} = -\mathbf{a}R^2/6\varepsilon_0$.

3.19. $E_{макс} = \lambda/\pi\varepsilon_0 l = 40$ кВ/м.

3.20. $E = \sigma_0/2\varepsilon_0$, причем направление вектора $\mathbf{E}$ соответствует углу $\varphi = \pi$.

3.21. $\Phi = 4\pi Ra$.

3.22. а) $E = (\rho_0 r/3\varepsilon_0)(1 - 3r/4R)$ при $r \leqslant R$, $E = \rho_0 R^3/12\varepsilon_0 r^2$ при $r \geqslant R$;

б) $E_{макс} = \rho_0 R/9\varepsilon_0$ при $r_m = 2R/3$.

3.23. $q = 2\pi R^2\alpha$, $E = \alpha/2\varepsilon_0$.

3.24. $E = (\rho_0/3\varepsilon_0\alpha r^2)[1 - \exp(-\alpha r^3)]$. Соответственно $E \approx \rho_0 r/3\varepsilon_0$ и $E \approx \rho_0/3\varepsilon_0\alpha r^2$.

3.25. $\mathbf{E} = \mathbf{a}\rho/3\varepsilon_0$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.26. $\mathbf{E} = a\rho/3\varepsilon_0$.

3.27. $v_{\text{макс}} = q/\sqrt{6\pi\varepsilon_0 ma}$.

3.28. $\Delta\varphi = (q/2\pi\varepsilon_0 R)\left(1 - 1/\sqrt{1+(l/R)^2}\right) = 12$ кВ.

3.29. $\varphi_1 - \varphi_2 = (\lambda/2\pi\varepsilon_0)\ln\eta = 5$ кВ.

3.30. $A = \left(1 - 1/\sqrt{1+(l/R)^2}\right) q'q/4\pi\varepsilon_0 R = 0{,}10$ Дж.

3.31. $\varphi = \sigma R/2\varepsilon_0$, $E = \sigma/4\varepsilon_0$.

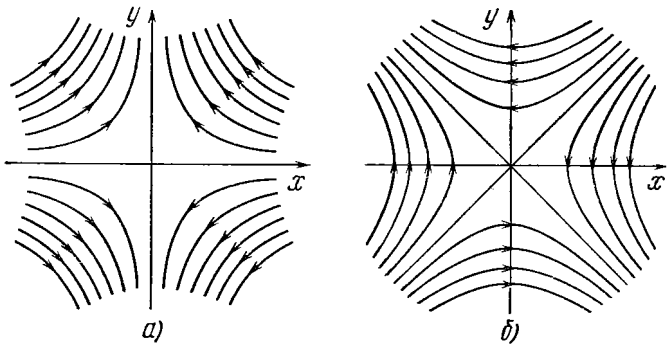
3.32. $\varphi = (\sigma l/2\varepsilon_0)\left(\sqrt{1+(R/l)^2} - 1\right)$, $E = (\sigma/2\varepsilon_0)\left(1 - l/\sqrt{l^2+R^2}\right)$. При $l \to 0$ потенциал $\varphi = \sigma R/2\varepsilon_0$, $E = \sigma/2\varepsilon_0$; при $l \gg R$ потенциал $\varphi \approx q/4\pi\varepsilon_0 l$, $E \approx q/4\pi\varepsilon_0 l^2$, где $q = \sigma\pi R^2$.

3.33. $\varphi = \sigma R/\pi\varepsilon_0$.

3.34. а) $\varphi_0 = 3q/8\pi\varepsilon_0 R$; б) $\varphi = \varphi_0\left(1 - r^2/3R^2\right)$, $r \leqslant R$.

3.35. $\mathbf{E} = -\mathbf{a}$, т. е. поле однородное.

3.36. а) $\mathbf{E} = -2a\,(x\mathbf{i} - y\mathbf{j})$;



а) б)

Рис. 13

б) $\mathbf{E} = -a\,(y\mathbf{i} + x\mathbf{j})$. Здесь $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ — орты осей x, y. См. рис. 13, соответствующий случаю $a > 0$.

3.37. $E_a = -\alpha\,(y - 6z)/\sqrt{10} = -19\alpha/\sqrt{10} = -6{,}0\alpha$.

3.38. $E = \sqrt{E_r^2 + E_\vartheta^2} = (p/4\pi\varepsilon_0 r^3)\sqrt{1 + 3\cos^2\vartheta}$, где E_r — радиальная, а E_ϑ — перпендикулярная к ней составляющие вектора $\mathbf{E}$.

3.39. $E_z = p\,(3\cos^2\vartheta - 1)/4\pi\varepsilon_0 r^3$, $E_\perp = 3p\sin\vartheta\cos\vartheta/4\pi\varepsilon_0 r^3$.

3.40. $R = (p/4\pi\varepsilon_0 E_0)^{1/3}$.

3.41. $\varphi \approx (\lambda l/2\pi\varepsilon_0 r)\cos\vartheta$, $E \approx \lambda l/2\pi\varepsilon_0 r^2$.

3.42. а) $p = 2qa/\pi$; б) $E = qa/\pi^2\varepsilon_0 r^3$.

3.43. $\varphi = \dfrac{ql}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{x}{(R^2+x^2)^{3/2}}$, $E_x = -\dfrac{ql}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{R^2 - 2x^2}{(R^2+x^2)^{5/2}}$, где E_x — проекция вектора $\mathbf{E}$ на ось x. Графики этих зависимостей показаны на рис. 14. При $|x| \gg R$ потенциал $\varphi \approx ql/4\pi\varepsilon_0 x^2$ и $E_x \approx ql/2\pi\varepsilon_0 x^3$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.44. $\varphi = \dfrac{\sigma l}{2\varepsilon_0} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$, $E_x = -\dfrac{\sigma l R^2}{2\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}$. См. рис. 15.

3.45. $A = pE_1$, от E_2 не зависит.

3.46. а) $\mathbf{F} = 0$; б) $\mathbf{F} = -\lambda \mathbf{p}/2\pi\varepsilon_0 r^2$; в) $\mathbf{F} = \lambda \mathbf{p}/2\pi\varepsilon_0 r^2$.

3.47. $F = 3p^2/2\pi\varepsilon_0 l^4 = 2{,}1 \cdot 10^{-16}$ Н.

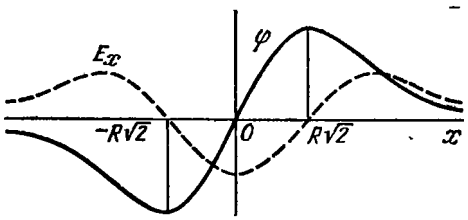


Рис. 14

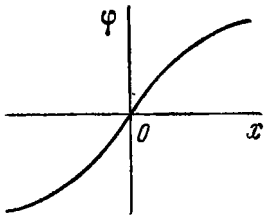


Рис. 15

3.48. а) $\varphi = -axy + \text{const}$; б) $\varphi = ay(y^2/3 - x^2) + \text{const}$; в) $\varphi = -y(ax + bz) + \text{const}$.

3.49. $\rho = 6\varepsilon_0 ax$.

3.50. $\rho = 2\varepsilon_0 \Delta\varphi/d^2$; $E = \rho d/\varepsilon_0$.

3.51. $\rho = -6\varepsilon_0 a$.

3.52. $q = 4l\sqrt{\pi\varepsilon_0 \varkappa x}$.

3.53. $A = q^2/16\pi\varepsilon_0 l = 0{,}15$ Дж.

3.54. $F = (2\sqrt{2} - 1)\, q^2/8\pi\varepsilon_0 l^2$.

3.55. $F = (2\sqrt{2} - 1)\, q^2/4\pi\varepsilon_0 l^2 = 8$ Н.

3.56. $F = (2\sqrt{2} - 1)\, q^2/32\pi\varepsilon_0 l^2 = 3{,}3$ Н.

3.57. $F = 3p^2/32\pi\varepsilon_0 l^4$.

3.58. $\sigma = -ql/[2\pi(l^2 + r^2)^{3/2}]$, $q_{\text{инд}} = -q$.

3.59. а) $F_1 = \lambda^2/4\pi\varepsilon_0 l$; б) $\sigma = l\lambda/\pi(l^2 + x^2)$.

3.60. а) $\sigma = \lambda/2\pi l$; б) $\sigma(r) = \lambda/(2\pi\sqrt{l^2 + r^2})$.

3.61. $\sigma = lq/[2\pi(l^2 + R^2)^{3/2}]$.

3.62. $\varphi = q/4\pi\varepsilon_0 l = 15$ кВ.

3.63. $\varphi = (q/4\pi\varepsilon_0)(1/r - 1/R_1 + 1/R_2) = 1{,}0$ кВ.

3.64. $q_2 = -q_1 b/a$; $\varphi = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0} \times \begin{cases} 1/r - 1/a & \text{при } a \leqslant r \leqslant b, \\ (1 - b/a)/r & \text{при } r \geqslant b. \end{cases}$

3.65. а) $E_{23} = \Delta\varphi/d$, $E_{12} = E_{34} = E_{23}/2$;

б) $|\sigma_1| = \sigma_4 = \varepsilon_0 \Delta\varphi/2d$, $\sigma_2 = |\sigma_3| = 3\varepsilon_0 \Delta\varphi/2d$.

3.66. $\Delta q = ql/d$.

3.67. $q_1 = -q(l - x)/l$, $q_2 = -qx/l$. Указание. Если заряд q мысленно «размазать» равномерно по плоскости, проходящей через этот заряд и параллельной проводящим плоскостям, то заряды q_1 и q_2 не изменятся. Изменится только их распределение, и электрическое поле станет простым для расчета.

3.68. $dF/dS = \sigma^2/2\varepsilon_0 = 0{,}12$ кН/м^2.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

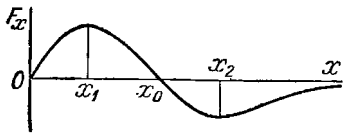


Рис. 16

3.69. $F = q^2/32\pi\varepsilon_0 R^2 = 0{,}5$ кН.

3.70. $F = \pi R^2 \sigma_0^2/4\varepsilon_0$.

3.71. $N = n_0 p/(\varepsilon - 1)\,\varepsilon_0 E = 3 \cdot 10^3$, где n_0 — концентрация молекул.

3.72. $F = 3\beta p^2/4\pi^2\varepsilon_0 l^7$.

3.73. а) $x_0 = R/\sqrt{2}$; б) $x_1 = 0{,}29R$ (отталкивание); в) $x_2 = 1{,}1R$ (притяжение). См. рис. 16.

3.74. $\mathbf{P} = \dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \dfrac{q}{4\pi r^3}\mathbf{r}$, $q' = -\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q$.

3.75. $\sigma' = (q/4\pi a^2)\,(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_1\varepsilon_2$.

3.77. $q'_{\text{внутр}} = -q\,(\varepsilon - 1)/\varepsilon = -2{,}0$ мкКл;
$q'_{\text{наруж}} = q\,(\varepsilon - 1)/\varepsilon = 2{,}0$ мкКл.

3.78. См. рис. 17.

3.79. $E = (E_0/\varepsilon)\sqrt{\cos^2\alpha_0 + \varepsilon^2 \sin^2\alpha_0} = 5{,}2$ В/м; $\operatorname{tg}\alpha = \varepsilon \operatorname{tg}\alpha_0$, отсюда $\alpha = 74°$; $\sigma' = \varepsilon_0\,(1 - 1/\varepsilon)\,E_0 \cos\alpha_0 = 64$ пКл/м².

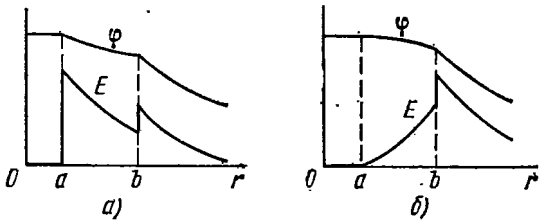


Рис. 17

3.80. а) $\oint \mathbf{E}\,d\mathbf{S} = \dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\pi R^2 E_0 \cos\vartheta$;

б) $\oint \mathbf{D}\,d\mathbf{r} = -\varepsilon_0\,(\varepsilon - 1)\,lE_0 \sin\vartheta$.

3.81. а) $E\,(l < d) = \rho l/\varepsilon\varepsilon_0$, $E\,(l > d) = \rho d/\varepsilon_0$; $\varphi\,(l \leqslant d) = -\rho l^2/2\varepsilon\varepsilon_0$, $\varphi\,(l \geqslant d) = -(d/2\varepsilon + l - d)\rho d/\varepsilon_0$. Графики зависимостей $E_x(x)$ и $\varphi(x)$ см. на рис. 18;

б) $\sigma' = \rho d\,(\varepsilon - 1)/\varepsilon$, $\rho' = -\rho\,(\varepsilon - 1)/\varepsilon$.

3.82. а) $E\,(r < R) = \rho r/3\varepsilon_0\varepsilon$, $E\,(r > R) = \rho R^3/3\varepsilon_0 r^2$;

б) $\rho' = -\rho\,(\varepsilon - 1)/\varepsilon$, $\sigma' = \rho R\,(\varepsilon - 1)/3\varepsilon$. См. рис. 19.

3.83. $\mathbf{E} = -\mathbf{P}d/4\varepsilon_0 R$.

3.84. $\mathbf{E} = -\mathbf{P}_0\,(1 - x^2/d^2)/\varepsilon_0$, $U = 4P_0 d/3\varepsilon_0$.

3.85. а) $E_1 = 2\varepsilon E_0/(\varepsilon + 1)$, $E_2 = 2E_0/(\varepsilon + 1)$, $D_1 = D_2 = 2\varepsilon\varepsilon_0 E_0/(\varepsilon + 1)$;

б) $E_1 = E_0$, $E_2 = E_0/\varepsilon$, $D_1 = D_2 = \varepsilon_0 E_0$.

3.86. а) $E_1 = E_2 = E_0$, $D_1 = \varepsilon_0 E_0$, $D_2 = \varepsilon D_1$;

б) $E_1 = E_2 = 2E_0/(\varepsilon + 1)$, $D_1 = 2\varepsilon_0 E_0/(\varepsilon + 1)$, $D_2 = \varepsilon D_1$.

3.87. $E = q/2\pi\varepsilon_0\,(\varepsilon + 1)\,r^2$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.88. $\rho = \rho_0\varepsilon/(\varepsilon - 1) = 1{,}6$ г/см^3, где ε и ρ_0 — диэлектрическая проницаемость и плотность керосина.

3.89. $\sigma'_{\text{макс}} = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E = 3{,}5$ нКл/м^2, $q' = \pi R^2 (\varepsilon - 1)\,\varepsilon_0 E = 10$ пКл.

3.90. а) Воспользовавшись непрерывностью нормальной составляющей вектора $\mathbf{D}$ на границе диэлектрика, получим $\sigma' = -ql(\varepsilon - 1)/2\pi r^3 (\varepsilon + 1)$, при $l \to 0$ величина $\sigma' \to 0$;

б) $q' = -q(\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 1)$.

3.91. $F = q^2(\varepsilon - 1)/16\pi\varepsilon_0 l^2 (\varepsilon + 1)$.

3.92. $D = q/2\pi(1 + \varepsilon) r^2$ в вакууме, $D = \varepsilon q/2\pi(1 + \varepsilon) r^2$ в диэлектрике; всюду $E = q/2\pi\varepsilon_0 (1 + \varepsilon) r^2$, $\varphi = q/2\pi\varepsilon_0 (1 + \varepsilon) r$.

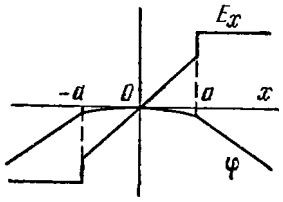


Рис. 18

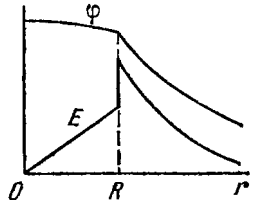


Рис. 19

3.93. $\sigma' = ql(\varepsilon - 1)/2\pi r^3\varepsilon(\varepsilon + 1)$; $\sigma' \to 0$ при $l \to 0$.

3.94. $\sigma' = ql(\varepsilon - 1)/2\pi r^3\varepsilon$.

3.95. $\mathbf{E}_1 = \mathbf{P}h/\varepsilon_0 d$ (в зазоре), $\mathbf{E}_2 = -(1 - h/d)\,\mathbf{P}/\varepsilon_0$, $\mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_2 = \mathbf{P}h/d$.

3.96. $\rho' = -2\alpha$, т. е. от r не зависит.

3.97. а) $\mathbf{E} = -\mathbf{P}/3\varepsilon_0$.

3.98. $\mathbf{E} = 3\mathbf{E}_0/(\varepsilon + 2)$, $\mathbf{P} = 3\varepsilon_0\mathbf{E}_0(\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 2)$.

3.99. $\mathbf{E} = -\mathbf{P}/2\varepsilon_0$.

3.100. $\mathbf{E} = 2\mathbf{E}_0/(\varepsilon + 1)$; $\mathbf{P} = 2\varepsilon_0\mathbf{E}_0(\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 1)$.

3.101. $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1/(1 + (\varepsilon - 1)\,R_1/R_2) = 1{,}9$ пФ.

3.102. В $(\varepsilon + 1)/2 = 2{,}0$ раза; $q = C\mathscr{E}(\varepsilon - 1)/2(\varepsilon + 1) = 1{,}0$ нКл.

3.103. а) $C = \varepsilon_0 S/(d_1/\varepsilon_1 + d_2/\varepsilon_2)$;

б) $\sigma' = \varepsilon_0 U(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1)$.

3.104. а) $C = \varepsilon_0(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,S/d\ln(\varepsilon_2/\varepsilon_1)$;

б) $\rho' = -q(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/dS\varepsilon^2$.

3.105. а) $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon ab/(b - a)$; б) $C = 4\pi\varepsilon_0\alpha/\ln(b/a)$.

3.106. а) $C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon l/\ln(b/a)$; б) $C = 2\pi\varepsilon_0 l\alpha/(b - a)$.

3.107. $C = 2\pi\varepsilon_0(1 + \varepsilon)\,ab/(b - a)$.

3.108. При условии $\varepsilon_1 R_1 E_{1m} = \varepsilon_2 R_2 E_{2m}$.

3.109. $U = R_1 E_1[\ln(R_2/R_1) + (\varepsilon_1/\varepsilon_2)\ln(R_3/R_2)]$.

3.110. $C_1 \approx \pi\varepsilon_0/\ln(b/a) = 7{,}1$ пФ/м.

3.111. $C \approx 2\pi\varepsilon_0/\ln(2b/a)$.

3.112. $C \approx 2\pi\varepsilon_0\varepsilon a$. Указание. При $b \gg a$ можно считать, что заряды распределены по поверхности шариков практически равномерно.

3.113. $C \approx 4\pi\varepsilon_0 a$.

3.114. а) $C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 + C_3$; б) $C_{\text{общ}} = C$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.115. а) $C = 2\varepsilon_0 S/3d = 0{,}13$ нФ; б) $C = 3\varepsilon_0 S/2d = 0{,}29$ нФ.

3.116. $U \leqslant U_1 (1 + C_1/C_2) = 9$ кВ.

3.117. $U = \mathscr{E}/(1 + 3\eta + \eta^2) = 10$ В.

3.118. $C_x = C(\sqrt{5} - 1)/2 = 0{,}62C$. Поскольку цепь бесконечна, все звенья, начиная со второго, могут быть заменены емкостью C_x, равной искомой.

3.119. $U_1 = q/C_1 = 10$ В, $U_2 = q/C_2 = 5$ В, где $q = (\varphi_A - \varphi_B + \mathscr{E})\, C_1C_2/(C_1 + C_2)$.

3.120. $U_1 = (\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)/(1 + C_1/C_2)$, $U_2 = (\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)/(1 + C_2/C_1)$.

3.121. $q = |\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2|\, C_1C_2/(C_1 + C_2)$.

3.122. $\varphi_A - \varphi_B = \mathscr{E}\,(C_2C_3 - C_1C_4)/(C_1 + C_2)\,(C_3 + C_4)$. Если $C_1/C_2 = C_3/C_4$.

3.123. $q = U/(1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3) = 0{,}06$ мКл.

3.124. $q_1 = \mathscr{E}C_2$, $q_2 = -\mathscr{E}C_1C_2/(C_1 + C_2)$.

3.125. $q_1 = \mathscr{E}C_1\,(C_1 - C_2)/(C_1 + C_2) = -24$ мкКл, $q_2 = \mathscr{E}\,(C_2 - C_1) = +60$ мкКл.

3.126. $\varphi_A - \varphi_B = (C_2\mathscr{E}_2 - C_1\mathscr{E}_1)/(C_1 + C_2 + C_3)$.

3.127. $\varphi_1 = [\mathscr{E}_2C_2 + \mathscr{E}_3C_3 - \mathscr{E}_1\,(C_2 + C_3)]/(C_1 + C_2 + C_3)$.

3.128. $C_{\text{общ}} = [2C_1C_2 + C_3\,(C_1 + C_2)]/(C_1 + C_2 + 2C_3)$.

3.129. а) Энергия $W = (\sqrt{2} + 4)\, q^2/4\pi\varepsilon_0 a$;

б) $W = (\sqrt{2} - 4)\, q^2/4\pi\varepsilon_0 a$; в) $W = -\sqrt{2}q^2/4\pi\varepsilon_0 a$.

3.130. $W = -2 \ln 2 \cdot q^2/4\pi\varepsilon_0 a$.

3.131. а) $W_{\text{вз}} = -q^2/8\pi\varepsilon_0 l$; б) $W_{\text{соб}} = q^2/16\pi\varepsilon_0 l$.

3.132. $A = 2\varepsilon_0 E^2 Sd = 30$ мкДж.

3.133. $\Delta W = -U^2C_1C_2/2\,(C_1 + C_2) = -0{,}03$ мДж.

3.134. $Q = \mathscr{E}^2CC_0/(2C + C_0)$.

3.135. $Q = C\mathscr{E}_2^2/2$. Интересно, что полученный результат не зависит от $\mathscr{E}_1$.

3.136. $W = W_1 + W_2 + W_{12} = (q_1^2/2R_1 + q_2^2/2R_2 + q_1q_2/R_2)/4\pi\varepsilon_0$.

3.137. а) $W = 3q^2/20\pi\varepsilon_0 R$; б) $W_1/W_2 = 1/5$.

3.138. $W = (q^2/8\pi\varepsilon_0\varepsilon)\,(1/a - 1/b) = 27$ мДж.

3.139. $A = (q^2/8\pi\varepsilon_0)\,(1/R_1 - 1/R_2)$.

3.140. $A = q\,(q_0 + q/2)\,(1/R_1 - 1/R_2)/4\pi\varepsilon_0 = 1{,}8$ Дж.

3.141. $F_1 = \sigma^2/2\varepsilon_0$.

3.142. $A = (q^2/8\pi\varepsilon_0)\,(1/a - 1/b)$.

3.143. а) $A = q^2\,(x_2 - x_1)/2\varepsilon_0 S$; б) $A = \varepsilon_0 SU^2\,(x_2 - x_1)/2x_1x_2$.

3.144. а) $A = CU^2\eta/2\,(1 - \eta)^2 = 1{,}5$ мДж;

б) $A = CU^2\eta\varepsilon\,(\varepsilon - 1)/2\,[\varepsilon - \eta\,(\varepsilon - 1)]^2 = 0{,}8$ мДж.

3.145. $\Delta p = \varepsilon_0\varepsilon\,(\varepsilon - 1)\,U^2/2d^2 = 7$ кПа $= 0{,}07$ атм.

3.146. $h = (\varepsilon - 1)\,\sigma^2/2\varepsilon_0\varepsilon\rho g$.

3.147. $F = \pi R\varepsilon_0\,(\varepsilon - 1)\,U^2/d$.

3.148. $N = (\varepsilon - 1)\,\varepsilon_0 R^2U^2/4d$, от угла α не зависит.

3.149. $I = 2\pi\varepsilon_0 aEv = 0{,}5$ мкА.

3.150. $I \approx 2\pi\varepsilon_0\,(\varepsilon - 1)\,rvU/d = 0{,}11$ мкА.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.151. а) $5R/6$; б) $7R/12$; в) $3R/4$.

3.152. $R_x = R(\sqrt{3}-1)$.

3.153. $R = (1+\sqrt{1+4R_2/R_1})\,R_1/2 = 6$ Ом. Указание. Поскольку цепь бесконечна, все звенья, начиная со второго, могут быть заменены сопротивлением, равным искомому сопротивлению R.

3.154. Подключим мысленно к точкам A и B источник напряжения U. Тогда $U = IR = I_0R_0$, где I — ток в подводящих проводах, I_0 — ток в проводнике AB. Ток I_0 можно представить как суперпозицию двух токов. Если бы ток I «втекал» в точку A и растекался по сетке на бесконечность, то по проводнику AB — из симметрии — шел бы ток $I/4$. Аналогично, если бы ток I поступал в сетку из бесконечности и «вытекал» из точки B, то по проводнику AB шел бы тоже ток $I/4$. Наложив друг на друга оба эти решения, получим $I_0 = I/2$. Поэтому $R = R_0/2$.

3.155. $R = (\rho/2\pi l)\ln(b/a)$.

3.156. $R = \rho(b-a)/4\pi ab$. При $b \longrightarrow \infty$ сопротивление $R = \rho/4\pi a$.

3.157. $\rho = 4\pi\,\Delta t\,ab/(b-a)\,C\ln\eta$.

3.158. $R = \rho/2\pi a$.

3.159. а) $j = 2alU/\rho r^3$; б) $R \approx \rho/4\pi a$.

3.160. а) $j = lU/2\rho r^2\ln(l/a)$; б) $R_1 = (\rho/\pi)\ln(l/a)$.

3.161 $I = UC/\rho\varepsilon\varepsilon_0 = 1{,}5$ мкА.

3.162. $RC = \rho\varepsilon\varepsilon_0$.

3.163. $\sigma = D_n = D\cos\alpha$; $j = D\sin\alpha/\varepsilon\varepsilon_0\rho$.

3.164. $I = US(\sigma_2-\sigma_1)/d\ln(\sigma_2/\sigma_1) = 5$ нА.

3.166. $q = \varepsilon_0(\rho_2-\rho_1)I = -15$ аКл.

3.167. $\sigma = \varepsilon_0 U(\varepsilon_2\rho_2-\varepsilon_1\rho_1)/(\rho_1d_1+\rho_2d_2)$; $\sigma = 0$ при $\varepsilon_1\rho_1 = \varepsilon_2\rho_2$.

3.168. $q = \varepsilon_0 I(\varepsilon_2\rho_2-\varepsilon_1\rho_1)$.

3.169. а) $R_1 = 2\alpha/\pi a^4$; б) $E = 2\alpha I/\pi a^4$.

3.170. $t = -RC\ln(1-U/U_0) = 0{,}6$ мкс.

3.171. $\rho = \tau/\varepsilon_0\varepsilon\ln 2 = 1{,}4\cdot10^{13}$ Ом·м.

3.172. $I = [(\eta-1)\mathcal{E}/R]\exp(-\eta t/RC)$.

3.173. $U = \mathcal{E}/(\eta+1) = 2{,}0$ В.

3.174. $\varphi_1-\varphi_2 = (\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2)\,R_1/(R_1+R_2)-\mathcal{E}_i = -4$ В.

3.175. $R = R_2-R_1$, $\Delta\varphi = 0$ у источника тока с сопротивлением R_2.

3.176. а) $I = \alpha$; б) $\varphi_A-\varphi_B = 0$.

3.177. $I = (a/2R)^2(\sqrt{1+4RU_0/a^2}-1)^2$.

3.178. $R = 5$ Ом. Дуга еще будет гореть, когда прямая $U = U_0-RI$ окажется касательной к кривой $U(I)$ графика на рис. 3.43.

3.179. $\varphi_A-\varphi_B = (\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2)\,R_1/(R_1+R_2) = -0{,}5$ В.

3.180. $I_1 = \mathcal{E}R_2/(RR_1+R_1R_2+R_2R) = 1{,}2$ А, $I_2 = I_1R_1/R_2 = 0{,}8$ А.

3.181. $U = U_0Rx/[Rl+R_0(l-x)\,x/l]$; при $R \gg R_0$ величина $U \approx U_0x/l$.

3.182. $\mathcal{E} = (\mathcal{E}_1R_2+\mathcal{E}_2R_1)/(R_1+R_2)$, $R_i = R_1R_2/(R_1+R_2)$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.183. $I=(R_1\mathscr{E}_2-R_2\mathscr{E}_1)/(RR_1+R_1R_2+R_2R)=0{,}02$ А; направление тока — слева направо (см. рис. 3.47).

3.184. а) $I_1=[R_3(\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_2)+R_2(\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_3)]/(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)=$
$=0{,}06$ А;

б) $\varphi_A-\varphi_B=\mathscr{E}_1-I_1R_1=0{,}9$ В.

3.185. $I=[\mathscr{E}(R_2+R_3)+\mathscr{E}_0R_3]/[R(R_2+R_3)+R_2R_3]$. От R_1 не зависит.

3.186. $\varphi_A-\varphi_B=$
$=[\mathscr{E}_2R_3(R_1+R_2)-\mathscr{E}_1R_1(R_2+R_3)]/(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)=-1{,}0$ В.

3.187. $I_1=[R_3(\varphi_1-\varphi_2)+R_2(\varphi_1-\varphi_3)]/(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)=$
$=0{,}2$ А.

3.188. $I=U/4R=1{,}0$ А. Ток идет от точки C к точке D.

3.189. $R_{AB}=r(r+3R)/(R+3r)=70$ Ом.

3.190. $U=[1-\exp(-2t/RC)]\,\mathscr{E}/2$.

3.191. а) $Q=4q^2R/3\Delta t=20$ кДж;

б) $Q=\ln 2\cdot q^2R/2\Delta t=0{,}13$ МДж.

3.192. $R=3R_0$.

3.194. $Q=I(\mathscr{E}-U)=0{,}6$ Вт, $P=-IU=-2{,}0$ Вт.

3.195. $I=U/2R$; $P_{\text{макс}}=U^2/4R$; $\eta=1/2$.

3.196. На $2\eta=2\,\%$.

3.197. $T-T_0=[1-\exp(-kt/C)]\,U^2/kR$.

3.198. $P=IU\approx 5$ Вт, где I и U — значения тока и напряжения в точке пересечения прямой $I=\mathscr{E}/R_i-U(R+R_i)/RR_i$ с кривой графика (рис. 3.56б).

3.199. $R_x=R_1R_2/(R_1+R_2)=12$ Ом.

3.200. $R=R_1R_2/(R_1+R_2)$; $Q_{\text{макс}}=(\mathscr{E}_1R_2+\mathscr{E}_2R_1)^2/4R_1R_2(R_1+R_2)$.

3.201. $Q=C\mathscr{E}^2R_1/2(R_1+R_2)=60$ мДж.

3.202. а) $\Delta W=-CU^2\eta/2(1-\eta)=-0{,}15$ мДж;

б) $A=CU^2\eta/2(1-\eta)=0{,}15$ мДж.

3.203. $\Delta W=-(\varepsilon-1)\,CU^2/2=-0{,}5$ мДж, $A=(\varepsilon-1)\,CU^2/2=$
$=0{,}5$ мДж.

3.204. $h\approx\varepsilon_0(\varepsilon-1)\,U^2/2\rho gd^2$, где ρ — плотность воды.

3.205. а) $q=q_0\exp(-t/\varepsilon_0\varepsilon\rho)$; б) $Q=(1/a-1/b)\,q_0^2/8\pi\varepsilon_0\varepsilon$.

3.206. а) $q=q_0[1-\exp(-\tau/RC)]=0{,}18$ мКл;

б) $Q=[1-\exp(-2\tau/RC)]\,q_0^2/2C=82$ мДж.

3.207. а) $I=(U_0/R)\exp(-2t/RC)$; б) $Q=CU_0^2/4$.

3.208. $e/m=I\omega r/qR=1{,}8\cdot 10^{11}$ Кл/кг.

3.209. $p=IIm/e=0{,}40$ мкН·с.

3.210. $s=enl\langle v\rangle/j\sim 10^7$ м, где n — концентрация свободных электронов, $\langle v\rangle$ — средняя скорость теплового движения электрона.

3.211. а) $t=enlS/I=3$ Мс;

б) $F=enl\rho I=1{,}0$ МН, где ρ — удельное сопротивление меди.

3.212. $E=(I/2\pi\varepsilon_0 r)\sqrt{m/2eU}=32$ В/м, $\Delta\varphi=(I/4\pi\varepsilon_0)\sqrt{m/2eU}=$
$=0{,}80$ В.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.213. а) $\rho(x) = -{}^4/_9\,\varepsilon_0 a x^{-2/3}$; б) $j = {}^4/_9\,\varepsilon_0 a^{3/2}\sqrt{2e/m}$.

3.214. $n = Id/e\left(u_0^+ + u_0^-\right)US = 2{,}3\cdot 10^8$ см$^{-3}$.

3.215. $u_0 = \omega_0 l^2/2U_0$.

3.216. а) $\dot{n}_i = I_{\text{нас}}/eV = 6\cdot 10^9$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$;

б) $n = \sqrt{\dot{n}_i/r} = 6\cdot 10^7$ см$^{-3}$.

3.217. $t = (\eta - 1)/\sqrt{r\dot{n}_i} = 13$ мс.

3.218. $t = \varepsilon_0\eta U/e\dot{n}_i d^2 = 4{,}6$ сут.

3.219. $I = e\nu_0 \exp(\alpha d)$.

3.220. $j = [\exp(\alpha d) - 1]\, e\dot{n}_i/\alpha$.

3.221. $B = \varepsilon_0\mu_0 vE \sin\alpha = 3{,}0$ пТл.

3.222. а) $B = \mu_0 I/2R = 6{,}3$ мкТл;

б) $B = \mu_0 R^2 I/2\,(R^2 + x^2)^{3/2} = 2{,}3$ мкТл.

3.223. $B = n\mu_0 I \operatorname{tg}(\pi/n)/2\pi R$. При $n \longrightarrow \infty$ индукция $B = \mu_0 I/2R$.

3.224. $B = 4\mu_0 I/\pi d \sin\varphi = 0{,}10$ мТл.

3.225. $B = (\pi - \varphi + \operatorname{tg}\varphi)\,\mu_0 I/2\pi R = 28$ мкТл.

3.226. а) $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\dfrac{2\pi - \varphi}{a} + \dfrac{\varphi}{b}\right)$; б) $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\dfrac{3\pi}{4a} + \dfrac{\sqrt{2}}{b}\right)$.

3.227. $B \approx \mu_0 hI/4\pi^2 Rr$, где r — расстояние от прорези.

3.228. $B = \mu_0 I/\pi^2 R = 28$ мкТл.

3.229. а) $B = \mu_0 \pi I/4\pi R$; б) $B = (1 + 3\pi/2)\,\mu_0 I/4\pi R$;

в) $B = (2 + \pi)\,\mu_0 I/4\pi R$.

3.230. $B = \sqrt{2}\,\mu_0 I/4\pi l = 2{,}0$ мкТл.

3.231. а) $B = \sqrt{4 + \pi^2}\,\mu_0 I/4\pi R = 0{,}30$ мкТл;

б) $B = \sqrt{2 + 2\pi + \pi^2}\,\mu_0 I/4\pi R = 0{,}34$ мкТл;

в) $B = \sqrt{2}\,\mu_0 I/4\pi R = 0{,}11$ мкТл.

3.232. а) $B = \mu_0 i/2$; б) $B = \mu_0 i$ между плоскостями и $B = 0$ вне плоскостей.

3.233. $B\,(x \leqslant d) = \mu_0 jx$, $B\,(x \geqslant d) = \mu_0 jd$.

3.234. В том полупространстве, где находится прямой провод, $B = \mu_0 I/2\pi r$; r — расстояние от провода. В другом полупространстве $B = 0$.

3.235. $B = (\mu_0 I/2\pi r) \operatorname{tg}(\vartheta/2)$.

3.236. Этот интеграл равен $\mu_0 I$.

3.237. $\mathbf{B}\,(r \leqslant R) = \mu_0\,[\mathbf{jr}]/2$, $\mathbf{B}\,(r \geqslant R) = \mu_0\,[\mathbf{jr}]\,R^2/2r^2$.

3.238. $\mathbf{B} = \mu_0\,[\mathbf{jl}]/2$, т. е. поле в полости однородное.

3.239. $j(r) = (b/\mu_0)\,(1 + \alpha)\,r^{\alpha - 1}$.

3.240. $B = \mu_0 nI/\sqrt{1 + (2R/l)^2}$.

3.241. а) $B = \mu_0 nI\left(1 - x/\sqrt{x^2 + R^2}\right)/2$, где $x > 0$ вне соленоида и $x < 0$ внутри соленоида; см. рис. 20;

б) $x_0 = R\,(1 - 2\eta)/2\sqrt{\eta(1 - \eta)} \approx 5R$.

3.242. $B\,(r < R) = (\mu_0 I/h)\sqrt{1 - (h/2\pi R)^2} = 0{,}3$ мТл, $B\,(r > R) = \mu_0 I/2\pi r$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.243. $\eta \approx N/\pi = 8 \cdot 10^2$.

3.244. $\Phi = (\mu_0/4\pi)\, I = 1{,}0$ мкВб/м.

3.245. $\Phi = \Phi_0/2 = \mu_0 nIS/2$, где Φ_0 — поток вектора **B** через поперечное сечение соленоида вдали от его торцов.

3.246. $\Phi = (\mu_0/4\pi)\, 2INh \ln \eta = 8$ мкВб.

3.247. $p_m = 2\pi R^3 B/\mu_0 = 30$ мА·м^2.

3.248. $p_m = NId^2/2 = 0{,}5$ А·м^2.

3.249. а) $B = \dfrac{\mu_0 IN \ln (b/a)}{2(b-a)} = 7$ мкТл;

б) $p_m = \pi IN (a^2 + ab + b^2)/3 = 15$ мА·м^2.

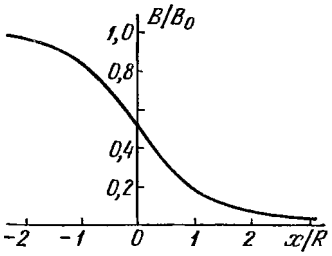


Рис. 20

3.250. а) $B = \mu_0 \sigma \omega R/2$; б) $p_m = \pi \sigma \omega R^4/4$.

3.251. $B = 2\mu_0 \sigma \omega R/3 = 29$ пТл.

3.252. $p_m = qR^2\omega/5$; $p_m/M = q/2m$.

3.253. $\mathbf{B} = \mu_0 \alpha \omega R^2/2$.

3.254 $F_м/F_э = \mu_0 \varepsilon_0 v^2 = (v/c)^2 = 1{,}00 \cdot 10^{-6}$.

3.255. а) $F_1 = \mu_0 I^2/4R = 0{,}20$ мН/м;

б) $F_1 = \mu_0 I^2/\pi l = 0{,}13$ мН/м.

3.256. $F_{1макс} = \mu_0 I^2/4\pi a$.

3.257. $B = \pi d^2 \sigma_m/4RI = 8$ кТл, где σ_m — предел прочности меди.

3.258. $B = (2\rho g S/I) \operatorname{tg} \vartheta = 10$ мТл, где ρ — плотность меди.

3.259. а) $N = (\mu_0/\pi)\, I I_0 (b-a)$; б) $N = (\mu_0/\pi)\, I I_0 (b-a) \sin \varphi$.

3.260. $B = \Delta m\, gl/NIS = 0{,}4$ Тл.

3.261. а) $F = \dfrac{2\mu_0 I I_0}{\pi (4\eta^2 - 1)} = 0{,}40$ мкН;

б) $A = \dfrac{\mu_0 a I I_0}{\pi} \ln \dfrac{2\eta + 1}{2\eta - 1} = 0{,}10$ мкДж.

3.262. $A_1 = -(\mu_0 I^2/2\pi) \ln \eta = -5{,}0$ мкДж/м.

3.263. $R \approx \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}\, (\ln \eta)/\pi = 0{,}36$ кОм.

3.264. $F_1 = \mu_0 I^2/\pi^2 R = 0{,}5$ мН/м.

3.265. $F_1 = \mu_0 I^2 l/2\pi (a^2 - b^2)$.

3.266. $F_1 = (\mu_0 I_1 I_2/2b) \ln (1 + b/a)$.

3.267. $F_1 = B^2/2\mu_0$.

3.268. Во всех трех случаях $F_1 = (B_1^2 - B_2^2)/2\mu_0$. Сила действует вправо. Ток в листе (проводящей плоскости) направлен за чертеж.

3.269. $\Delta p = IB/a = 0{,}5$ кПа.

3.270. $p = \mu_0 I^2/8\pi^2 R^2 = 16$ мПа.

3.271. $p = \mu_0 n^2 I^2/2 = 1{,}0$ кПа.

3.272. $I_{пр} = \sqrt{2F_{пр}/\mu_0 nR} = 1{,}4$ кА.

3.273. $P = v^2 B^2 d^2 R/(R + \rho d/S)^2$; при $R = \rho d/S$ мощность $P = P_{макс} = v^2 B^2\, dS/4\rho$.

3.274. $U = \mu_0 I^2/4\pi^2 R^2 ne = 2$ пВ.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.275. $n = jB/eE = 2{,}5 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$; почти 1:1.

3.276. $u_0 = 1/\eta B = 3{,}2 \cdot 10^{-3}$ м^2/(В·с).

3.277. а) $F = 0$; б) $F = \mu_0 I p_m / 2\pi r^2$, $\mathbf{F} \uparrow\downarrow \mathbf{B}$;
в) $F = \mu_0 I p_m / 2\pi r^2$, $\mathbf{F} \uparrow\downarrow \mathbf{r}$.

3.278. $F = (\mu_0/4\pi)\, 6\pi R^2 I p_m x / (R^2 + x^2)^{5/2}$.

3.279. $F = 3\mu_0 p_{1m} p_{2m} / 2\pi l^4 = 9$ нН.

3.280. $I' \approx 2Bx^3/\mu_0 R^2 = 0{,}5$ кА.

3.281. $B' = B\sqrt{\mu^2 \sin^2\alpha + \cos^2\alpha}$.

3.282. а) $\oint \mathbf{H}\, d\mathbf{S} = \pi R^2 B \cos\vartheta \cdot (\mu - 1)/\mu\mu_0$;

б) $\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{r} = (1 - \mu)\, Bl \sin\vartheta$.

3.283. а) $I'_{\text{пов}} = \chi I$; б) $I'_{\text{об}} = \chi I$; в противоположные стороны.

3.284. а) $J = (aB_0/\mu_0)\, r^2$; б) $j' = (2aB_0/\mu_0)\, r$.

3.285. См. рис. 21.

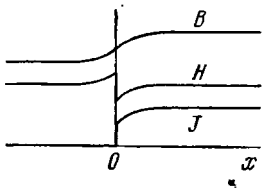


Рис. 21

3.286. $B = \mu_0 \mu_1 \mu_2 I / (\mu_1 + \mu_2)\, \pi r$.

3.287. $\mathbf{B} = 2\mathbf{B}_0\mu/(1 + \mu)$.

3.288. $\mathbf{B} = 3\mathbf{B}_0\mu/(2 + \mu)$.

3.289. $H_c = NI/l = 6$ кА/м.

3.290. $H \approx bB/\mu_0 \pi d = 0{,}10$ кА/м.

3.291. $B \approx \mu_0 J_r / (1 + bJ_r/2\pi a H_c) = 1{,}0$ Тл.

3.292. При $b \ll R$ проницаемость $\mu \approx 2\pi RB/(\mu_0 NI - bB) = 3{,}7 \cdot 10^3$.

3.293. $H = 0{,}06$ кА/м, $\mu_{\text{макс}} \approx 1{,}0 \cdot 10^4$.

3.294. Из теоремы о циркуляции вектора $\mathbf{H}$ получаем

$$B \approx \mu_0 NI/b - (\mu_0 \pi d/b)\, H = 1{,}51 - 0{,}986H \quad (\text{кА/м}).$$

Кроме того, между B и H имеется зависимость, график которой показан на рис. 3.82. Искомые значения H и B должны удовлетворять одновременно обоим уравнениям. Решив эту систему уравнений графически, получим $H \approx 0{,}26$ кА/м, $B \approx 1{,}25$ Тл и $\mu = B/\mu_0 H \approx 4 \cdot 10^3$.

3.295. $F \approx \chi S B^2 / 2\mu_0$.

3.296. а) $x_m = 1/\sqrt{4a}$; б) $\chi = \mu_0 F_{\text{макс}} \sqrt{e/a}/VB_0^2 = 3{,}6 \cdot 10^{-4}$.

3.297. $A \approx \chi V B^2 / 2\mu_0$.

3.298. $F_1 = \mu_0 \chi n^2 I^2 / 2$, эта сила направлена вверх.

3.299. $\mathscr{E}_i = (\pi/2)\, a^2 B\omega \sin\omega t$.

3.300. а) $\mathscr{E}_i = 2Bv\sqrt{y/k}$; б) $\mathscr{E}_i = By\sqrt{8a/k}$.

3.301. а) $\Delta\varphi = \omega^2 a^2 m / 2e = 3{,}0$ нВ;
б) $\Delta\varphi \approx \omega B a^2 / 2 = 20$ мВ. Здесь m, e — масса и заряд электрона.

3.302. $\mathscr{E}_i = \mu_0 I v l / 2\pi r$.

3.303. $\mathscr{E}_i = (\mu_0/2\pi)\, Ia^2 v / x\,(x + a)$.

3.304. $v = mgR \sin\alpha / B^2 l^2$.

3.305. $a = g \sin\alpha / (1 + l^2 B^2 C/m)$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.306. $\langle P\rangle = (\pi\omega r^2 B)^2/8R$.

3.307. $N(t) = (\omega S^2 B^2/R)\sin\omega t$.

3.308. $B = qR/2NS = 0{,}5$ Тл.

3.309. $q = (\mu_0 aI/2\pi R)\ln[(b+a)/(b-a)]$.

3.310. а) $I = (\mu_0 I_0 v/2\pi R)\ln(b/a)$;

б) $F = (\mu_0 I_0/2\pi)^2 \ln^2(b/a)\cdot v/R$.

3.311. а) $s = v_0 mR/l^2B^2$; б) $Q = mv_0^2/2$.

3.312. $v = [1-\exp(-\alpha t)]F/\alpha m$, где $\alpha = B^2l^2/mR$.

3.313. $I_0 = \omega B_0(a-b)/4\rho = 0{,}5$ А.

3.314. $\mathscr{E}_{i0} = \pi a^2 N\omega B_0/3$.

3.315. $\mathscr{E}_i = 3al\dot{B}t^2 = 12$ мВ.

3.316. $\mathscr{E}_i = B_0 NS\omega\cos 2\omega t$.

3.317. $E(r<a) = \mu_0 n\dot{I}r/2$, $E(r>a) = \mu_0 n\dot{I}a^2/2r$.

3.318. $I = \mu_0 nSd\dot{I}/4\rho = 2$ мА, где ρ — удельное сопротивление меди.

3.319. $\omega = -(q/2m)B(t)$.

3.320. $Q = a^2\tau^3/3R$.

3.321. $I = (b^2-a^2)\beta h/4\rho$.

3.322. $l = \sqrt{4\pi l_0 L/\mu_0} \approx 100$ м.

3.323. $L = (\mu_0/4\pi)\,mR/l\rho\rho_0$, где ρ и ρ_0 — удельное сопротивление и плотность меди.

3.324. $t = -(L/R)\ln(1-\eta) = 1{,}5$ с.

3.325. $\tau = (\mu_0/4\pi)\,m/l\rho\rho_0 = 0{,}7$ мс, где ρ — удельное сопротивление, ρ_0 — плотность меди.

3.326. $L_1 = (\mu\mu_0/2\pi)\ln\eta = 0{,}26$ мкГн/м.

3.327. $L = (\mu_0/2\pi)\,\mu N^2 a\ln(1+a/b)$.

3.328. $L_1 = \mu_0 h/b = 25$ нГн/м.

3.329. $L_1 \approx (\mu_0/\pi)\ln\eta$. Точное значение:

$$L_1 = (\mu_0/4\pi)(1+4\ln\eta).$$

3.330. $I = \pi a^2 B/L = 15$ А.

3.331. а) $I = \pi a^2 B/L$; б) $A = \pi^2 a^4 B^2/2L$.

3.332 $I = I_0(1+\eta) = 2$ А.

3.333. $I = [1+(\eta-1)\exp(-t\eta R/L)]\,\mathscr{E}/R$.

3.334. $I = [1-\exp(-tR/2L)]\,\mathscr{E}/R$.

3.335. $I_1 = \mathscr{E}L_2/R(L_1+L_2)$, $I_2 = \mathscr{E}L_1/R(L_1+L_2)$.

3.336. $L_{12\,\text{ед}} = \mu_0\mu n_1 n_2 S$.

3.337. $L_{12} = (\mu_0 b/2\pi)\ln(1+a/l)$.

3.338. $L_{12} = (\mu_0\mu hN/2\pi)\ln(b/a)$.

3.339. $L_{12} = (\mu_0/2\pi)\,N_1N_2(b-a)\ln(b/a)$.

3.340. а) $L_{12} \approx \mu_0\pi a^2/2b$; б) $\Phi_{21} = \mu_0\pi a^2 I/2b$.

3.341. $\Phi = (\mu_0/2\pi)\,aI\ln(1+a/b)$.

3.342. $B = \mu_0 a^2 I/4r^3$. Воспользоваться тем, что $L_{12} = L_{21}$.

3.343. $p_m = 2aRq/\mu_0 N$.

3.344. $L_{12} \approx \mu_0\pi a^4/2l^3$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.345. $I_2 = [1 - \exp(-tR/L_2)]\,\mathcal{E}L_{12}/R$.

3.346. $Q = L\mathcal{E}^2/2R^2\,(1 + R_0/R) = 3$ мкДж.

3.347. $W_{\text{ед}} = \mu\mu_0 I^2/16\pi$.

3.348. $W = N\Phi I/2 = 0{,}5$ Дж.

3.349. $W = BH\pi^2a^2b = 2{,}0$ Дж, где $H = NI/2\pi b$.

3.350. а) $W_э/W_м \approx \mu b/\pi d = 3{,}0$;

б) $L \approx \mu_0 SN^2/(b + \pi d/\mu) = 0{,}15$ Гн.

3.351. $L_{\text{ед}} = (\mu_0/2\pi)\,[1/4 + \ln(b/a)]$. Здесь необходимо воспользоваться определением L через *энергию* магнитного поля.

3.352. $W_{\text{ед}} = \mu_0\lambda^2\omega^2a^2/8\pi$.

3.353. $E = B/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3\cdot 10^8$ В/м.

3.354. $w_м/w_э = \varepsilon_0\mu_0\omega^2a^4/l^2 = 1{,}1\cdot 10^{-15}$.

3.356. а) $L_{\text{общ}} = 2L$; б) $L_{\text{общ}} = L/2$.

3.357. $L_{\text{общ}} = 4L$.

3.358. $L_{12} = \sqrt{L_1L_2}$.

3.359. а) $I' = I/2$; б) $\Delta W = -LI^2/2$.

3.361. $W_{12} = (\mu_0\pi a^2/2b)\,I_1I_2\cos\vartheta$.

3.362. а) $\mathbf{j}_{\text{см}} = -\mathbf{j}$; б) $I_{\text{см}} = q/\varepsilon_0\varepsilon\rho$.

3.363. Кроме тока проводимости следует учесть ток смещения.

3.364. $E_m = I_m/\varepsilon_0\omega S = 7$ В/см.

3.365. $H = H_m\cos(\omega t + \alpha)$, где $H_m = (rU_m/2d)\sqrt{\sigma^2 + (\varepsilon_0\varepsilon\omega)^2}$, а α определяется формулой $\operatorname{tg}\alpha = \varepsilon_0\varepsilon\omega/\sigma$.

3.366. $j_{\text{см}}(r < R) = \ddot{B}r/2$, $j_{\text{см}}(r > R) = \ddot{B}R^2/2r$. Здесь $\ddot{B} = \mu_0 nI_m\omega^2\sin\omega t$.

3.367. а) $\mathbf{j}_{\text{см}} = 3q\mathbf{v}/4\pi r^3$; б) $\mathbf{j}_{\text{см}} = -q\mathbf{v}/4\pi r^3$.

3.368. $\mathbf{j}_{\text{см}} = \varepsilon_0[\omega\mathbf{E}]$, где $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля в центре системы; $j_{\text{см}} = (32\varepsilon_0^2m^2\omega^7/\pi q)^{1/3}$.

3.369. $\mathbf{H} = q[\mathbf{vr}]/4\pi r^3$.

3.370. а) Если $\mathbf{B} = \mathbf{B}(t)$, то $\nabla\times\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t \neq 0$, т. е. не равны нулю пространственные производные $\mathbf{E}$-поля ($\nabla\times\mathbf{E} \neq 0$), что возможно только при наличии электрического поля.

б) Если $\mathbf{B} = \mathbf{B}(t)$, то $\nabla\times\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t \neq 0$. В однородном же поле $\nabla\times\mathbf{E} = 0$.

3.371. Возьмем дивергенцию от обеих частей уравнения $\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{j} + \partial\mathbf{D}/\partial t$. Имея в виду, что дивергенция ротора всегда равна нулю, получим $0 = \nabla\cdot\mathbf{j} + \partial(\nabla\cdot\mathbf{D})/\partial t$. Остается учесть, что $\nabla\cdot\mathbf{D} = \rho$.

3.372. Возьмем дивергенцию от обеих частей первого уравнения. Так как дивергенция ротора равна нулю, то $\nabla\cdot(\partial\mathbf{B}/\partial t) = 0$, или $\partial(\nabla\cdot\mathbf{B})/\partial t = 0$. Отсюда $\nabla\cdot\mathbf{B} = \text{const}$, что действительно не противоречит второму уравнению.

3.373. $\nabla\times\mathbf{E} = -[\omega\mathbf{B}]$.

3.374. $\mathbf{E}' = [\mathbf{vB}]$.

3.375. $\sigma = \varepsilon_0vB = 0{,}40$ пКл/м^2.

3.376. $\mathbf{P} = \varepsilon_0(1 - 1/\varepsilon)\,[\mathbf{vB}]$; $\sigma' = \varepsilon_0(1 - 1/\varepsilon)\,vB$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.377. $\rho = -2\varepsilon_0 \omega \mathbf{B} = -0{,}08$ нКл/м^3; $\sigma = \varepsilon_0 a \omega \mathbf{B} = 2$ пКл/м^2.

3.378. а) $\mathbf{P} = \varepsilon_0 (1 - 1/\varepsilon) B\omega \mathbf{r}$; б) $\lambda' = 2\pi\varepsilon_0 (1 - 1/\varepsilon) B\omega a^2$.

3.379. $\mathbf{B} = (\mu_0/4\pi)\, q\, [\mathbf{vr}]/r^3$.

3.381. $\lambda' = v_0 I/c^2 = 11$ аКл/м, $N_1 = \lambda'/e = 70$ м$^{-1}$.

3.382. $\mathbf{B}' = a\,[\mathbf{rv}]/c^2 r^2$, где r — расстояние от оси z'.

3.384. а) $E' = E\sqrt{\dfrac{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha}{1 - \beta^2}} = 9$ кВ/м; $\quad \operatorname{tg} \alpha' = \dfrac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, $\alpha' \approx 51°$;

б) $B' = (\beta E \sin \alpha)/(c\sqrt{1 - \beta^2}) = 14$ мкТл.

3.385. а) $E' = \dfrac{\beta B \sin \alpha}{c\sqrt{1 - \beta^2}} = 1{,}4$ нВ/м;

б) $B' = B\sqrt{\dfrac{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha}{1 - \beta^2}} = 0{,}9$ Тл, $\alpha' \approx 51°$.

3.387. $B' = B\sqrt{1 - (E/cB)^2} \approx 0{,}15$ мТл.

3.388. Пусть заряд q движется в положительном направлении оси x K-системы отсчета. Перейдем в K'-систему, в начале координат которой этот заряд покоится (оси x' и x обеих систем совпадают, оси y' и y параллельны). В K'-системе поле заряда имеет наиболее простой вид:

$$\mathbf{E}' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\mathbf{r}'}{r'^3}, \quad E'_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x'}{r'^3}, \quad E'_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{y'}{r'^3}.$$

Теперь совершим обратный переход в исходную K-систему. В момент, когда заряд q проходит через начало координат K-системы, проекции x, y вектора $\mathbf{r}$ связаны с проекциями x', y' вектора $\mathbf{r}'$ соотношениями

$$x = r \cos \vartheta = x' \sqrt{1 - (v/c)^2}, \quad y = r \sin \vartheta = y'.$$

Кроме того, согласно преобразованиям, обратным (3.6к),

$$E_x = E'_x, \quad E_y = E'_y/\sqrt{1 - (v/c)^2}.$$

Решив совместно все эти уравнения, получим

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} = \frac{q\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta)^{3/2}}.$$

Существенно, что в случае $\mathbf{v} = \text{const}$ вектор $\mathbf{E}$ коллинеарен вектору $\mathbf{r}$.

3.389. $v = \sqrt[3]{9\varepsilon l e/2m} = 16$ км/с.

3.390. $\operatorname{tg} \alpha = \varepsilon l^2 \sqrt{m/32eU^3}$.

3.391. $x = 2E_0/\varepsilon$.

3.392. $t = \sqrt{T(T + 2mc^2)}/ceE = 3{,}0$ нс.

3.393. $\operatorname{tg} \vartheta = (eEt/mv_0)\sqrt{1 - (v_0/c)^2}$, где e и m — заряд и масса протона.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.394. $\alpha = \arcsin\left(dB\sqrt{q/2mU}\right) = 30°$.

3.395. а) $v = reB/m = 100$ км/с, $T = 2\pi m/eB = 6{,}5$ мкс;

б) $v = c/\sqrt{1+(mc/reB)^2} = 0{,}51c$, $T = 2\pi m/eB\sqrt{1-(v/c)^2} = 4{,}1$ нс.

3.396. $T = \eta mc^2$. Соответственно 5 кэВ и 9 МэВ.

3.397. $\Delta l = 2\pi\sqrt{2mU/eB^2}\cos\alpha = 2{,}0$ см.

3.398. $q/m = 8\pi^2 U/l^2 (B_2 - B_1)^2$.

3.399. $r = 2\rho\,|\sin(\varphi/2)|$, где $\rho = (mv/eB)\sin\alpha$, $\varphi = leB/mv\cos\alpha$.

3.400. $r_{\text{макс}} = a\exp(v_0/b)$, где $b = \mu_0 eI/2\pi m$.

3.401. $v = U/rB\ln(b/a)$, $q/m = U/r^2B^2\ln(b/a)$.

3.402. а) $y_n = 2\pi^2 mEn^2/qB^2$; б) $\operatorname{tg}\alpha = v_0 B/2\pi En$.

3.403. $z = l\operatorname{tg}\sqrt{(qB^2/2mE)\,y}$; при $z \ll l$ это уравнение упрощается: $y = (2mE/ql^2B^2)\,z^2$.

3.404. $F = mEI/qB = 20$ мкН.

3.405. $\Delta l = (2\pi mE/eB^2)\operatorname{tg}\varphi = 6$ см.

3.406. $q/m = a(a+2b)\,B^2/2E\,\Delta x$.

3.407. а) $x = a(\omega t - \sin\omega t)$; $y = a(1-\cos\omega t)$, где $a = mE/qB^2$, $\omega = qB/m$. Траекторией является циклоида (рис. 22). Движение частицы представляет собой движение точки на ободе круга радиусом a, катящегося без скольжения вдоль оси x так, что его центр перемещается со скоростью $v = E/B$;

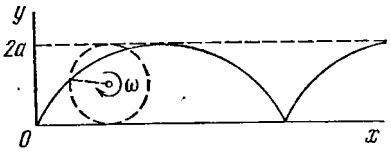


Рис. 22

б) $s = 8mE/qB^2$; в) $\langle v_x\rangle = E/B$.

3.408. $U = 2(e/m)(\mu_0 I/4\pi)^2\ln(a/b)$.

3.409. $B \leqslant [b/(b^2-a^2)]\sqrt{8(m/e)\,U}$.

3.410. $y = (a/2\omega)\,t\sin\omega t$, $x = (a/2\omega^2)(\sin\omega t - \omega t\cos\omega t)$, где $a = qE_m/m$. Траектория имеет вид раскручивающейся спирали.

3.411. $U \geqslant 2\pi^2\nu^2 mr\,\Delta r/e = 0{,}10$ МВ.

3.412. а) $T = (erB)^2/2m = 12$ МэВ;

б) $\nu_{\text{мин}} = (1/\pi r)\sqrt{T/2m} = 20$ МГц.

3.413. а) $t = \pi^2\nu mr^2/eU = 17$ мкс;

б) $s \approx 4\pi^3\nu^2 mr^2/3eU = 0{,}74$ км. Указание. Здесь $s \approx \sum_{n=1}^{N} v_n \approx \approx \sum\sqrt{n}$, где v_n — скорость частицы после n-го прохождения ускоряющего промежутка. Так как N велико, то $\sum_{1}^{N}\sqrt{n} \approx \int_{0}^{N}\sqrt{n}\,dn$.

3.414. $n = 2\pi\nu W/eBc^2 = 9$.

3.415. $\omega = \omega_0/\sqrt{1+at}$, где $\omega_0 = qB/m$, $a = qB\,\Delta W/\pi m^2c^2$.

3.416. $v = rqB/2m$, $\rho = r/2$.

3.417. $N = W/e\Phi = 5\cdot10^6$ оборотов, $s = 2\pi rN = 8\cdot10^3$ км.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

3.418. С одной стороны, производная по времени от импульса электрона

$$dp/dt = eE = (e/2\pi r)\, d\Phi/dt,$$

где r — радиус орбиты, Φ — магнитный поток внутри нее: $\Phi = \pi r^2 \langle B \rangle$.

С другой стороны, dp/dt можно найти, продифференцировав соотношение $p = erB$ при $r = \text{const}$. Из сравнения полученных выражений следует, что $dB_0/dt = {}^1/_2 d\langle B \rangle/dt$. В частности, это условие будет выполнено, если $B_0 = {}^1/_2 \langle B \rangle$.

3.419. $r_0 = \sqrt{2B_0/3a}$.

3.420. $\dfrac{dE}{dr} = \dfrac{d}{dt}\left[B(r_0) - \dfrac{\langle B \rangle}{2}\right] = 0$.

3.421. $\Delta W = 2\pi r^2 eB/\Delta t = 0{,}10$ кэВ.

3.422. а) $W = \left(\sqrt{1 + (reB/mc)^2} - 1\right) mc^2$; б) $s = W\Delta t/reB$.

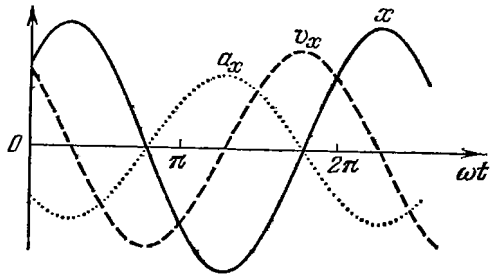


Рис. 23

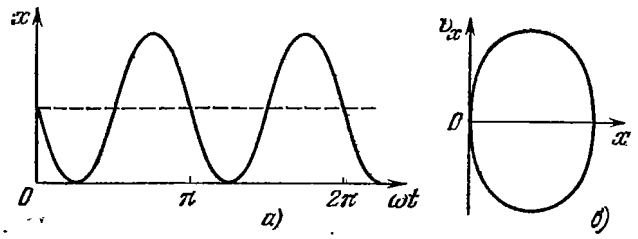


Рис. 24

4.1. а) См. рис. 23; б) $(v_x/A\omega)^2 + (x/A)^2 = 1$ и $a_x = -\omega^2 x$.

4.2. а) Амплитуда равна $A/2$, период $T = \pi/\omega$; см. рис. 24, *а*; б) $v_x^2 = 4\omega^2 x\,(A - x)$, см. рис. 24, *б*.

4.3. $x = a\cos(\omega t + \alpha) = -29$ см, $v_x = -81$ см/с, где $a = \sqrt{x_0^2 + (v_{x0}/\omega)^2}$, $\alpha = \operatorname{arctg}(-v_{x0}/\omega x_0)$.

4.4. $\omega = \sqrt{(v_1^2 - v_2^2)/(x_2^2 - x_1^2)}$, $a = \sqrt{(v_1^2 x_2^2 - v_2^2 x_1^2)/(v_1^2 - v_2^2)}$.

4.5. а) $\langle v \rangle = 3a/T = 0{,}50$ м/с; б) $\langle v \rangle = 6a/T = 1{,}0$ м/с.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.6. $dP/dx = 1/(\pi\sqrt{a^2-x^2})$.

4.7. В обоих случаях $A=7$.

4.8. $v_{макс} = 2{,}73a\omega$.

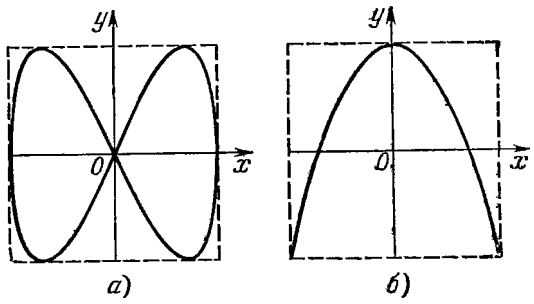
4.9. 47,9 и 52,1 $с^{-1}$, 1,5 с.

4.10. $\nu_1' = (3\nu_1 - \nu_2)/2 = 18$ Гц, $\nu_2' = (3\nu_2 - \nu_1)/2 - 23$ Гц.

4.11. а) $x^2/A^2 + y^2/B^2 = 1$, по часовой стрелке; б) $\mathbf{a} = -\omega^2\mathbf{r}$.

4.12. а) $y^2 = 4x^2(1 - x^2/a^2)$;

б) $y = a(1 - 2x^2/a^2)$. См. рис. 25.



а) б)

Рис. 25

4.13. $T = 2\pi\sqrt{m/a^2U_0}$.

4.14. $T = 4\pi a\sqrt{2ma}/b^2$.

4.15. $T = \pi\sqrt{ml/F} = 0{,}2$ с.

4.16. $T = 2\pi\sqrt{\eta l/g(\eta - 1)} = 1{,}1$ с.

4.17. $T = 2\sqrt{l/g}\,[\pi/2 + \arcsin(\alpha/\beta)]$.

4.18. $T = 2\pi\sqrt{\Delta l/g} = 0{,}52$ с.

4.19. $T = \pi\sqrt{2V/Sg} = 0{,}8$ с.

4.20. $T = 2\pi\sqrt{V/gS(1 + \cos\vartheta)} = 0{,}83$ с.

4.21. $T = \sqrt{4\pi m/\rho g r^2} = 2{,}5$ с.

4.22. $T = 2\pi\sqrt{\eta(1-\eta)\,m/\varkappa} = 0{,}13$ с.

4.23. $T = 2\pi\sqrt{m/(\varkappa_1 + \varkappa_2)}$.

4.24. $T = 2\pi\sqrt{m/\varkappa}$, где $\varkappa = \varkappa_1\varkappa_2/(\varkappa_1 + \varkappa_2)$.

4.25. $T = \pi\sqrt{2l/kg} = 1{,}5$ с.

4.26. $l = (\pi/2)v\sqrt{m/\varkappa}$.

4.27. $t = \pi/\sqrt{ag\cos\alpha}$.

4.28. а) $\ddot{x} + (g/R)x = 0$, где x — смещение тела относительно центра Земли, R — ее радиус, g — нормальное ускорение свободного падения;

б) $\tau = \pi\sqrt{R/g} = 42$ мин; в) $v = \sqrt{gR} = 7{,}9$ км/с.

4.29. $T = 2\pi\sqrt{l/|\mathbf{g} - \mathbf{a}|} = 0{,}8$ с, где $|\mathbf{g} = \mathbf{a}| = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga\cos\beta}$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.30. $\omega = \sqrt{\varkappa/m - \omega_0^2} = 30\ \text{с}^{-1}$.

4.31. $T = 2\pi/\sqrt{\varkappa/m - \omega^2} = 0{,}7$ с; $\omega \geqslant \sqrt{\varkappa/m} = 10$ рад/с.

4.32. $k = 4\pi^2 a/gT^2 = 0{,}4$.

4.33. а) $\vartheta = 3{,}0^\circ \cos 3{,}5t$; б) $\vartheta = 4{,}5^\circ \sin 3{,}5t$;
в) $\vartheta = 5{,}4^\circ \cos(3{,}5t + 1{,}0)$. Здесь t — в секундах.

4.34. $F = (m_1 + m_2)\, g \pm m_1 a\omega^2 = 60$ и 40 Н.

4.35. а) $a_{\text{мин}} = g/\omega^2 = 8$ см;
б) $a = (\omega\sqrt{2h/g} - 1)\, g/\omega^2 = 20$ см.

4.36. а) $y = (1 - \cos\omega t)\, mg/\varkappa$, где $\omega = \sqrt{\varkappa/m}$;
б) $T_{\text{макс}} = 2mg$, $T_{\text{мин}} = 0$.

4.37. $s = 2F/\varkappa$, $t = \pi\sqrt{m/\varkappa}$.

4.38. $(x/r_0)^2 + \alpha\,(y/v_0)^2 = 1$.

4.39. $t = \pi n\sqrt{m/\varkappa}$, $n = 1, 3, 5, \ldots$

4.40. а) $y = (1 - \cos\omega t)\, a/\omega^2$;
б) $y = (\omega t - \sin\omega t)\, \alpha/\omega^3$. Здесь $\omega = \sqrt{\varkappa/m}$.

4.41. $\Delta h_{\text{макс}} = mg/\varkappa = 10$ см, $E = m^2g^2/2\varkappa = 4{,}8$ мДж.

4.42. $a = (mg/\varkappa)\sqrt{1 + 2h\varkappa/mg}$, $E = mgh + m^2g^2/2\varkappa$.

4.43. $a = (mg/\varkappa)\sqrt{1 + 2h\varkappa/(m+M)\, g}$.

4.44. Запишем уравнение движения в проекциях на оси x и y:

$$\ddot{x} = \omega\dot{y}, \quad \ddot{y} = -\omega\dot{x}, \quad \text{где} \quad \omega = a/m.$$

Их интегрирование (с учетом начальных условий) дает

$$x = (v_0/\omega)\,(1 - \cos\omega t), \quad y = (v_0/\omega)\sin\omega t.$$

Отсюда

$$(x - v_0/\omega)^2 + y^2 = (v_0/\omega)^2.$$

Это уравнение окружности радиуса v_0/ω с центром в точке $x_0 = v_0/\omega$, $y_0 = 0$.

4.45. $T = 2\pi\sqrt{2l/3g}$.

4.46. $x = (1 \mp \sqrt{1 - l^2/3l_0^2})\, l_0/2 = 10$ и 30 см.

4.47. $\omega = \sqrt{3g/2l + 3\varkappa/m}$.

4.48. $T = 2\pi\sqrt{m/3\varkappa}$.

4.49. а) $T = 2\pi\sqrt{l/3g} = 1{,}1$ с; б) $E = mgl\alpha^2/2 = 0{,}05$ Дж.

4.50. $\varphi_m = \varphi_0\sqrt{1 + mR^2\dot{\varphi}_0^2/2k\varphi_0^2}$, $E = k\varphi_m^2/2$.

4.51. $\langle E_{\text{кин}}\rangle = mgl\dot{\vartheta}_0^2/8 + ml^2\dot{\vartheta}_0^2/12$.

4.52. $T = 4\pi/\omega$.

4.53. $I = ml^2\,(\omega_2^2 - g/l)/(\omega_1^2 - \omega_2^2) = 0{,}8$ г·м^2.

4.54. $\omega = \sqrt{(I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2)/(I_1 + I_2)}$.

4.55. $x = l/\sqrt{12}$, $T_{\text{мин}} = 2\pi\sqrt{l/g\sqrt{3}}$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.56. $T=\pi\sqrt{2h/g}$, $l_{\text{пр}}=h/2$.

4.57. Увеличится в $\sqrt{1+(2/5)(R/l)^2}$ раз. Здесь учтено, что вода до замерзания движется поступательно и система ведет себя как математический маятник.

4.58. $\omega_0=\sqrt{3a\omega^2/2l}$.

4.59. $\omega_0=\sqrt{\varkappa/(m+I/R^2)}$.

4.60. $\omega_0=\sqrt{\dfrac{2mg\cos\alpha}{MR+2mR(1+\sin\alpha)}}$.

4.61. $T=2\pi\sqrt{3(R-r)/2g}$.

4.62. $T=\pi\sqrt{3m/2\varkappa}$.

4.63. $\omega=\sqrt{(1+m/M)\,g/l}$.

4.64. $\omega_0=\sqrt{\varkappa/\mu}$, где $\mu=m_1m_2/(m_1+m_2)$.

4.65. а) $\omega=\sqrt{\varkappa/\mu}=6$ с$^{-1}$;

б) $E=\mu v_1^2/2=5$ мДж, $a=v_1/\omega=2$ см. Здесь $\mu=m_1m_2/(m_1+m_2)$.

4.66. $T=2\pi\sqrt{I'/k}$, где $I'=I_1I_2/(I_1+I_2)$.

4.67. $\omega_2/\omega_1=\sqrt{1+2m_{\text{O}}/m_{\text{C}}}\approx 1{,}9$, где m_{O} и m_{C} — массы атомов кислорода и углерода.

4.68. $\omega=S\sqrt{2\gamma p_0/mV_0}$.

4.69. а) $T=2\pi\sqrt{m/\varkappa}=0{,}28$ с;
б) $n=(x_0-\Delta)/4\Delta=3{,}5$ колебания, здесь $\Delta=kmg/\varkappa$.

4.70. а) a_0 и $a_0\omega$;

б) $t_n=[\operatorname{arctg}(\omega/\beta)+n\pi]/\omega$, где $n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$

4.71. а) $\dot{\varphi}(0)=-\beta\varphi_0$, $\ddot{\varphi}(0)=(\beta^2-\omega^2)\varphi_0$;

б) $t_n=\dfrac{1}{\omega}\left(\operatorname{arctg}\dfrac{\omega^2-\beta^2}{2\beta\omega}+n\pi\right)$, где $n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$

4.72. а) $a_0=\dot{x}_0/\omega$, $\alpha=-\pi/2$;

б) $a_0=x_0\sqrt{1+(\beta/\omega)^2}$, $-\pi/2<\alpha<0$.

4.73. $\dot{x}_0=-x_0/\tau=-0{,}5$ см/с.

4.74. $\beta=\omega\sqrt{\eta^2-1}=5$ с$^{-1}$.

4.75. а) $v(t)=a_0\sqrt{\omega^2+\beta^2}\,e^{-\beta t}$;

б) $v(t)=|\dot{x}_0|\sqrt{1+(\beta/\omega)^2}\,e^{-\beta t}$.

4.76. $\lambda=n\lambda_0/\sqrt{1+(1-n^2)(\lambda_0/2\pi)^2}=3{,}3$, $n'=\sqrt{1+(2\pi/\lambda_0)^2}=4{,}3$ раза.

4.77. $T=\sqrt{(4\pi^2+\lambda^2)\,\Delta x/g}=0{,}70$ с.

4.78. а) $Q=\pi n/\ln\eta=5\cdot10^2$; б) $Q=\frac{1}{2}\sqrt{\omega_0^2\tau^2-1}=3{,}0\cdot10^3$.

4.79. $s\approx l(1+e^{-\lambda/2})/(1-e^{-\lambda/2})=2$ м.

4.80. $Q\approx\frac{1}{2}\sqrt{4g\tau^2/l\ln^2\eta-1}=1{,}3\cdot10^2$.

4.81. $T=\sqrt{(3R/2g)(4\pi^2+\lambda^2)}=0{,}9$ с.

4.82. $\omega=\sqrt{2\alpha/mR^2-(\pi\eta R^2/m)^2}$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.83. $\eta = 2\lambda h l / \pi R^4 T$.

4.84. $x = (F_0/m)(\cos\omega_0 t - \cos\omega t)/(\omega^2 - \omega_0^2)$.

4.85. $x = (F_0 t/2m\omega_0)\sin\omega_0 t$.

4.86. Уравнения движения и их решения:

$$t \leqslant \tau, \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = F/m, \quad x = (1 - \cos\omega_0 t)\, F/\varkappa,$$

$$t \geqslant \tau, \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0. \qquad x = a\cos[\omega_0 (t - \tau) + \alpha],$$

где $\omega_0^2 = \varkappa/m$, a и α — произвольные постоянные. Из условия непрерывности x и $\dot{x}$ в момент $t = \tau$ находим искомую амплитуду:

$$a = (2F/\varkappa)\,|\sin(\omega_0 t/2)\,|.$$

4.87. $x_0 = \dfrac{F_0/m}{|\omega_0^2 - \omega^2|}$, $\dot{x}_0 = 0$. Тогда $x = \dfrac{F_0/m}{|\omega_0^2 - \omega^2|}\cos\omega t$.

4.88. $\tau \approx 2Q/\omega_0 = 4 \cdot 10^2$ с.

4.89. $\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{(\omega_0/\beta)^2 - 2}$, $\varphi = 84°$.

4.90. $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\dfrac{1 - (\lambda/2\pi)^2}{1 + (\lambda/2\pi)^2}\dfrac{g}{\Delta l}}$, $a_{\text{рез}} = \dfrac{\lambda F_0 \Delta l}{4\pi mg}\left(1 + \dfrac{4\pi^2}{\lambda^2}\right)$.

4.91. $F(t) = 2\beta ma\omega_0 \cos(\omega_0 t - \varphi)$.

4.92. $\beta = F_0/2ma\omega$.

4.93. $a_{\text{макс}} = F_0/r\omega = 5{,}0$ см.

4.94. $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2)/2} = 5{,}1 \cdot 10^2$ с$^{-1}$.

4.95. а) $\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2}$;

б) $\beta = |\omega_2 - \omega_1|/2\sqrt{3}$, $\omega = \sqrt{\omega_1\omega_2 - (\omega_2 - \omega_1)^2/12}$.

4.96. $\eta = (1 + \lambda^2/4\pi^2)\,\pi/\lambda = 2{,}1$.

4.97. $\langle E\rangle = ma^2(\omega^2 + \omega_0^2)/4$.

4.98. $A = \pi a F_0 \sin\varphi$.

4.99. $A_{\text{тр}} = -\pi\varphi_m N_m \sin\alpha$.

4.100. $Q = \sqrt{\dfrac{\omega^2\omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)\operatorname{tg}^2\varphi} - \dfrac{1}{4}} = 2{,}2$, где $\omega_0^2 = \varkappa/m$.

4.101. а) $\langle P\rangle = \dfrac{F_0^2\beta\omega^2/m}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}$;

б) $\omega = \omega_0$, $\langle P\rangle_{\text{макс}} = \dfrac{F_0^2}{4\beta m}$.

4.102. $\omega_0 \approx 250$ с$^{-1}$, $\beta \approx \Delta\omega/2 = 25$ с$^{-1}$, где $\Delta\omega$ — ширина контура на половине высоты, $Q \approx \omega_0/\Delta\omega = 5$.

4.103. $q = 4h\sqrt{\pi\varepsilon_0 mg(\eta^2 - 1)} = 2{,}0$ мкКл.

4.104. Индукция поля увеличилась в $\eta^2 = 25$ раз.

4.105. $x = (v_0/\omega)\sin\omega t$, где $\omega = lB/\sqrt{mL}$.

4.106. $x = (1 - \cos\omega t)\, g/\omega^2$, где $\omega = lB/\sqrt{mL}$.

4.107. $L = 1/\omega_0^2 C = 1{,}0$ мГн, $U(0) = U_m = I_m/\omega_0 C = 0{,}40$ В.

4.108. $U^2 + I^2 L/C = U_m^2$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.109. а) $I = I_m \sin \omega_0 t$, где $I_m = U_m \sqrt{C/L}$, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$;

б) $\mathcal{E}_s = U_m/\sqrt{2}$.

4.110. $I_m = \mathcal{E} \sqrt{C/L}$; $U_{C\,\text{макс}} = 2\mathcal{E}$.

4.111. $A = (\eta^2 - 1)\, W$.

4.112. $\omega_0 = \sqrt{d/\pi\varepsilon_0\mu_0 a r^2}$.

4.113. $\omega_0 \approx \sqrt{2d/\varepsilon_0\mu_0 a^2 h \ln (b/a)}$.

4.114. а) $T = 2\pi \sqrt{L(C_1 + C_2)} = 0{,}7$ мс;

б) $I_m = U \sqrt{(C_1 + C_2)/L} = 8$ А.

4.115. $U = (1 \pm \cos \omega t)\, U_0/2$, где знак плюс — для левого конденсатора, знак минус — для правого; $\omega = \sqrt{2/LC}$.

4.116. $I = (\Phi/L) \cos (t/\sqrt{LC})$.

4.117. а) $t_n = \pi n/\omega$;

б) $t_n = [\operatorname{arctg} (-\beta/\omega) + \pi n]/\omega$. Здесь $n = 0, 1, 2, \ldots$

4.118. $U_0/U_m = \sqrt{1 - R^2 C/4L}$.

4.119. $U_C = I_m \sqrt{L/C}\, e^{-\beta t} \sin (\omega t + \alpha)$, причем $\operatorname{tg} \alpha = \omega/\beta$; $U_C (0) = I_m \sqrt{L/C\,(1 + \beta^2/\omega^2)}$.

4.120. $W_L/W_C = L/CR^2 = 5$.

4.121. $L = L_1 + L_2$, $R = R_1 + R_2$.

4.122. $t = (Q/\pi\nu) \ln \eta = 0{,}5$ с.

4.123. $n = (1/2\pi) \sqrt{4L/CR^2 - 1} = 16$.

4.124. $(\omega_0 - \omega)/\omega_0 = 1 - 1/\sqrt{1 + 1/(2Q)^2} \approx 1/8Q^2 = 0{,}5\%$.

4.125. $\tau = 2RI/a^4 B^2$.

4.126. а) $W_0 = \mathcal{E}^2 (L + CR^2)/2\,(r + R)^2 = 2{,}0$ мДж;

б) $W = W_0 \exp (-tR/L) = 0{,}10$ мДж.

4.127. $t \approx (Q/2\pi\nu_0) \ln \eta = 1{,}0$ мс.

4.128. а) $\omega = \sqrt{1/LC - 1/4R^2C^2}$;

б) $Q = (1/2) \sqrt{4R^2C/L - 1}$. При решении следует учесть, что $dq/dt = I - I'$, где q — заряд конденсатора, I — ток через катушку, I' — ток утечки ($I' = U/R$).

4.129. $Q = (U_m^2/2 \langle P \rangle) \sqrt{C/L} = 1{,}0 \cdot 10^2$.

4.130. $\langle P \rangle = R \langle I^2 \rangle = RI_m^2/2 = 20$ мВт.

4.131. $\langle P \rangle = RCU_m^2/2L = 5$ мВт.

4.132. $\omega = \sqrt{1/LC - 1/4R^2C^2}$; $R < (1/2) \sqrt{L/C}$.

4.133. $1/L_1 + 1/L_2 = 1/L$ и $1/R_1 + 1/R_2 = 1/R$.

4.134. $I = (U_0/L)\, t \exp (-t/\sqrt{LC})$; $I = I_{\text{макс}} = (U_0/e) \sqrt{C/L}$ в момент $t_m = \sqrt{LC}$.

4.135. $I = (U_m/\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2})\, [\cos (\omega t - \varphi) - \cos \varphi \cdot e^{-tR/L}]$, $\operatorname{tg} \varphi = \omega L/R$.

4.136. $I = (U_m/\sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2})\, [\cos (\omega t - \varphi) - \cos \varphi \cdot e^{-t/RC}]$, $\operatorname{tg} \varphi = -1/\omega RC$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.137. Ток отстает по фазе от напряжения на угол φ, определяемый уравнением $\operatorname{tg}\varphi=\mu_0\pi^2\nu a/4n\rho$.

4.138. Ток опережает по фазе напряжение на угол $\varphi=60°$, определяемый уравнением $\operatorname{tg}\varphi=\sqrt{(U_m/RI_m)^2-1}$.

4.139. а) $U'=U_0+U_m\cos(\omega t-\alpha)$, где амплитуда $U_m=U_0/\sqrt{1+(\omega RC)^2}$, $\alpha=\operatorname{arctg}(\omega RC)$;

б) $RC=\sqrt{\eta^2-1}/\omega=22$ мс.

4.140. $\tau=2LI_m/U_m$.

4.141. См. рис. 26.

4.142. а) $I_m=U_m/\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}=4{,}5$ А;

б) $\operatorname{tg}\varphi=(\omega L-1/\omega C)/R$, $\varphi=-60°$ (ток опережает напряжение);

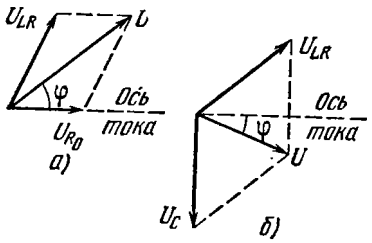


Рис. 26

в) $U_C=I_m/\omega C=0{,}65$ кВ, $U_L=I_m\sqrt{R^2+\omega^2L^2}=0{,}50$ кВ.

4.143. а) $\omega=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}$;

б) $\omega=\omega_0^2/\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}$, где $\omega_0^2=1/LC$, $\beta=R/2L$.

4.144. При $C=1/\omega^2L=28$ мкФ; $U_L=U_m\sqrt{1+(\omega L/R)^2}=0{,}54$ кВ; $U_C=U_m\omega L/R=0{,}51$ кВ.

4.145. $I=I_m\cos(\omega t+\varphi)$, где $I_m=(U_m/R)\sqrt{1+(\omega RC)^2}$ и $\operatorname{tg}\varphi=\omega RC$.

4.146. $\omega_0=\sqrt{L_2/C\,(L_1L_2-L_{12}^2)}$.

4.147. $Q=\sqrt{n^2-1/4}$.

4.148. $Q=\sqrt{(\eta^2-1)/(n-1)^2-1/4}$.

4.149. а) $\omega_0=\sqrt{\omega_1\omega_2}$; б) $Q=\sqrt{\omega_1\omega_2\,(n^2-1)/(\omega_2-\omega_1)^2-1/4}$.

4.151. $I_0/I=\sqrt{1+(Q^2+1/4)\,(\eta^2-1)^2/\eta^2}$; соответственно 2,2 и 19.

4.152. $t=\pi t_0/2$.

4.153. а) $I=2I_0/\sqrt{3}\approx 1{,}15\,I_0$; б) $I=\pi I_0/\sqrt{8}\approx 1{,}11\,I_0$.

4.154. $\nu=(R/2\pi L)\sqrt{\eta-1}=2$ кГц.

4.155. Ток отстает по фазе от напряжения на $\varphi=\arccos\sqrt{1-(X_L/Z)^2}\approx 37°$, $P=(U/Z)^2\sqrt{Z^2-X_L^2}=0{,}16$ кВт.

4.156. При $R=\omega L-r=0{,}20$ кОм; $P_{\text{макс}}=U^2/2\omega L=0{,}11$ кВт.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.157. Увеличилось на $\sqrt{n} - 1 \approx 30\,\%$.

4.158. При $Q \gg 1$ отношение $\Delta\omega/\omega_0 \approx \sqrt{n-1}/2Q = 0{,}5\,\%$.

4.159. $P_2 = (U^2 - U_1^2 - U_{2)}^2)/2R = 30$ Вт.

4.160. $P_1 = (I^2 - I_1^2 - I_{2)}^2)\,R/2 = 2{,}5$ Вт.

4.161. $Z = R/\sqrt{1 + (\omega CR)^2} = 40$ Ом.

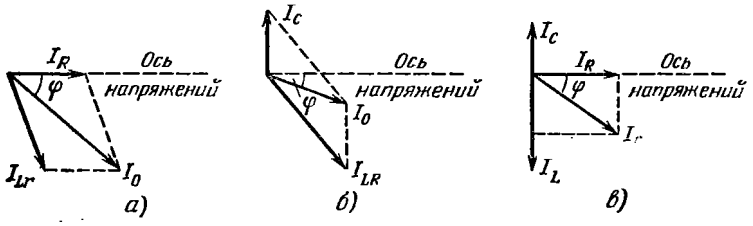


Рис. 27

4.162. См. рис. 27.

4.163. а) $\omega_{рез} = \sqrt{1/LC - R^2/L^2} = 3 \cdot 10^4\,с^{-1}$;

б) $I = U\,RC/L = 3$ мА, $I_L = U\sqrt{C/L} = 1{,}0$ А, $I_C = U\sqrt{C/L - (RC/L)^2} = 1{,}0$ А.

4.164. $\operatorname{tg}\varphi = [\omega C\,(R^2 + \omega^2 L^2) - \omega L]/R$.

4.165. $Z = \sqrt{\dfrac{R^2 + \omega^2 L^2}{(\omega CR)^2 + (1 - \omega^2 CL)^2}}$.

4.167. $\langle P \rangle = \omega^2 \Phi_0^2 R/2\,(R^2 + \omega^2 L^2)$.

4.168. $\langle F_x \rangle = \left[\omega^2 L_2 L_{12} I_0^2/2\,\left(R^2 + \omega^2 L_2^2\right)\right] \partial L_{12}/\partial x$.

4.169. $t = 2l/\alpha\,(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2})$.

4.170. $\Delta\varphi = \mathbf{k}\,(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = (\omega/v)\,|\,(x_1 - x_2)\cos\alpha + (y_1 - y_2)\cos\beta + (z_1 - z_2)\cos\gamma\,|$.

4.171. $\mathbf{k} = \alpha\mathbf{e}_x + \beta\mathbf{e}_y + \gamma\mathbf{e}_z$, $v = \omega/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$, где $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ — орты осей координат.

4.172. $\mathbf{k} = \omega\,(\mathbf{e}_x/v_1 + \mathbf{e}_y/v_2 + \mathbf{e}_z/v_3)$.

4.173. $\xi = a\cos[(1 - V/v)\,\omega t - kx']$, где $v = \omega/k$.

4.175. $u_x = -\varepsilon\sqrt{E/\rho} = -50$ м/с.

4.176. а) $a/\lambda = 5{,}1 \cdot 10^{-5}$; б) $v_m = 11$ см/с, $3{,}2 \cdot 10^{-4}$;

в) $(\partial\xi/\partial x)_m = 3{,}2 \cdot 10^{-4}$, $(\partial\xi/\partial t)_m = v\,(\partial\xi/\partial x)_m$, где $v = 0{,}34$ км/с — скорость волны.

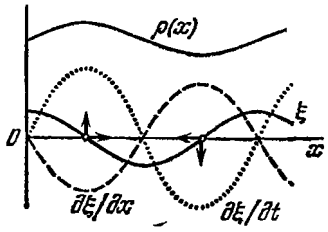


Рис. 28

4.177. См. рис. 28.

4.178. $\Delta\varphi = -(2\pi/\gamma\lambda)\ln(1 - \eta) \approx 2\pi\eta/\gamma\lambda = 0{,}3$ рад.

4.179. $\mathbf{r} = (a_1\mathbf{r}_1 + a_2\mathbf{r}_2)/(a_1 + a_2)$.

4.180. а) $\gamma = \ln(\eta r_0/r)/(r - r_0) = 0{,}08\,м^{-1}$;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) $v_m = 2\pi\nu a_0/\eta = 15$ см/с.

4.181. а) См. рис. 29, *а*. Частицы среды в точках на сплошных прямых ($y = x \pm n\lambda$, $n = 0, 1, 2, \ldots$) колеблются с максимальной амплитудой, на пунктирных же прямых не колеблются вовсе.

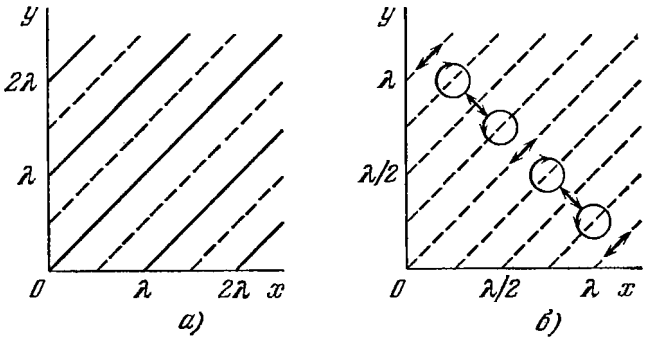


Рис. 29

б) См. рис. 29, *б*. Частицы среды в точках на прямых $y = x \pm n\lambda$, $y = x \pm (n \pm 1/2)\,\lambda$ и $y = x \pm (n \pm 1/4)\,\lambda$ колеблются соответственно вдоль этих прямых, перпендикулярно к ним и движутся по окружностям (здесь $n = 0, 1, 2, \ldots$). В остальных точках частицы движутся по эллипсам.

4.182. $\langle\omega\rangle = 2\omega_0/3$.

4.183. $\langle\Phi\rangle = 2\pi l^2 I_0 \left(1 - 1/\sqrt{1 + (R/l)^2}\right) = 20$ мкВт.

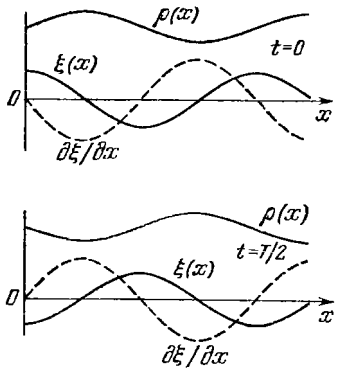


Рис. 30

4.184. $\langle\Phi\rangle = P/\sqrt{1 + (2R/h)^2} = 0{,}07$ Вт.

4.185. $x_m = l$.

4.186. $a \propto (1/r) \exp(Mgr/2RT)$; $r_m = 2RT/Mg$.

4.187. а) $\langle j_x\rangle = \rho a^2\omega^2 v/2$;

б) $\langle j_x\rangle = 0$;

в) $\langle j_x\rangle = \rho\,(a^2 - b^2)\,\omega^2 v/2$;

г) $\langle j_x\rangle = \rho\,(a^2 + ab)\,\omega^2 v/2$.

Здесь $v = \omega/k$.

4.188. $\langle j\rangle = \rho a^2\omega^2 v$, где $v = \omega/k$.

4.189. а) и б) — см. рис. 30;

в) см. рис. 31.

4.190. а) $w_p = (\rho a^2\omega^2/2)\sin^2 kx \times \cos^2\omega t$;

б) $w_k = (\rho a^2\omega^2/2)\cos^2 kx \cdot \sin^2\omega t$. См. рис. 32, где λ — длина волны, определяемая как $\lambda = 2\pi/k$.

4.191. $F = \pi d^2\rho\nu^2 l^2/\eta^2 = 3$ Н.

4.192. $F = \pi\rho d^2 l^2\nu^2 = 0{,}40$ кН.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4.193. $a_{\text{макс}}=5$ мм; третьему обертону.

4.194. $\nu_2/\nu_1=\sqrt{\eta_2(1+\eta_1)/\eta_1(1+\eta_2)}=1{,}4$.

4.195. Увеличится в $\eta=\sqrt{1-\Delta F/F}/(1+\Delta l/l)=2$ раза.

4.196. $v=2l\nu\approx 340$ м/с.

4.197. а) $\nu_n=(v/4l)(2n+1)$, шесть колебаний;
б) $\nu_n=(v/2l)(n+1)$, тоже шесть колебаний. Здесь $n=0, 1, 2, \ldots$

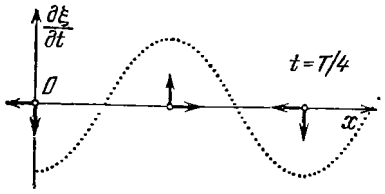


Рис. 31

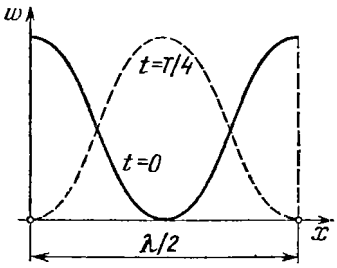


Рис. 32

4.198. $\nu_n=\sqrt{E/\rho}(2n+1)/2l=3{,}8(2n+1)$ кГц; четыре колебания с частотами 26,6; 34,2; 41,8 и 49,4 кГц.

4.199. а) $T_{\text{макс}}=m\omega^2a^2_{\text{макс}}/4$; б) $\langle T\rangle=m\omega^2a^2_{\text{макс}}/8$.

4.200. $W=\pi S\rho\omega^2a^2/4k$.

4.201. $\Delta t=(1\mp u/v)\,\Delta t_0=\begin{cases}4{,}5\text{ с, если приближается,}\\ 5{,}5\text{ с, если удаляется.}\end{cases}$

4.202. $\omega_2/\omega_1=(v-v_2)/(v-v_1)$.

4.203. $\nu_1=2\nu_0vu/(v^2-u^2)\approx 2\nu_0u/v=1{,}0$ Гц.

4.204. $u=(v\nu/\nu_0)\left(\sqrt{1+(\nu/\nu_0)^2}-1\right)\approx v\nu/2\nu_0=0{,}5$ м/с.

4.205. $\omega=(\nu_0v/a\Delta\nu)\left(\sqrt{1+(\Delta\nu/\nu_0)^2}-1\right)=34\text{ с}^{-1}$.

4.206. $\nu=\nu_0/\sqrt{1+2at/v}=1{,}35$ кГц.

4.207. а) $\nu=\nu_0/(1-\eta^2)=5$ кГц; б) $r=l\sqrt{1+\eta^2}=0{,}32$ км.

4.208. Уменьшается на $2u/(v+u)=2{,}0\%$.

4.209. $\nu=2\nu_0u/(v+u)=0{,}60$ Гц.

4.210. $\gamma=\dfrac{\ln(\eta r_1^2/r_2^2)}{2(r_2-r_1)}=6\cdot10^{-3}\text{ м}^{-1}$.

4.211. а) $L'=L-20\gamma x\lg e=50$ дБ; б) $x=0{,}30$ км.

4.212. а) $L=L_0+20\lg(r_0/r)=36$ дБ; б) $r>0{,}63$ км.

4.213. $\beta=\ln(r_2/r_1)/[\tau+(r_2-r_1)/v]=0{,}12\text{ с}^{-1}$.

4.214. а) Рассмотрим движение плоского элемента среды толщиной dx с единичной площадью поперечного сечения. Согласно второму закону Ньютона $\rho\,dx\cdot\ddot{\xi}=-dp$, где dp — приращение давления на длине dx. Учитывая, что $\ddot{\xi}=v^2\xi''_x$ — волновое уравнение, перепишем предыдущее равенство в виде $\rho v^2\xi''_x\,dx=-dp$. Проинтегрировав это

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

уравнение, получим $\Delta p = -\rho v^2 \xi'_x + \text{const}$. В отсутствие волны избыточное давление $\Delta p = 0$. Отсюда $\text{const} = 0$.

4.215. $\langle \Phi \rangle = \pi R^2 (\Delta p)_m^2 / 2\rho v \lambda = 11$ мВт.

4.216. а) $(\Delta p)_m = \sqrt{\rho v P / 2\pi r^2} = 5$ Па, $(\Delta p)_m / p = 5 \cdot 10^{-5}$;

б) $a = (\Delta p)_m / 2\pi \nu \rho v = 3$ мкм, $a/\lambda = 5 \cdot 10^{-6}$.

4.217. $P = 4\pi r^2 e^{2\gamma r} I_0 \cdot 10^L = 1{,}4$ Вт, где L — в белах.

4.218. $\Delta\lambda = (1/\sqrt{\varepsilon} - 1)\, c/\nu = -50$ м.

4.219. $t = 2\left(\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_2}\right) l/c \ln(\varepsilon_1/\varepsilon_2)$.

4.220. $j/j_{\text{см}} = \sigma / 2\pi\nu\varepsilon\varepsilon_0 = 2$.

4.221. $\mathbf{H} = \frac{1}{k}\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,[\mathbf{k}\mathbf{E}_m] \cos(ckt)$, где c — скорость волны в вакууме.

4.222. а) $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z \varepsilon_0 c E_m \cos kx = -0{,}30\mathbf{e}_z$;

б) $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z \varepsilon_0 c E_m \cos k(ct - x) = 0{,}18\mathbf{e}_z$. Здесь $\mathbf{e}_z$ — орт оси z, H в А/м.

4.224. $\langle \mathbf{S} \rangle = \mathbf{k} \varepsilon_0 c^2 E_m^2 / 2\omega$.

4.225. а) $\langle j_{\text{см}} \rangle = 4\varepsilon_0 \nu E_m = 0{,}18$ мА/м^2;

б) $\langle S \rangle = \varepsilon_0 c E_m^2 / 2 = 3{,}3$ мкВт/м^2.

4.226. $j_{\text{см макс}} = \omega \sqrt{2 \langle S \rangle \varepsilon_0 / c}$.

4.227. $\langle S \rangle = \varepsilon_0 c E_0^2 (1 + \cos\varphi)$.

4.228. $\langle S \rangle = \sqrt{2}\, \varepsilon_0 c E_0^2$.

4.229. Здесь $t \gg T$, где T — период колебаний, поэтому искомая энергия $W = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0/\mu_0}\, E_m^2 \pi R^2 t/2 = 5$ кДж.

4.230. $\mathbf{B} = \mathbf{B}_m \sin kx \cdot \sin \omega t$, где $\mathbf{B}_m \perp \mathbf{E}_m$, причем $B_m = E_m/c$.

4.231. $S_x = (\varepsilon_0 c E_m^2/2) \sin 2kx \cdot \sin 2\omega t$; $\langle S_x \rangle = 0$.

4.232. $W_{\text{м}}/W_{\text{э}} = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 R^2/8 = 5{,}0 \cdot 10^{-15}$.

4.233. $W_{\text{э}}/W_{\text{м}} = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 R^2/8 = 5{,}0 \cdot 10^{-15}$.

4.235. $\Phi_S = I^2 R$.

4.236. $S = (I^2/4\pi^2 \varepsilon_0 r^2)\sqrt{m/2eU}$.

4.238. Слева.

4.239. $\Phi = UI$.

4.240. $\langle \Phi \rangle = (U_0 I_0/2) \cos\varphi$.

4.242. а) Продифференцировав одно уравнение по x, другое по t, обнаружим, что комбинация полученных выражений содержит волновое уравнение (как для U, так и для I). Дальнейшее очевидно.

б) Решения волновых уравнений запишем в виде

$U = U_m \cos(\omega t - kx)$, $I = I_m \cos(\omega t - kx + \alpha)$.

Подстановка этих выражений, например, в первое из уравнений (4.4е) показывает, что $\alpha = 0$ и $I_m k = C_1 \omega U_m$. Отсюда $\rho = U_m/I_m = 1/vC_1 = \sqrt{L_1/C_1}$.

4.243. $L_1 = \rho\sqrt{\varepsilon}/c = 0{,}40$ мкГн/м; $C_1 = \sqrt{\varepsilon}/c\rho = 0{,}12$ нФ/м.

4.244. а) $\rho = (1/\pi)\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \ln(b/a)$;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

б) $\rho = (1/2\pi)\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}\ln(b/a)$.

4.245. $I = I_m \sin kx \cdot \sin \omega t$, где $I_m = U_m/\rho$.

4.246. а) $U_m = U_0 \cos(n\pi x/l)$, $I_m = I_0 \sin(n\pi x/l)$, $n = 1, 2, 3, \ldots$;
б) $U_m = U_0 \sin(n\pi x/l)$, $I_m = I_0 \cos(n\pi x/l)$, $n = 1, 2, 3, \ldots$;
в) $U_m = U_0 \sin(n'\pi x/l)$, $I_m = I_0 \cos(n'\pi x/l)$, $n' = 1, 3, 5, \ldots$

4.247. $l = c/2(\nu_2 - \nu_1) = 0{,}10$ км.

4.248. Электрический дипольный момент системы $\mathbf{p} = \sum e\mathbf{r}_i = (e/m) M\mathbf{r}_C$, где M — масса системы, $\mathbf{r}_C$ — радиус-вектор ее центра масс. Так как мощность излучения $P \sim \ddot{\mathbf{p}}^2 \sim \ddot{\mathbf{r}}_C^2$, а в нашем случае $\ddot{\mathbf{r}}_C = 0$, то и $P = 0$.

4.249. $\langle P \rangle = (1/4\pi\varepsilon_0)\, e^2 a^2 \omega^4/3c^3 = 5 \cdot 10^{-15}$ Вт.

4.250. $P = (2/3c^3)\,(qe^2/mR^2)^2/(4\pi\varepsilon_0)^3$.

4.251. $\Delta W/T = e^3 B/3\varepsilon_0 c^3 m^2 = 2 \cdot 10^{-18}$.

4.252. $T = T_0 e^{-\alpha t}$, где $\alpha = e^4 B^2/3\pi\varepsilon_0 c^3 m^3$. Через $t_0 = 1/\alpha = 2{,}5$ с для электрона и $1{,}6 \cdot 10^{10}$ с $= 0{,}5 \cdot 10^3$ лет для протона.

4.253. $S_1/S_2 = \operatorname{tg}^2(\omega l/c) = 3$.

4.254. $\langle S \rangle = (1/2)\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,(r_0/r)^2 E_m^2 \sin^2\vartheta = 3$ мВт/м^2.

4.255. $\langle P \rangle = (8\pi/3)\, r^2 S_0$.

4.256. $\langle w \rangle = 3P_0/8\pi r^2 c$.

4.257. $P = p^2\omega^4/6\pi\varepsilon_0 c^3$.

4.258. $R = 3P/16\pi c\gamma\rho M_C \approx 0{,}6$ мкм, где M_C — масса Солнца.

5.1. а) 3 и 9 мВт;

б) $\Phi = {}^1/_2\,(V_1 + V_2)\,\Phi_э/A = 1{,}6$ лм, где $A = 1{,}6$ мВт/лм, V_1 и V_2 — значения относительной спектральной чувствительности глаза для данных длин волн.

5.2. $E_m^2 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}\, A\Phi/2\pi r^2 V_\lambda$, отсюда $E_m = 1{,}1$ В/м, $H_m = 3{,}0$ мА/м. Здесь $A = 1{,}6$ мВт/лм, V_λ — относительная спектральная чувствительность глаза для данной длины волны.

5.3. $W = PS/2r_0 v_0$.

5.4. а) $\langle E \rangle = E_0/2$;

б) $\langle E \rangle = (I/R^2)\left(1 - \sqrt{1 - (R/l)^2}\right)/(1 - R/l) = 50$ лк.

5.5. $M = (2\pi/3)\, L_0$.

5.6. а) $\Phi = \pi L \Delta S \sin^2\vartheta$; б) $M = \pi L$.

5.7. $h \approx R$, $E = LS/4R^2 = 40$ лк.

5.8. $I = I_0/\cos^3\vartheta$, $\Phi = \pi I_0 R^2/h^2 = 3 \cdot 10^2$ лм.

5.9. $E'_{\text{макс}} = (9/16\pi\sqrt{3})\,\rho ES/R^2 = 0{,}21$ лк, на расстоянии $R/\sqrt{3}$ от потолка.

5.10. $E = \pi L$.

5.11. $E = \pi L$.

5.12. $M = E_0(1 + h^2/R^2) = 7 \cdot 10^2$ лм/м^2.

5.13. $E_0 = \pi L R^2/h^2 = 25$ лк.

5.14. $\mathbf{e}' = \mathbf{e} - 2(\mathbf{en})\,\mathbf{n}$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.15. Пусть $\mathbf{n}_1$, $\mathbf{n}_2$, $\mathbf{n}_3$ — орты нормалей к плоскостям данных зеркал, а $\mathbf{e}_0$, $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ — орты первичного луча и лучей, отраженных от первого, второго и третьего зеркал. Тогда (см. ответ предыдущей задачи):

$\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_0 - 2(\mathbf{e}_0\mathbf{n}_1)\,\mathbf{n}_1$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_1 - 2(\mathbf{e}_1\mathbf{n}_2)\,\mathbf{n}_2$, $\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_2 - 2(\mathbf{e}_2\mathbf{n}_3)\,\mathbf{n}_3$.

Сложив почленно левые и правые части этих выражений, нетрудно показать, что $\mathbf{e}_3 = -\mathbf{e}_0$.

5.16. $\vartheta_1 = \operatorname{arctg} n = 53°$.

5.17. $n_1/n_2 = 1/\sqrt{\eta^2 - 1} = 1{,}25$.

5.18. $x = \left[1 - \sqrt{(1 - \sin^2\vartheta)/(n^2 - \sin^2\vartheta)}\right] d \sin\vartheta = 3{,}1$ см.

5.19. $h' = (hn^2\cos^3\vartheta)/(n^2 - \sin^2\vartheta)^{3/2}$.

5.22. $\theta = 83°$.

5.23. От 37 до 58°.

5.24. $\alpha = 8{,}7°$.

5.25. $\Delta\alpha = 2\sin(\theta/2)\,\Delta n/\sqrt{1 - n^2\sin^2(\theta/2)} = 0{,}44°$.

5.28. а) $f = l\beta/(1 - \beta^2) = 10$ см; б) $f = l\beta_1\beta_2/(\beta_2 - \beta_1) = 2{,}5$ см.

5.29. $I' = \rho I_0 f^2/(f - s)^2 = 2{,}0 \cdot 10^3$ кд.

5.30. Пусть S — точечный источник света и S' — его изображение (рис. 33). По принципу Ферма оптические длины всех лучей, вышедших из S и собравшихся в S', одинаковы. Проведем окружности из

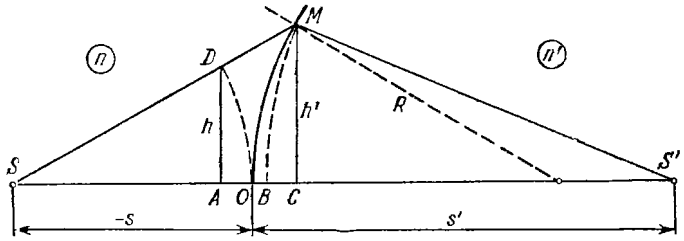


Рис. 33

центров S и S' радиусами SO и $S'M$. Тогда оптические пути (DM) и (OB) должны быть равны:

$$n \cdot DM = n' \cdot OB. \qquad (*)$$

Но для параксиальных лучей $DM \approx AO + OC$, где $AO \approx h^2/(-2s)$ и $OC \approx h'^2/2R$. Кроме того, $OB = OC - BC \approx h'^2/2R - h'^2/2s'$. Подставив эти выражения в (*) и имея в виду, что $h' \approx h$, получим $n'/s' - n/s = (n' - n)/R$.

5.32. $x = \dfrac{nf}{n+1}\left(1 - \sqrt{1 - \dfrac{(n+1)\,r^2}{(n-1)\,f^2}}\right)$, $r_{\text{макс}} = f\sqrt{(n-1)/(n+1)}$.

5.33. 6,3 см.

5.34. а) $\beta = 1 - d(n-1)/nR = -0{,}20$;

б) $E = \pi n^2 D^2 L/4d^2 = 42$ лк.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.35. а) $\Phi = \Phi_0 (n - n_0)/(n-1) = 2{,}0$ дптр, $f' = -f = n_0/\Phi = 85$ см;

б) $\Phi = \Phi_0 (2n - n_0 - 1)/2(n-1) = 6{,}7$ дптр, $f = 1/\Phi \approx 15$ см, $f' = n_0/\Phi \approx 20$ см. Здесь n и n_0 — показатели преломления стекла и воды.

5.37. $\Delta x \approx \Delta l f^2/(l-f)^2 = 0{,}5$ мм.

5.38. а) $f = [l^2 - (\Delta l)^2]/4l = 20$ см;

б) $f = l\sqrt{\eta}/(1+\sqrt{\eta})^2 = 20$ см.

5.39. $h = \sqrt{h'h''} = 3{,}0$ мм.

5.40. $E = (1-\alpha)\,\pi L D^2/4f^2 = 15$ лк.

5.41. а) Не зависит от D; б) пропорциональна D^2.

5.42. $f = n_0 R/2(n_1 - n_2) = 35$ см, где n_0 — показатель преломления воды.

5.43. $f = R/2(2n-1) = 10$ см.

5.44. а) Справа от последней линзы на 3,3 см от нее;

б) $l = 17$ см.

5.45. а) 50 и 5 см; б) отодвинуть на 0,5 см.

5.46. $\Gamma = D/d$.

5.47. $\psi = \psi'/\sqrt{\eta} = 0{,}6'$.

5.48. $\Gamma' = (\Gamma+1)(n-n_0)/n_0(n-1) - 1 = 3{,}1$, где n_0 — показатель преломления воды.

5.49. $\Gamma \leqslant D/d_0 = 20$.

5.50. $\Gamma = 60$.

5.51. а) $\Gamma = 2\alpha l_0/d_0 = 15$, где l_0 — расстояние наилучшего видения (25 см);

б) $\Gamma \leqslant 2\alpha l_0/d_0$.

5.52. Главные плоскости совпадают с центром линзы. Фокусные расстояния в воздухе и воде: $f = -1/\Phi = -11$ см, $f' = n_0/\Phi = +15$ см.

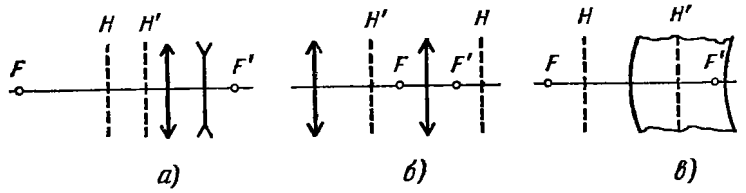


Рис. 34

Здесь $\Phi = (2n - n_0 - 1)/R$, где n и n_0 — показатели преломления стекла и воды. Узловые точки совпадают и расположены в воде на $x = f' + f = 3{,}7$ см от линзы.

5.53. См. рис. 34.

5.56. а) Оптическая сила системы $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2 = +4$ дптр, фокусное расстояние равно 25 см. Обе главные плоскости расположены перед собирающей линзой: передняя — на расстоянии 10 см от

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

собирающей линзы, задняя — на расстоянии 10 см от рассеивающей линзы ($x = d\Phi_2/\Phi$ и $x' = -d\Phi_1/\Phi$);

б) $d = 5$ см; около 4/3.

5.57. Оптическая сила данной линзы $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - (d/n)\,\Phi_1\Phi_2$, $x = d\Phi_2/n\Phi = 5{,}0$ см, $x' = -d\Phi_1/n\Phi = 2{,}5$ см, т. е. обе главные плоскости расположены вне линзы со стороны ее выпуклой поверхности.

5.58. $f = f_1 f_2/(f_1 + f_2 - d)$. Линзу надо поместить в передней главной плоскости системы, т. е. на расстоянии $x = f_1 d/(f_1 + f_2 - d)$ от первой линзы.

5.59. $\Phi = 2\Phi' - 2\Phi'^2 l/n_0 = 3{,}0$ дптр,

где $\Phi' = (2n - n_0 - 1)/R$, n и n_0 — показатели преломления стекла и воды.

5.60. а) $d = n\Delta R/(n-1) = 4{,}5$ см; б) $d = 3{,}0$ см.

5.61. а) $\Phi = d\,(n-1)^2/nR^2 > 0$, главные плоскости лежат со стороны выпуклой поверхности на расстоянии d друг от друга, причем передняя главная плоскость удалена от выпуклой поверхности линзы на расстояние $R/(n-1)$;

б) $\Phi = (1/R_2 - 1/R_1)\,(n-1)/n < 0$; обе главные плоскости проходят через общий центр кривизны поверхностей линзы.

5.62. $d = n\,(R_1 + R_2)/2\,(n-1) = 9{,}0$ см, $\Gamma = R_1/R_2 = 5{,}0$.

5.64. $\rho = n/(\partial n/\partial N) = 3 \cdot 10^7$ м; $\partial n/\partial N = 1{,}6 \cdot 10^{-7}$ м$^{-1}$.

5.66. 1,9a.

5.67. Сопоставим каждому колебанию вектор, модуль которого равен a. Угол между векторами, характеризующими k-е и $(k+1)$-е колебания, по условию, равен α. Изобразим из этих N векторов цепочку (рис. 35) и обозначим результирующий вектор как **A**. Мысленно проведем описанную окружность радиуса R с центром в точке O. Тогда, как видно из рисунка,

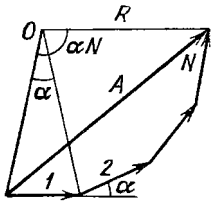


Рис. 35

$$A = 2R \sin(\alpha N/2), \quad a = 2R \sin(\alpha/2).$$

Исключив R из этих двух уравнений, получим

$$A = a \sin(N\alpha/2)/\sin(\alpha/2).$$

5.68. а) $\cos\vartheta = (k - \alpha/2\pi)\,\lambda/d$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$;

б) $\alpha = \pi/2$, $d/\lambda = k + 1/4$, $k = 0, 1, 2, \ldots$

5.69. а) См. рис. 36, *а*; б) см. рис. 36, *б*.

5.70. а) См. рис. 37, *а*; б) см. рис. 37, *б*.

5.71. $\langle S \rangle \sim \cos^2[(\pi/2)\sin^2(\varphi/2)]$, см. рис. 38, где запаздывает по фазе на $\pi/2$ излучатель 2.

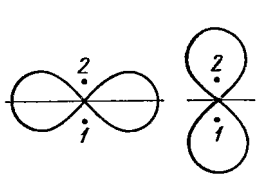
5.72. $\Delta\varphi = 2\pi\,[k - (d/\lambda)\sin(\omega t + \alpha)]$, где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

5.73. $\lambda = 2\Delta x \Delta h/l\,(\eta - 1) = 0{,}6$ мкм.

5.75. а) $\Delta x = \lambda\,(b + r)/2\alpha r = 1{,}1$ мм, 9 максимумов;

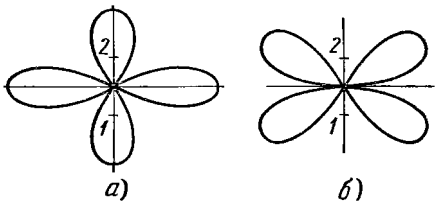
б) сдвиг картины $\delta x = (b/r)\,\delta l = 13$ мм;

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)



а) б)

Рис. 36



а) б)

Рис. 37

в) картина будет еще достаточно отчетлива, если $\delta x \leqslant \Delta x/2$, отсюда $h_{\text{макс}} = (1 + r/b)\,\lambda/4\alpha = 43$ мкм.

5.76. $\lambda = 2\alpha\Delta x = 0{,}64$ мкм.

5.77. а) $\Delta x = \lambda f/a = 0{,}15$ мм, 13 максимумов;

б) полосы будут наблюдаться еще достаточно отчетливо, если $\delta x \leqslant \Delta x/2$, где δx — сдвиг интерференционных картин от крайних элементов щели, отсюда $h_{\text{макс}} = \lambda f^2/2ab = 37$ мкм.

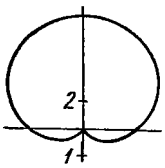


Рис. 38

5.78. $\lambda = 2a\theta\,(n-1)\,\Delta x/(a+b) = 0{,}6$ мкм.

5.79. $\Delta x \approx \lambda/2\theta\,(n-n') = 0{,}20$ мм.

5.80. Полосы сместятся в сторону перекрытой щели на расстояние $\Delta x = hl\,(n-1)/d = 2{,}0$ мм.

5.81. $n' = n + N\lambda/l = 1{,}000377$.

5.82. $v = \lambda/2\Delta t \sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta} = 1{,}1$ мкм/ч.

5.83. $b = \lambda\,(1+2k)/4\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta_1} = 0{,}14\,(1+2k)$ мкм, где $k = 0, 1, 2, \ldots$

5.84. $b_{\text{мин}} = 0{,}65$ мкм.

5.85. $b = \lambda\,(1+2k)/4\sqrt{n}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$

5.86. $b = \lambda\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta}/\sin 2\vartheta \cdot \delta\vartheta = 15$ мкм.

5.87. $\lambda \approx b\,(r_i^2 - r_k^2)/4l^2\,(i-k)$.

5.88. $\Delta x = \lambda\cos\vartheta_1/(2\alpha\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta_1})$.

5.89. а) $\theta = \lambda/2n\Delta x = 3'$; б) $\Delta\lambda/\lambda \approx \Delta x/l = 0{,}014$.

5.90. $\Delta r \approx \lambda R/4r$.

5.91. $r' = \sqrt{r^2 - 2Rh} = 1{,}5$ мм.

5.92. $r = \sqrt{r_0^2 + (k - 1/2)\,\lambda R} = 3{,}8$ мм, где $k = 6$.

5.93. $\lambda = (d_2^2 - d_1^2)/4R\,(k_2 - k_1) = 0{,}50$ мкм, где k_1 и k_2 — номера темных колец.

5.94. $\Phi = 2\,(n-1)\,(2k-1)\,\lambda/d^2 = 2{,}4$ дптр, где k — номер светлого кольца.

5.95. а) $r = \sqrt{2k\lambda\,(n-1)/\Phi} = 3{,}5$ мм, где $k = 10$;

б) $r' = r/\sqrt{n_0} = 3{,}0$ мм, где n_0 — показатель преломления воды.

5.96. $r = \sqrt{(k + 1/2)\,\lambda R/n_2} = 1{,}3$ мм, где $k = 5$.

5.97. $k_{\text{мин}} = \lambda_1/2\,(\lambda_2 - \lambda_1) = 140$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.98. Условие перехода от одной четкой картины к следующей: $(k+1)\lambda_1 = k\lambda_2$, где k — некоторое целое число. Соответствующее перемещение Δh зеркала определяется уравнением $2\Delta h = k\lambda_2$. Из этих двух уравнений получим

$$\Delta h = \lambda_1\lambda_2/2(\lambda_2 - \lambda_1) \approx \lambda^2/2\Delta\lambda = 0{,}3 \text{ мм}.$$

5.99. а) Условие максимумов: $2d\cos\vartheta = k\lambda$; отсюда следует, что с ростом угла ϑ, т. е. радиуса колец (см. рис. 5.18), порядок интерференции k убывает.

б) Взяв дифференциал от обеих частей предыдущего уравнения и имея в виду, что при переходе от одного максимума к следующему k изменяется на единицу, получим $\delta\vartheta = \lambda/2d\sin\vartheta$; отсюда видно, что угловая ширина полос уменьшается с ростом угла ϑ, т. е. с уменьшением порядка интерференции.

5.100. а) $k_{\text{макс}} = 2d/\lambda = 1{,}0\cdot 10^5$; б) $\Delta\lambda = \lambda/k = \lambda^2/2d = 5$ пм.

5.101. $I_0 = (2/bN\lambda)\int I(r)\,r\,dr$, где интегрирование проводится от 0 до ∞.

5.102. $b = ar^2/(k\lambda a - r^2) = 2{,}0$ м.

5.103. $\lambda = (r_2^2 - r_1^2)(a+b)/2ab = 0{,}60$ мкм.

5.104. $I \approx 2I_0[1 - \cos(\pi r^2/\lambda b)] = 2I_0$.

5.105. а) $I \approx 4I_0$, $I \approx 2I_0$; б) $I \approx I_0$.

5.106. а) $I \approx 0$; б) $I \approx I_0/2$.

5.107. а) $I \approx (1 - \varphi/2\pi)^2 I_0$; б) $I \approx (1+\varphi/2\pi)^2 I_0$.

5.108. а) $h = \lambda(k+3/8)/(n-1) = 1{,}2(k+3/8)$ мкм;

б) $h = 1{,}2(k+7/8)$ мкм; в) $h = 1{,}2k$ или $1{,}2(k+3/4)$ мкм. Здесь $k = 0, 1, 2, \ldots$

5.109. $h = \lambda(k+3/4)/(n-1)$, где $k = 0, 1, 2, \ldots$; $I_{\text{макс}} \approx 8I_0$.

5.110. $h = \lambda(k+5/8)/(n-1) = 1{,}2(k+5/8)$ мкм, где $k = 0, 1, 2, \ldots$

5.111. $r = \sqrt{k\lambda fb/(b-f)} = 0{,}9\sqrt{k}$ мм, где $k = 1, 3, 5, \ldots$

5.112. $b' = b/\eta^2 = 1{,}0$ м.

5.113. а) $y' = yb/a = 9$ мм; б) $h_{\text{мин}} \approx ab\lambda/D(a+b) = 0{,}10$ мм.

5.114. $f = ab/(a+b) = 0{,}6$ м. Это значение соответствует главному фокусу, помимо которого существуют и другие.

5.115. а) $h = 0{,}60(2k+1)$ мкм;

б) $h = 0{,}30(2k+1)$ мкм. Здесь $k = 0, 1, 2, \ldots$

5.116. а) $I_{\text{макс}}/I_{\text{мин}} \approx 1{,}7$;

б) $\lambda = 2(\Delta x)^2/b(v_2 - v_1)^2 = 0{,}7$ мкм, где v_1 и v_2 — соответствующие значения параметра на спирали Корню.

5.117. $I_{\text{сер}}/I_{\text{кр}} \approx 2{,}6$.

5.118. $\lambda = (\Delta h)^2/2b(v_2 - v_1)^2 = 0{,}55$ мкм, где v_1 и v_2 — соответствующие значения параметра на спирали Корню.

5.119. $h \approx \lambda(k+3/4)/(n-1)$, где $k = 0, 1, 2, \ldots$

5.120. $I_2/I_1 \approx 1{,}9$.

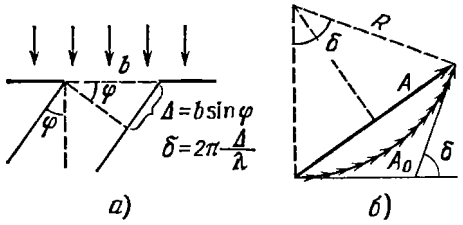
5.121. $I \approx 2{,}8I_0$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.122. $I_1 : I_2 : I_3 \approx 1 : 4 : 7$.

5.123. $I \approx I_0$.

5.124. Мысленно разобьем щель на множество одинаковых полосок и изобразим, имея в виду рис. 39, *а*, цепочку соответствующих элементарных векторов — для определенного угла дифракции φ. Если



а) *б)*

Рис. 39

φ достаточно мало, цепочка образует дугу радиуса R (рис. 39, *б*). Пусть длина цепочки A_0 и результирующий вектор $\mathbf{A}$. Тогда, как видно из рис. 39, *б*,

$$A_0 = R\delta, \quad A = 2R \sin(\delta/2),$$

где δ — разность фаз между крайними векторами цепочки. Исключив R из этих равенств, получим

$$A = A_0 \frac{\sin(\delta/2)}{\delta/2}.$$

Отсюда интенсивность ($I \backsim A^2$)

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2(\delta/2)}{(\delta/2)^2},$$

где I_0 — интенсивность в центре дифракционной картины ($\varphi = 0$), $\delta = 2\pi b \sin\varphi$. С ростом угла φ увеличивается δ, и цепочка будет закручиваться. Когда $\delta = 2\pi$, 4π, ..., $2\pi k$, цепочка замыкается один, два, ... k раз, и мы приходим к условию $b \sin\varphi = k\lambda$, $k = 1, 2, \ldots$

5.125. $\lambda = b/k \sqrt{1 + 4(f/x)^2} = 0{,}6$ мкм, где k — порядок минимума.

5.126. $b(\sin\vartheta - \sin\vartheta_0) = k\lambda$; для $k = +1$ и $k = -1$ углы ϑ равны соответственно 33° и 27°.

5.127. а) $\Delta\vartheta = \arcsin(n \sin\theta) - \theta = 7{,}9°$;

б) из условия $b(\sin\vartheta_1 - n\sin\theta) = \pm\lambda$ получим $\Delta\vartheta = \vartheta_{+1} - \vartheta_{-1} = 7{,}3°$.

5.128. $\lambda \approx (\alpha^2 - \alpha_0^2)\, d/2k = 0{,}6$ мкм.

5.130. 55°.

5.131. $d = 2{,}8$ мкм.

5.132. $\lambda = (d \sin\Delta\vartheta)/\sqrt{5 - 4\cos\Delta\vartheta} = 0{,}54$ мкм.

5.133. а) 45°; б) —64°.

5.134. $x = 2R/[(n-1)\sqrt{(d/\lambda)^2 - 1}] = 8$ см.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.135. Из условия $d[n\sin\theta-\sin(\theta+\vartheta_k)]=k\lambda$ получим $\vartheta_0=-18{,}5°$, $\vartheta_{+1}=0°$; $k_{макс}=+6$, $\vartheta_{+6}=+78{,}5°$. См. рис. 40.

5.136. $h_k=\lambda(k-1/2)/(n-1)$, где $k=1, 2, \ldots$; $a\sin\vartheta_1=\lambda/2$.

5.137 $v=\lambda\nu f/\Delta x=1{,}5$ км/с.

5.138. $b\leqslant\lambda f/d\approx 1$ мм. Дифракция будет наблюдаться, если радиус когерентности $\rho_{ког}\geqslant d$.

5.139. Каждая звезда дает в фокальной плоскости объектива свою дифракционную картину, причем их нулевые максимумы отстоят друг от друга на угол ψ (рис. 41). При уменьшении расстояния d

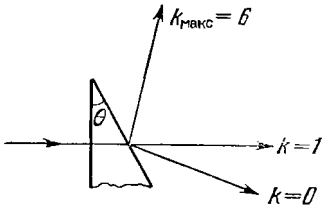


Рис. 40

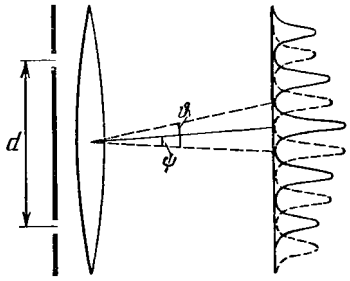


Рис. 41

угол ϑ между соседними максимумами в каждой дифракционной картине будет увеличиваться, и когда ϑ станет равным 2ψ, наступит первое ухудшение видимости: максимумы одной системы полос совпадут с минимумами другой. Таким образом, из условия $\vartheta=2\psi$ и формулы $\sin\vartheta=\lambda/d$ получим $\psi\approx\lambda/2d=0{,}06''$.

5.140. а) $D=k/d\sqrt{1-(k\lambda/d)^2}=6{,}5$ угл. мин/нм, где $k=2$;

б) $D=k/d\sqrt{1-(k\lambda/d-\sin\vartheta_0)^2}=13$ угл. мин/нм, где $k=4$.

5.141. $d\vartheta/d\lambda=(\operatorname{tg}\vartheta)/\lambda$.

5.142. $\Delta\vartheta=2\lambda/Nd\sqrt{1-(k\lambda/d)^2}=11''$.

5.145. $\vartheta=46°$.

5.146. а) В четвертом; б) $\delta\lambda_{мин}\approx\lambda^2/l=7$ пм.

5.147. а) $d=0{,}05$ мм; б) $l=6$ см.

5.148. а) 6 и 12 мкм; б) в первом порядке нет, во втором да.

5.149. $b\ll\lambda f/Nd=30$ мкм.

5.150. а) $r_m\approx\sqrt{2k\lambda l}=2{,}5$ мм; б) $\Delta r\approx\lambda l/r$.

5.151. $D>\lambda l/d=2{,}4$ см.

5.152. Согласно критерию Рэлея максимум линии с длиной волны λ должен совпадать с первым минимумом линии $\lambda+\delta\lambda$. Запишем оба условия для угла наименьшего отклонения через оптические разности хода крайних лучей (см. рис. 5.28):

$$bn-(DC+CE)=0,\quad b(n+\delta n)-(DC+CE)=\lambda+\delta\lambda.$$

Отсюда $b\,\delta n\approx\lambda$. Дальнейшее очевидно.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.153. а) $\lambda/\delta\lambda = 2bB/\lambda^3$; соответственно $1{,}2 \cdot 10^4$ и $0{,}35 \cdot 10^4$;
б) 1,0 см.

5.154. Около 20 см.

5.155. $R = 7 \cdot 10^4$, $\Delta y_{\text{мин}} \approx 4$ см.

5.156. Около 50 м.

5.157. Увеличится приблизительно в 16 раз.

5.158. $I/I_0 \approx (d^2/2f\lambda)^2 \approx 2 \cdot 10^7$.

5.159. Пусть $\delta\psi$ и $\delta\psi'$ — минимальные угловые расстояния, разрешаемые соответственно объективом трубы и глазом ($\delta\psi = 1{,}22\lambda/D$, $\delta\psi' = 1{,}22\lambda/d_0$). Тогда искомое увеличение трубы $\Gamma_{\text{мин}} = \delta\psi'/\delta\psi = D/d_0 = 13$.

5.160. $d_{\text{мин}} = 0{,}61\lambda/\sin\alpha = 1{,}4$ мкм.

5.161. Пусть $d_{\text{мин}}$ — наименьшее разрешаемое расстояние для объектива микроскопа, $\delta\psi$ — угол, под которым виден объект с расстояния наилучшего видения l_0 (25 см), и $\delta\psi'$ — минимальное угловое расстояние, разрешаемое глазом ($\delta\psi' = 1{,}22\lambda/d_0$). Тогда искомое увеличение микроскопа $\Gamma_{\text{мин}} = \delta\psi'/\delta\psi = 2\,(l_0/d_0)\sin\alpha = 30$.

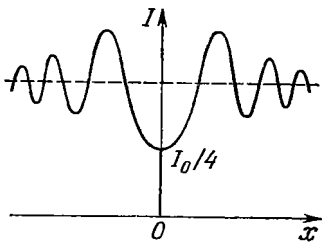


Рис. 42

5.162. 26, 60, 84, 107 и 134°.

5.163. $a = 0{,}28$ нм, $b = 0{,}41$ нм.

5.164. Пусть α, β и γ — углы между направлением на дифракционный максимум и направлениями решетки вдоль периодов a, b и c соответственно. Тогда значения этих углов определятся из условий:

$$a(1 - \cos\alpha) = k_1\lambda, \quad b\cos\beta = k_2\lambda \text{ и } c\cos\gamma = k_3\lambda.$$

Имея в виду, что $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$, получим

$$\lambda = (2k_1/a)/[(k_1/a)^2 + (k_2/b)^2 + (k_3/c)^2].$$

5.165. $\lambda = (2/k)\sqrt[3]{m/2\rho}\sin\alpha = 244$ пм, где $k = 2$, m — масса молекулы NaCl.

5.166. $d = \lambda\sqrt[3]{k_1^2 + k_2^2 - 2k_1k_2\cos(\alpha/2)}/2\sin(\alpha/2) = 0{,}28$ нм, где k_i и k_2 — порядки отражения.

5.167. $r = l\,\mathrm{tg}\,2\alpha = 3{,}5$ см, где α — угол скольжения, определяемый условием $2d\sin\alpha = k\lambda$.

5.168. См. рис. 42; $I_0/4$.

5.169. а) I_0; б) $2I_0$.

5.170. $E = \pi\Phi_0/\omega = 0{,}6$ мДж.

5.171. $\varphi = \arccos(\sqrt{\eta_2}/\eta_1\sqrt{2}) = 30°$.

5.172. $\eta = {}^1/_2\,(\cos\varphi)^{2(N-1)} = 0{,}12$.

5.173. $I_0/I = 2/(\tau^3\cos^4\varphi) \approx 60$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.174. $I_{пол}/I_{ест} = P/(1-P) = 0{,}3$.

5.175. $P = \sin^2\vartheta/(1+\cos^2\vartheta)$.

5.176. $P = (\eta-1)/(1-\eta\cos 2\varphi) = 0{,}8$.

5.177. а) Представим естественный свет в виде двух взаимно перпендикулярных составляющих с интенсивностями I_0. Пусть каждый поляризатор пропускает в своей плоскости долю α_1 света с плоскостью колебаний, параллельной плоскости поляризатора, и долю α_2 в перпендикулярной плоскости. Тогда при параллельных и перпендикулярных плоскостях поляризаторов интенсивность прошедшего света

$$I_{\parallel} = \alpha_1^2 I_0 + \alpha_2^2 I_0, \quad I_{\perp} = \alpha_1\alpha_2 I_0 + \alpha_2\alpha_1 I_0,$$

причем по условию $I_{\parallel}/I_{\perp} = \eta$. С другой стороны, степень поляризации, создаваемая каждым поляризатором в отдельности,

$$P_0 = (\alpha_1 - \alpha_2)/(\alpha_1 + \alpha_2).$$

Исключив α_1 и α_2 из этих формул, получим

$$P_0 = \sqrt{(\eta-1)/(\eta+1)} = 0{,}905.$$

б) $P = \sqrt{1-1/\eta^2} = 0{,}995$.

5.178. Относительные изменения интенсивностей обоих пучков:

$$(\Delta I/I)_A = 4\,\mathrm{ctg}\,(\varphi/2)\cdot\delta\varphi, \quad (\Delta I/I)_B = 4\,\mathrm{tg}\,(\varphi/2)\cdot\delta\varphi.$$

Отсюда $\eta = (\Delta I/I)_A/(\Delta I/I)_B = \mathrm{ctg}^2(\varphi/2)$, $\varphi = 11{,}5°$.

5.179. 90°.

5.180. а) $\rho = (n^2-1)^2/2(n^2+1)^2 = 0{,}074$;

б) $P = \rho/(1-\rho) = \dfrac{(1+n^2)^2-4n^2}{(1+n^2)^2+4n^2} = 0{,}080$. Здесь n — показатель преломления стекла.

5.181. $I = I_0(1-\rho)/n = 0{,}72 I_0$, где n — показатель преломления воды.

5.182. $\rho = [(n^2-1)/(n^2+1)]\sin^2\varphi = 0{,}038$.

5.183. $P_1 = P_3 = 1$, $P_2 = \dfrac{\rho}{1-\rho} = 0{,}087$, $P_4 = \dfrac{2\rho(1-\rho)}{1-2\rho(1-\rho)} = 0{,}17$.

5.184. а) Здесь коэффициент отражения от каждой поверхности пластинки $\rho = (n^2-1)^2/(n^2+1)^2$, поэтому $I_4 = I_0(1-\rho)^2 = 16 I_0 n^4/(1+n^2)^2 = 0{,}725 I_0$;

б) $P = \dfrac{1-(1-\rho')^2}{1+(1-\rho')^2} = \dfrac{(1+n^2)^4-16n^4}{(1+n^2)^4+16n^4} \approx 0{,}16$, где ρ' — коэффициент отражения той составляющей света, световой вектор которой колеблется перпендикулярно к плоскости падения.

5.185. а) $P = (1-\alpha^{4N})/(1+\alpha^{4N})$, где $\alpha = 2n/(1+n^2)$, n — показатель преломления стекла;

б) соответственно 0,16; 0,31; 0,67 и 0,92.

5.186. а) $\rho = (n-1)^2/(n+1)^2 = 0{,}040$;

б) $\Delta\Phi/\Phi = 1-(1-\rho)^{2N} = 0{,}34$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.188. а) 0,83; б) 0,044.

5.189. См. рис. 43, где o и e — обыкновенный и необыкновенный лучи.

5.190. $\alpha \approx 11°$.

5.191. Для правой системы координат:

а) круговая поляризация, против часовой стрелки, если смотреть навстречу волне;

б) эллиптическая, по часовой стрелке, если смотреть навстречу волне; большая ось эллипса совпадает с прямой $y = x$;

в) плоская поляризация, вдоль прямой $y = -x$.

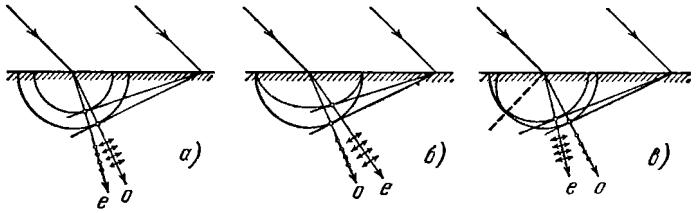


Рис. 43

5.192. $P = (\eta - 1)/\eta = 0{,}5$.

5.193. а) 0,490 мм; б) 0,475 мм.

5.194. $\lambda = 4d\Delta n/(2k+1)$; 0,58, 0,55 и 0,51 мкм при $k = 15$, 16 и 17.

5.195. Четыре.

5.196. 0,69 и 0,43 мкм.

5.197. $d = (k - 1/2)\,\lambda_1/\Delta n = 0{,}25$ мм, где $k = 4$.

5.198. $\Delta n = \lambda/\theta\,\Delta x = 0{,}009$.

5.199. а) $I'_{\parallel} = I\cos^2(\delta/2)$;

б) $I'_{\perp} = I\sin^2(\delta/2)$. Указание. В случае $P' \perp P$ к разности фаз δ следует добавить π, поскольку проекции векторов $\mathbf{E}_o$ и $\mathbf{E}_e$ на направление P' противоположны по знакам.

5.201. а) Если свет правополяризованный по кругу (для наблюдателя), то за пластинкой в четверть волны он становится линейно поляризованным, причем направление колебаний светового вектора составляет угол $+45°$ с осью кристалла OO' (рис. 44, *а*); для левополяризованного света этот угол будет равен $-45°$ (рис. 44, *б*).

б) Если при вращении поляроида (расположенного за пластинкой) при любом положении пластинки интенсивность прошедшего света не меняется — свет естественный, если меняется и падает до нуля, то свет поляризован по кругу; если меняется, но не падает до нуля, то свет — смесь естественного и поляризованного по кругу.

5.202. а) $\Delta x = \lambda/2\,(n_e - n_o)\,\theta$;

б) $d\,(n'_o - n'_e) = -2\,(n_e - n_o)\,\theta\,\delta x < 0$.

5.203. $I = 3I_0$.

5.204. $\Delta n = \alpha\lambda/\pi = 0{,}71 \cdot 10^{-4}$, где α — постоянная вращения.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.205. $\alpha = \pi/\Delta x \operatorname{tg}\theta = 21$ угл. град/мм, $I(x) \backsim \cos^2(\pi x/\Delta x)$, где x — расстояние от максимума.

5.206. $d_{\text{мин}} = (1/\alpha)\arcsin\sqrt{2\eta} = 3{,}0$ мм.

5.207. 8,7 мм.

5.208. $[\alpha] = 72$ угл. град/(дм·г/см^3).

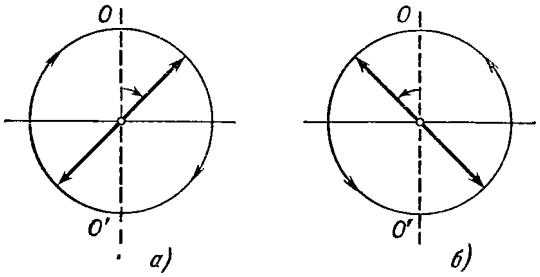


Рис. 44

5.209. а) $E_{\text{мин}} = 1/\sqrt{4Bl} = 10{,}6$ кВ/см;

б) $2{,}2 \cdot 10^8$ прерываний в секунду.

5.210. $\Delta n = 2cHV/\omega$, где c — скорость света в вакууме.

5.211. $V = (\varphi_1 - \varphi_2)/2lH = 0{,}015$ угл. мин/А.

5.212. Если смотреть навстречу вышедшему лучу и положительное направление отсчитывать по часовой стрелке, то $\varphi = (\alpha - VNH)\,l$, где N — число прохождений луча через вещество (на рис. 5.35 число $N = 5$).

5.213. $H_{\text{мин}} = \pi/4Vl = 4{,}0$ кА/м, где V — постоянная Верде. Направление, в котором пропускается свет, изменится на противоположное.

5.214. $t = mc\omega_0/\lambda I = 12$ ч. Несмотря на чрезвычайную малость этого эффекта, его наблюдали как для видимого света, так и для сантиметровых волн.

5.215. а) $a = eE_0/m\omega^2 = 5 \cdot 10^{-16}$ см, где $E_0 = \sqrt{2I/\varepsilon_0 c}$; $v = a\omega = 1{,}7$ см/с;

б) $F_{\text{м}}/F_{\text{э}} = 2{,}9 \cdot 10^{-11}$.

5.216. а) $\varepsilon = 1 - n_0 e^2/\varepsilon_0 m\omega^2$; б) $v = c\sqrt{1 + (n_0 e^2/4\pi^2\varepsilon_0 mc^2)\,\lambda^2}$.

5.217. $n_0 = (4\pi^2\nu^2 m\varepsilon_0/e^2)(1 - n^2) = 2{,}4 \cdot 10^7$ см$^{-3}$.

5.218. $n - 1 = -n_0 e^2\lambda^2/8\pi^2\varepsilon_0 mc^2 = -5{,}4 \cdot 10^{-7}$, где n_0 — концентрация электронов в углероде.

5.219. а) $x = a\cos(\omega t + \varphi)$, где a и φ определяются формулами

$$a = (eE_0/m)/\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}, \quad \operatorname{tg}\varphi = 2\beta\omega/(\omega^2 - \omega_0^2).$$

Здесь $\beta = \gamma/2m$, $\omega_0^2 = k/m$, m — масса электрона;

б) $\langle P\rangle = m\beta\,(eE_0/m)^2\omega^2/[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2]$, $\langle P\rangle_{\text{макс}} = (m/4\beta) \times (eE_0/m)^2$ при $\omega = \omega_0$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.220. Запишем уравнение волны в форме $A = A_0 \exp[i(\omega t - kx)]$, где $k = 2\pi/\lambda$. Если $n' = n + i\varkappa$, то $k = (2\pi/\lambda_0) n'$ и

$$A = A_0 \exp(2\pi\varkappa x/\lambda_0) \exp[i(\omega t - 2\pi n x/\lambda_0)],$$

или в вещественной форме

$$A = A_0 \exp(\varkappa x) \cos(\omega t - k'x),$$

т. е. свет распространяется в виде плоской волны, амплитуда которой зависит от x. При $\varkappa < 0$ амплитуда убывает (затухание волны за счет поглощения). Если $n' = i\varkappa$, то $A = A_0 \exp(\varkappa x) \cos\omega t$. Это стоячая волна с экспоненциально убывающей (при $\varkappa < 0$) амплитудой. В этом случае свет испытывает полное внутреннее отражение в среде (без поглощения).

5.221. $n_0 = 4\pi^2 \varepsilon_0 mc^2/e^2\lambda_0^2 = 2{,}0 \cdot 10^9$ см$^{-3}$.

5.223. а) $u = 3v/2$; б) $u = 2v$; в) $u = v/3$.

5.224. $\varepsilon = 1 + A/\omega^2$, где A — постоянная.

5.225. $v = c/n = 1{,}83 \cdot 10^8$ м/с, $u = [1 + (\lambda/n)(dn/d\lambda)]\, c/n = 1{,}70 \cdot 10^8$ м/с.

5.226. Достаточно провести рассуждение для трех гармонических составляющих волнового импульса (проще всего с помощью графика).

5.227. $I = (I_0/2) \exp(-\varkappa l) \sin^2\varphi$, где $\varphi = VlH$.

5.228. а) $I = I_0(1-\rho)^2(1+\rho^2+\rho^4+\ldots) = I_0(1-\rho)^2/(1-\rho^2)$;

б) $I = I_0(1-\rho)^2\sigma(1+\sigma^2\rho^2+\sigma^4\rho^4+\ldots) = I_0\sigma(1-\rho^2)/(1-\sigma^2\rho^2)$, где $\sigma = \exp(-\varkappa d)$.

5.229. $\varkappa = \ln(\tau_1/\tau_2)/(d_2 - d_1) = 0{,}35$ см$^{-1}$.

5.230. $\varkappa = (1/lN)\ln[(1-\rho)^{2N}/\tau] = 0{,}034$ см$^{-1}$.

5.231. $\tau = (1-\rho)^2 \exp[-(\varkappa_1 + \varkappa_2)l/2]$.

5.232. $I = I_0(1-\rho)^2[\exp(-\varkappa_1 l) - \exp(-\varkappa_2 l)]/(\varkappa_2 - \varkappa_1)\, l$.

5.233. $\Delta\lambda = 2\lambda_0 \sqrt{(\ln\eta)/\alpha d}$.

5.234. $I = (\Phi/4\pi b^2)(1-\rho)^2 \exp[-\varkappa(b-a)]$.

5.235. Уменьшится в $\exp(\mu d) = 0{,}6 \cdot 10^2$ раз.

5.236. $d = 0{,}3$ мм.

5.237. $d = (\ln 2)/\mu = 8$ мм.

5.238. $N = (\ln\eta)/\ln 2 = 5{,}6$.

5.239. $c = 2lz(n_2 - n_1) = 3{,}0 \cdot 10^8$ м/с.

5.240. Прежде всего отметим, что при $v \ll c$ время течет практически одинаково в системах отсчета, связанных как с источником, так и с приемником. Представим себе, что источник испускает короткие импульсы с интервалами T_0. Тогда в системе отсчета, связанной с приемником, расстояние между двумя последовательными импульсами вдоль линии наблюдения $\lambda = cT_0 - v_r T_0$, где v_r — лучевая скорость источника ($v_r = v\cos\vartheta$). Частота принимаемых импульсов $\nu = c/\lambda = \nu_0/(1 - v_r/c)$, где $\nu_0 = 1/T_0$. Отсюда $(\nu - \nu_0)/\nu_0 = (v/c)\cos\vartheta$.

5.241. $\Delta\lambda = -\lambda\sqrt{2T/mc^2}\cos\vartheta = -26$ нм.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.242. $T = 4\pi R\lambda/c\delta\lambda = 25$ сут, где R — радиус Солнца.

5.243. $d = (\Delta\lambda/\lambda)_m\, c\tau/\pi = 3\cdot 10^7$ км, $m = (\Delta\lambda/\lambda)_m^3\, c^3\tau/2\pi\gamma = 2{,}9\cdot 10^{29}$ кг, где γ — гравитационная постоянная.

5.244. $\omega = \omega_0\,(1+\beta)/(1-\beta)$, где $\beta = V/c$; $\omega \approx \omega_0\,(1+2V/c)$.

5.245. $v = (\lambda/2)\,\Delta\nu \approx 900$ км/ч.

5.246. $\Delta\omega/\omega = (n-1)\,v/c = 1{,}0\cdot 10^{-11}$.

5.247. После подстановки в равенство $\omega t - kx = \omega' t' - k'x'$ величив t' и x' (из преобразований Лоренца) получим

$$\omega = \omega'\,(1+\beta)/\sqrt{1-\beta^2}, \quad k = k'\,(1+\beta)/\sqrt{1-\beta^2},$$

где $\beta = V/c$. Здесь учтено, что $\omega' = ck'$.

5.248. Из формулы $\omega' = \omega\sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)}$ получим $\beta = v/c = 0{,}26$.

5.249. $v = c\,[(\lambda/\lambda')^2 - 1]/[(\lambda/\lambda')^2 + 1] = 7{,}1\cdot 10^4$ км/с.

5.250. $\omega = \omega_0\sqrt{3/7}$.

5.251. $\Delta\lambda = \lambda T/mc^2 = 0{,}70$ нм, где m — масса атома.

5.252. а) $\omega = \omega_0/\sqrt{1-(v/c)^2} = 5{,}0\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$;

б) $\omega = \omega_0\sqrt{1-(v/c)^2} = 1{,}8\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$.

5.253. Заряд электрона вместе с положительным индуцированным в металле зарядом образует диполь. В системе отсчета, связанной с электроном, электрический момент диполя меняется с периодом $T' = d'/v$, где $d' = d\sqrt{1-(v/c)^2}$. Соответствующая «собственная» частота $\nu' = v/d'$. Вследствие эффекта Доплера наблюдаемая частота

$$\nu = \nu'\,\frac{\sqrt{1-(v/c)^2}}{1-(v/c)\cos\vartheta} = \frac{v/d}{1-(v/c)\cos\vartheta}.$$

Ей отвечает длина волны $\lambda = c/\nu = d\,(c/v - \cos\vartheta)$. При $\vartheta = 45°$ и $v \approx c$ длина волны $\lambda \approx 0{,}6$ мкм.

5.254. а) Пусть v_x — проекция вектора скорости излучающего атома на направление линии наблюдения. Число атомов с проекциями v_x, $v_x + dv_x$

$$n\,(v_x)\,dv_x \backsim \exp\left(-mv_x^2/2kT\right)\cdot dv_x.$$

Частота света, излучаемого атомами, скорость которых v_x, есть $\omega = \omega_0\,(1+v_x/c)$. С помощью этого выражения найдем распределение атомов по частотам: $n\,(\omega)\,d\omega = n\,(v_x)\,dv_x$. И наконец, надо учесть, что спектральная интенсивность излучения $I_\omega \backsim n\,(\omega)$;

б) $\Delta\omega/\omega_0 = 2\sqrt{(2\ln 2)\,kT/mc^2}$.

5.255. $u = (c/n + V)/(1 + V/cn)$. Если $V \ll c$, то $u \approx c/n + V\,(1 - 1/n^2)$.

5.256. $\nu = (c/2)\delta\vartheta = 30$ км/с.

5.258. $\vartheta' = 8°$.

5.259. Движущаяся со скоростью V заряженная частица своим полем возбуждает атомы среды, и они становятся источниками свето-

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

вых волн. Возьмем две произвольные точки A и B на пути движения частицы. Световые волны, испускаемые из этих точек при прохождении через них частицы, достигнут точки P (рис. 45) за одинаковое время и усилят друг друга, если время распространения световой волны из точки A в точку C будет равно времени пролета частицей пути AB. Отсюда получим $\cos\vartheta = v/V$, где $v = c/n$ — фазовая скорость света. Видно, что излучение возможно лишь при $V > v$, т. е. когда скорость частицы больше фазовой скорости света в среде.

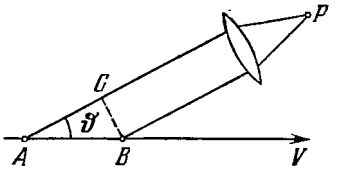


Рис. 45

5.260. $T_{\text{мин}} = (n/\sqrt{n^2-1} - 1)\, mc^2$; соответственно 0,14 МэВ и 0,26 ГэВ. Для μ-мезонов.

5.261. $T = (n\cos\vartheta/\sqrt{n^2\cos^2\vartheta - 1} - 1)\, mc^2 = 0{,}23$ МэВ.

5.263. $T_2 = bT_1/(b + T_1\Delta\lambda) \approx 1750$ К.

5.264. $\lambda_m = 3{,}4$ мкм.

5.265. $5\cdot 10^9$ кг/с; около 10^{11} лет.

5.266. $T = \sqrt[3]{3cR\rho/\sigma M} = 2\cdot 10^7$ К, где R — универсальная газовая постоянная, M — молярная масса водорода.

5.267. $t = (\eta^3 - 1)\, c\rho d/18\sigma T_0^3 = 3$ ч, где c — удельная теплоемкость меди, ρ — ее плотность.

5.268. $T \approx T_0\sqrt{R/2l} = 266$ К, где R — радиус Солнца, l — расстояние между Солнцем и Землей.

5.269. $T_2 = T_1\sqrt{d/2l} \approx 400$ К.

5.270. а) $C_V = (\partial U/\partial T)_V = 16\sigma T^3 V/c = 3$ нДж/К, где $U = 4\sigma T^4 V/c$;

б) $S = 16\sigma T^3 V/3c = 1{,}0$ нДж/К.

5.271. $VT^3 = \text{const}$.

5.272. а) $\omega_{\text{вер}} = 2T/a = 5{,}24\cdot 10^{14}$ с$^{-1}$;

б) $\lambda_{\text{вер}} = 2\pi ca/5T = 1{,}44$ мкм.

5.273. а) $u_\omega = (kT/\pi^2c^3)\,\omega^2$; б) $u_\omega = (\hbar/\pi^2c^3)\,\omega^3 \exp(-\hbar\omega/kT)$.

5.274. $u_\nu = \dfrac{16\pi^2\hbar}{c^3}\dfrac{\nu^3}{\exp(2\pi\hbar\nu/kT) - 1}$, $u_\lambda = \dfrac{16\pi^2 c\hbar\lambda^{-5}}{\exp(2\pi\hbar c/kT\lambda) - 1}$.

5.275. $\Delta P = 4\pi^2c^2\hbar T^5\Delta\lambda/b^5\,[\exp(2\pi\hbar c/kb) - 1] = 0{,}31$ Вт/см^2, где b — постоянная в законе смещения Вина.

5.276. а) 1,1 мкм; б) 0,37;

в) $P_2/P_1 = (T_2/T_1)^4\,(1 - y_2)/(1 - y_1) = 4{,}9$.

5.277. $n_\omega d\omega = \dfrac{1}{\pi^2c^3}\dfrac{\omega^2\, d\omega}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1}$, $n_\lambda d\lambda = \dfrac{8\pi\lambda^{-4}\, d\lambda}{\exp(2\pi\hbar c/kT\lambda) - 1}$.

5.278. а) $\langle j\rangle = P\lambda/8\pi^2c\hbar r^2 = 6\cdot 10^{13}$ см$^{-2}\cdot$с$^{-1}$;

б) $r = \sqrt{P\lambda/2\hbar n}/2\pi c = 9$ м.

5.279. $dp/dt = \Phi_э/c$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.280. $\langle p\rangle = 4(1+\rho)\,E/\pi d^2 c\tau \approx 5{,}0$ МПа (50 атм).

5.281. $p = (E/c)\sqrt{1+\rho^2+2\rho\cos 2\vartheta} = 35$ нН·с.

5.282. $p = (I/c)(1+\rho)\cos^2\vartheta = 0{,}6$ нН/см^2.

5.283. $F = \pi R^2 I/c = 0{,}18$ мкН.

5.284. $F = P/2c\,(1+\eta^2)$.

5.285. а) $\Delta p = (2\hbar\omega/c)\sqrt{1-\beta^2}/(1-\beta)$;

б) $\Delta p = 2\hbar\omega/c\,(1-\beta)$. Здесь $\beta = V/c$. Видно, что в системе отсчета, связанной с зеркалом, последнему передается меньший импульс.

5.286. $\sin(\vartheta/2) \approx E/mc\sqrt{gl}$, $\vartheta = 0{,}5°$.

5.287. $\Delta\omega/\omega_0 = -[1-\exp(-\gamma M/Rc^2)] < 0$, т. е. частота фотона уменьшается.

5.288. $U = 2\pi\hbar c\,(1-1/\eta)/e\,\Delta\lambda = 16$ кВ.

5.289. $U = \pi\hbar c/ed\sin\alpha = 31$ кВ.

5.290. $\lambda_{\text{мин}} = 2\pi\hbar/mc\,(\gamma-1) = 2{,}8$ пм, где $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$.

5.291. $U = 3\pi c\hbar/e\lambda_m = 35$ кВ.

5.292. 332 нм; $6{,}6\cdot 10^5$ м/с.

5.293. $A = 2\pi c\hbar\,(\eta^2-\lambda_2/\lambda_1)/\lambda_2\,(\eta^2-1) = 1{,}9$ эВ.

5.294. $\varphi_{\text{макс}} = 4{,}4$ В.

5.295. $T_{\text{макс}} = \hbar\,(\omega_0+\omega) - A_{\text{вых}} = 0{,}38$ эВ.

5.296. $w = 2\pi c\hbar J/e\lambda = 0{,}020$.

5.297. $v_{\text{макс}} = 6{,}4\cdot 10^5$ м/с.

5.298. 0,5 В; ее полярность противоположна полярности внешнего напряжения.

5.299. $\hbar/mc$ — комптоновская длина волны данной частицы (λ_C).

5.300. Запишем в системе отсчета, связанной с электроном, законы сохранения энергии и импульса до соударения с фотоном:

$$\hbar\omega + mc^2 = m_r c^2,\quad \hbar\omega/c = m_r v,\quad \text{где } m_r = m\sqrt{1-(v/c)^2}.$$

Отсюда следует, что $v = 0$ или c. Оба результата физнческого смысла не имеют.

5.301. а) Рассеяние происходит на свободных электронах;

б) увеличивается число электронов, которые становятся свободными (под свободнымн понимаются электроны, энергия связи которых значительно меньше энергни, передаваемой им фотонами); в) наличие несмещенной компоненты объясняется рассеянием на сильно связанных электронах и на ядрах.

5.302. $\lambda = 2\lambda_C\,[\sin(\vartheta_2/2) - \eta\sin(\vartheta_1/2)]/(\eta-1) = 1{,}2$ пм.

5.303. $T = \hbar\omega\eta/(1+\eta) = 0{,}20$ МэВ.

5.304. а) $\omega' = \dfrac{2\pi c}{\lambda + 2\pi\hbar/mc} = 2{,}2\cdot 10^{20}$ с$^{-1}$;

б) $T = \dfrac{2\pi c\hbar/\lambda}{1+\lambda mc/2\pi\hbar} = 60$ кэВ.

5.305. $\hbar\omega' = \hbar\omega/[1+2\,(\hbar\omega/mc^2)\sin(\vartheta/2)] = 0{,}144$ МэВ.

5.306. $\sin(\vartheta/2) = \sqrt{mc\,(p-p')/2pp'}$, отсюда $\vartheta = 120°$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

5.307. $\hbar\omega = \left[1 + \sqrt{1 + 2mc^2/T \sin^2(\vartheta/2)}\right] T/2 = 0{,}68$ МэВ.

5.308. $\lambda = (2\pi\hbar/mc)\left(\sqrt{1 + 2mc^2/T_{\text{макс}}} - 1\right) = 3{,}7$ пм.

5.309. $\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{4\pi\hbar/mc\,\Delta\lambda - 1}\,/(1 + \hbar\omega/mc^2)$, $\varphi = 31°$.

5.310. $\rho = (mc/eB)\, 2\eta\,(1+\eta)/(1+2\eta) = 3{,}4$ см.

5.311. $\Delta\lambda = (4\hbar/mc)\sin^2(\vartheta/2) = 1{,}2$ пм.

6.1 *). $r = 3ke^2/2E = 0{,}16$ нм, $\lambda = (2\pi c/e)\sqrt{mr^3/k} = 0{,}24$ мкм.

6.2. $b = 0{,}73$ пм.

6.3 *). а) $r_{\text{мин}} = 0{,}59$ пм;

б) $r_{\text{мин}} = (2Zke^2/T)(1 + m_\alpha/m_{\text{Li}}) = 0{,}034$ пм.

6.4 *). а) $\rho_{\text{мин}} = (Ze^2/T)\operatorname{ctg}^2(\vartheta/2) = 0{,}23$ пм;

б) $r_{\text{мин}} = [1 + \operatorname{csc}(\vartheta/2)]\, Ze^2/T = 0{,}56$ пм.

6.5 *). $p \approx 2\sqrt{2mT}/[1 + (2bT/Ze^2)^2]$.

6.6 *). $T_e = m_p k^2 e^4/m_e b^2 T = 4$ эВ.

6.7. $b = Rn \sin(\vartheta/2)/\sqrt{1 + n^2 - 2n\cos(\vartheta/2)}$, где $n = \sqrt{1 + U_0/T}$.

6.8. а) $\cos(\vartheta/2) = b/(R + r)$; б) $dP = (1/2)\sin\vartheta\, d\vartheta$;

в) $P = 1/2$.

6.9. $3{,}3 \cdot 10^{-5}$.

6.10 *). $d = (4Jr^2T^2/nIZ^2k^2e^4)\sin^4(\vartheta/2) = 1{,}5$ мкм; n — концентрация ядер.

6.11. $Z_{\text{Pt}} = Z_{\text{Ag}}\sqrt{\eta A_{\text{Pt}}/A_{\text{Ag}}} = 78$.

6.12 *). а) $1{,}6 \cdot 10^6$;

б) $\Delta N = I_0 \tau\pi\, nd\, (Ze^2/T)^2 \operatorname{ctg}^2(\vartheta_0/2) = 2{,}0 \cdot 10^7$, где n — концентрация ядер золота в фольге.

6.13 *). $P = \pi nd\, (Ze^2/mv^2)^2 = 0{,}006$, где n — концентрация ядер серебра в фольге.

6.14 *). $\Delta N/N = 1 - \pi n Z^2 k^2 e^4/T^2 \operatorname{tg}^2(\vartheta/2) = 0{,}6$.

6.15 *). $\Delta N/N = (\pi k^2 e^4/4T^2)\,(0{,}7Z_1^2/M_1 + 0{,}3Z_2^2/M_2)\,\rho d N_A \operatorname{ctg}^2(\vartheta/2) = 1{,}4 \cdot 10^{-3}$, где Z_1 и Z_2 — порядковые номера меди и цинка, M_1 и M_2 — их молярные массы, N_A — постоянная Авогадро.

6.16 *). $\Delta\sigma = \pi\,(Ze^2/T)^2 \operatorname{ctg}^2(\vartheta_0/2) = 0{,}73$ кб.

6.17. а) 0,9 МэВ;

б) $d\sigma/d\Omega = \Delta\sigma/4\pi \sin^4(\vartheta/2) = 0{,}64$ кб/ср.

6.18 *). $t = (3mc^3/2ke^2\omega^2)\ln\eta = 15$ нс.

6.19 *). $t \approx m^2c^3r^3/4k^2e^4 \approx 13$ пс.

6.20. 1,88, 0,657 и 0,486 мкм.

6.22. $r_n = \sqrt{n\hbar/m\omega}$, $E_n = n\hbar\omega$, где $n = 1, 2, \ldots$, $\omega = \sqrt{\varkappa/m}$.

6.23 *). $r_n = (\hbar^2/mke^2)\, n^2/Z$; $0{,}529 \cdot 10^{-8}$ см (H) и $0{,}265 \cdot 10^{-8}$ см (He^+); $v_n = (ke^2/\hbar)\, Z/n$; $2{,}18 \cdot 10^6$ м/с (H) и $4{,}36 \cdot 10^6$ м/с (He^+).

6.24 *). $\omega = mk^2e^4Z^2/\hbar^3n^3 = 2{,}07 \cdot 10^{16}$ с$^{-1}$.

6.25. $E_{\text{св}} = \hbar RZ^2$, $\varphi_i = E_{\text{св}}/e$, $\varphi_1 = 3\hbar RZ^2/4e$, $\lambda = 8\pi c/3RZ^2$.

---

*) Здесь $k = 1/4\pi\varepsilon_0$ (СИ), $k = 1$ (СГС).

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

	$E_{св}$, эВ	φ_i, В	φ_1, В	λ, нм
H	13,6	13,6	10,2	121,5
He^+	54,5	54,5	40,8	30,4

6.26. $E_{мин} = (8/9)\,\hbar R Z^2 = 48{,}5$ эВ.

6.27. $\lambda = \lambda_1\lambda_2/(\lambda_1 - \lambda_2) = 2{,}63$ мкм. Серии Брэкета, ибо при соответствующем переходе квантовое число нижнего уровня $n = 2/\sqrt{1 - 8\pi c/R\lambda_1} = 4$.

6.28. а) 657, 487 и 434 нм; б) $\lambda/\delta\lambda \approx (N+3)^3/8 = 1{,}5\cdot 10^3$.

6.29. При $n \gg 1$ значение $\sin\vartheta \approx n^3\pi c/lR$, откуда $\vartheta \approx 60°$.

6.30. He^+.

6.31. $N = n(n-1)/2$.

6.32. 97,3; 102,6 и 121,6 нм.

6.33. $n = 5$.

6.34. $R = 176\pi c/15Z^2\,\Delta\lambda = 2{,}07\cdot 10^{16}$ $с^{-1}$.

6.35. $Z = \sqrt{(176/15)\,\pi c/R\,\Delta\lambda} = 3$; Li^{++}.

6.36. $\lambda = (2\pi c/\Delta\omega)\,(Z\sqrt{R/\Delta\omega} - 1)/(2Z\sqrt{R/\Delta\omega} - 1) = 0{,}47$ мкм.

6.37. $E_{св} = 54{,}4$ эВ (He^+).

6.38. $E = E_0 + 4\hbar R = 79$ эВ.

6.39. $v = \sqrt{2\,(\hbar\omega - 4\hbar R)/m} = 2{,}3\cdot 10^6$ м/с, где $\omega = 2\pi c/\lambda$.

6.40. $T_{мин} = (3/2)\,\hbar R = 20{,}5$ эВ.

6.41. $v = 3\hbar R/4mc = 3{,}25$ м/с, где m — масса атома.

6.42. $(\varepsilon - \varepsilon')/\varepsilon \approx 3\hbar R/8mc^2 = 0{,}55\cdot 10^{-6}$ %, где m — масса атома.

6.43. $v = 2\sqrt{\hbar R/m} = 3{,}1\cdot 10^6$ м/с, где m — масса электрона.

6.44. $v = 3R\,\Delta\lambda/8\pi\cos\vartheta = 0{,}7\cdot 10^6$ м/с.

6.45. а) $E_n = n^2\pi^2\hbar^2/2ml^2$; б) $E_n = n^2\hbar^2/2mr^2$;

в) $E_n = n\hbar\sqrt{\alpha/m}$; г) $E_n = -m\alpha^2/2\hbar^2n^2$.

6.46. $E_{св} = \mu k^2e^4/2\hbar^2$, $R = \mu k^2e^4/2\hbar^3$, где μ — приведенная масса системы. Без учета движения ядра эти величины для атома водорода больше на $m/M \approx 0{,}055$ %, где m и M — массы электрона и протона. $k = 1/4\pi\varepsilon_0$ (СИ), $k = 1$ (СГС).

6.47. $E_D - E_H = 3{,}7$ мэВ, $\lambda_H - \lambda_D = 33$ пм.

6.48. а) 0,285 пм, 2,53 кэВ, 0,65 нм;

б) 106 пм, 6,8 эВ, 0,243 мкм.

6.49. 123, 2,86 и 0,186 пм.

6.50. Увеличится в $\sqrt{T\,(T-U)} = 2{,}0$ раза.

6.51. 0,45 кэВ.

6.52. Для обеих частиц $\lambda = 2\pi\hbar\,(1 + m_n/m_d)/\sqrt{2m_nT} = 8{,}6$ пм.

6.53. $\tilde{\lambda} = 2\lambda_1\lambda_2/\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$.

6.54. $\lambda = 2\pi\hbar/\sqrt{2mkT} = 128$ пм.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.55. Найдем сначала функцию распределения молекул по дебройлевским длинам волн. Из соотношения $F(v)\,dv = -\varphi(\lambda)\,d\lambda$, где $F(v)$ — максвелловская функция распределения по скоростям, получим $\varphi(\lambda) = A\lambda^{-4}\exp(-a/\lambda^2)$, где $a = 2\pi^2\hbar^2/mkT$. Условие $d\varphi/d\lambda = 0$ дает $\lambda_{\text{вер}} = \pi\hbar/\sqrt{mkT} = 0{,}09$ нм.

6.56. $\lambda = 2\pi\hbar/\sqrt{2mT\,(1+T/2\,mc^2)}$; $T \leqslant 4mc^2\,\Delta\lambda/\lambda = 20{,}4$ кэВ для электрона и 37,5 МэВ для протона.

6.57. $T = (\sqrt{2}-1)\,mc^2 = 0{,}21$ МэВ.

6.58. $\lambda = \lambda_{\text{к}}/\sqrt{1+mc\lambda_{\text{к}}/\pi\hbar} = 3{,}3$ пм.

6.59. $v = 4\pi\hbar l/mb\,\Delta x = 2{,}0\cdot 10^6$ м/с.

6.60. $\Delta x = 2\pi\hbar l/d\sqrt{2meU} = 4{,}9$ мкм.

6.61. $U_0 = \pi^2\hbar^2/2me\,(\sqrt{\eta}-1)^2\,d^2\sin^2\vartheta = 0{,}15$ кэВ.

6.62. $d = \pi\hbar k/\sqrt{2mT}\cos(\vartheta/2) = 0{,}21$ нм, где $k = 4$.

6.63. $d = \pi\hbar k/\sqrt{2mT}\sin\vartheta = 0{,}23 \pm 0{,}04$ нм, где $k = 3$ и угол ϑ определяется формулой $\operatorname{tg} 2\vartheta = D/2l$.

6.64. а) $n = \sqrt{1+U_i/U} = 1{,}05$; б) $U/U_i \geqslant 1/\eta\,(2+\eta) = 50$.

6.65. $E_n = n^2\pi^2\hbar^2/2ml^2$, где $n = 1, 2, \ldots$

6.67. $1\cdot 10^4$, $1\cdot 10$ и $1\cdot 10^{-20}$ см/с.

6.68. $\Delta v \approx \hbar/ml = 1\cdot 10^6$ м/с; $v_1 = 2{,}2\cdot 10^6$ м/с.

6.70. $\Delta x \approx (\hbar/m\Delta x_0)\,t \approx 10^3$ км!

6.71. $T_{\text{мин}} \approx \hbar^2/2ml^2 = 1$ эВ. Здесь взято $p \approx \Delta p$ и $\Delta x = l$.

6.72. $\Delta v/v \sim \hbar/l\sqrt{2mT} = 1\cdot 10^{-4}$.

6.73. $F \approx \hbar^2/ml^3$.

6.74. $\Delta x \approx \hbar l/d\sqrt{2meU} \sim 10^{-6}$ см.

6.75. Имея в виду, что $p \sim \Delta p \sim \hbar/\Delta x \sim \hbar/x$, получим $E = T + U \approx \hbar^2/2mx^2 + \varkappa x^2/2$. Из условия $dE/dx = 0$ находим x_0 и затем $E_{\text{мин}} \approx \hbar\sqrt{\varkappa/m} = \hbar\omega$, где ω — круговая частота осциллятора. Точный расчет дает $\hbar\omega/2$.

6.76. Имея в виду, что $p \sim \Delta p \sim \hbar/\Delta r$ и $\Delta r \sim r$, получим $E = p^2/2m - ke^2/r \approx \hbar^2/2mr^2 - ke^2/r$, где $k = 1/4\pi\varepsilon_0$ (СИ), $k = 1$ (СГС). Из условия $dE/dr = 0$ находим

$$r_{\text{эфф}} \approx \hbar^2/mke^2 = 53 \text{ пм}, \quad E_{\text{мин}} \approx -mk^2e^4/2\hbar^2 = -13{,}6 \text{ эВ}.$$

6.77. Ширина изображения $\Delta \approx b + \Delta' \approx b + \hbar l/p\delta$, где Δ' — дополнительное уширение, связанное с неопределенностью импульса Δp_y (при прохождении через щель), p — импульс падающих атомов водорода. Функция $\Delta(b)$ имеет минимум при $b \approx \sqrt{\hbar l/mv} = 0{,}01$ мм.

6.78. а) $N_2 = \eta^2 N_1 = 900$; б) $N = (1+\eta)^2 N_1 = 1600$;

в) $N = (1-\eta)^2 N_1 = 400$.

6.79. Решение уравнения Шрёдингера ищем в виде $\Psi = \psi(x)\cdot f(t)$. Подстановка этой функции в исходное уравнение и разделение переменных x и t приводит к двум уравнениям. Их решения: $\psi(x) \sim e^{ikx}$,

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

где $k=\sqrt{2mE}/\hbar$, E — энергия частицы, и $f(t)\sim e^{-i\omega t}$, где $\omega=E/\hbar$. В результате $\Psi=ae^{i(kx-\omega t)}$, где a — некоторая постоянная.

6.80. $l=\pi\hbar\sqrt{(n_2^2-n_1^2)/2m\Delta E}=2{,}5$ нм.

6.81. $P=1/3+\sqrt{3}/2\pi=0{,}61$.

6.82. $\psi=\begin{cases} A\cos(\pi nx/l), & \text{если } n=1,\ 3,\ 5,\ \ldots, \\ A\sin(\pi nx/l), & \text{если } n=2,\ 4,\ 6,\ \ldots \end{cases}$ Здесь $A=\sqrt{2/l}$.

6.83. См. рис. 46.

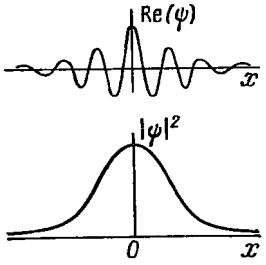


Рис. 46

6.84. $dN/dE=(l/\pi\hbar)\sqrt{m/2E}$; при $E=1$ эВ $dN/dE=0{,}8\cdot10^7$ уровней на 1 эВ.

6.85. а) В этом случае уравнение Шрёдингера имеет вид

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+k^2\psi=0, \qquad k^2=2mE/\hbar^2.$$

Возьмем начало координат в одном из углов ямы. На сторонах ямы функция $\psi(x, y)$ должна обращаться в нуль (по условию), поэтому внутри ямы ее удобно искать сразу в виде $\psi(x, y)=a\sin k_1x\sin k_2y$, так как на двух сторонах ($x=0$ и $y=0$) автоматически $\psi=0$. Возможные значения k_1 и k_2 найдем из условия обращения ψ в нуль на противоположных сторонах ямы:

$$\psi(l_1, y)=0, \qquad k_1=\pm(\pi/l_1)n_1, \quad n_1=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,$$
$$\psi(x, l_2)=0, \qquad k_2=\pm(\pi/l_2)n_2, \quad n_2=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

Подстановка волновой функции в уравнение Шрёдингера приводит к соотношению $k_1^2+k_2^2=k^2$, откуда

$$E_{n_1n_2}=(n_1^2/l_1^2+n_2^2/l_2^2)\pi^2\hbar^2/2m.$$

б) 9,87; 24,7; 39,5 и 49,4 единиц $\hbar^2/ml^2$.

6.86. $P=1/3-\sqrt{3}/4\pi=19{,}5$ %.

6.87. а) $E=(n_1^2+n_2^2+n_3^2)\pi^2\hbar^2/2ma^2$, где n_1, n_2, n_3 — целые числа, не равные нулю;

б) $\Delta E=\pi^2\hbar^2/ma^2$;

в) для 6-го уровня $n_1^2+n_2^2+n_3^2=14$ и $E=7\pi^2\hbar^2/ma^2$; число состояний равно шести (оно равно числу перестановок тройки чисел 1, 2 и 3).

6.88. Проинтегрируем уравнение Шрёдингера по малому интервалу координаты x, внутри которого имеется скачок $U(x)$, например в точке $x=0$:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}(+\delta)-\frac{\partial\psi}{\partial x}(-\delta)=\int_{-\delta}^{+\delta}\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi\,dx.$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Ввиду конечности скачка U при $\delta \longrightarrow 0$ интеграл тоже стремится к нулю. Дальнейшее очевидно.

6.89. а) Запишем уравнение Шрёдингера для двух областей:

$$0 < x < l, \quad \psi_1'' + k^2\psi_1 = 0, \quad k^2 = 2mE/\hbar^2,$$
$$x > l, \quad \psi_2'' - \varkappa^2\psi_2 = 0, \quad \varkappa^2 = 2m(U_0 - E)/\hbar^2.$$

Их общие решения $\psi_1(x) = a\sin(kx+\alpha)$, $\psi_2(x) = b\,e^{-\varkappa x} + c\,e^{\varkappa x}$, должны удовлетворять стандартным условиям. Из условия $\psi_1(0) = 0$ и требования конечности волновой функции следует, что $\alpha = 0$ и $c = 0$. И наконец, из непрерывности $\psi(x)$ и ее производной в точке $x = l$ получим $\operatorname{tg} kl = -k/\varkappa$, откуда

$$\sin kl = \pm\, kl\sqrt{\hbar^2/2ml^2U_0}.$$

Изобразив графически левую и правую части последнего уравнения (рис. 47), найдем точки пересечения прямой с синусоидой. При этом корни данного уравнения, отвечающие собственным значениям

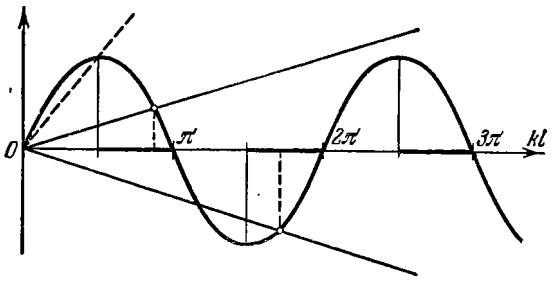


Рис. 47

энергии E, будут соответствовать тем точкам пересечения $(kl)_i$, для которых $\operatorname{tg}(kl)_i < 0$, т. е. корни этого уравнения будут находиться в четных четвертях окружности (эти участки оси абсцисс выделены на рисунке жирными отрезками). Из графика видно, что корни уравнения, т. е. связанные состояния частицы, существуют не всегда. Пунктиром показано предельное положение прямой.

б) $(l^2U_0)_{1\,\text{мин}} = \pi^2\hbar^2/8m$, $(l^2U_0)_{n\,\text{мин}} = (2n-1)\pi^2\hbar^2/8m$.

6.90. Пусть P_a и P_i — вероятности нахождения частицы вне и внутри ямы. Тогда

$$\frac{P_a}{P_i} = \int_l^\infty b^2 e^{-2\varkappa x}\,dx \Big/ \int_0^l a^2 \sin^2 kx\,dx = \frac{2}{2+3\pi},$$

где отношение b/a можно определить из условия $\psi_1(l) = \psi_2(l)$. Остается учесть, что $P_a + P_i = 1$; тогда $P_a = 2/(4+3\pi) = 14{,}9\,\%$.

6.91. $E_1 = \pi^2\hbar^2/18ma^2$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.92. В результате указанной в условии подстановки получим

$$\chi'' + k^2\chi = 0, \quad \text{где} \quad k^2 = 2mE/\hbar^2.$$

Решение этого уравнения ищем в виде $\chi = a \sin(kr + \alpha)$. Из требования конечности волновой функции ψ в точке $r = 0$ следует, что $\alpha = 0$. Таким образом, $\psi = (a/r) \sin kr$. Из условия непрерывности $\psi(r_0) = 0$ получим $kr_0 = n\pi$, где $n = 1, 2, \ldots$ Отсюда $E_n = n^2\pi^2\hbar^2/2mr_0^2$.

6.93. а) $\psi(r) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi r_0}} \dfrac{\sin(n\pi r/r_0)}{r}$, $n = 1, 2, \ldots$;

б) $r_{\text{вер}} = r_0/2$; 50%.

6.94. а) Решения уравнения Шрёдингера для функции $\chi(r)$:

$$r < r_0, \quad \chi_1 = A \sin(kr + \alpha), \quad \text{где } k = \sqrt{2mE}/\hbar,$$
$$r > r_0, \quad \chi_2 = B e^{\varkappa r} + C e^{-\varkappa r}, \quad \text{где } \varkappa = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar.$$

Из требования ограниченности функции $\psi(r)$ во всем пространстве следует, что $\alpha = 0$ и $B = 0$. Таким образом,

$$\psi_1 = (A/r) \sin kr, \quad \psi_2 = (C/r) e^{-\varkappa r}.$$

Из условия непрерывности ψ и ее производной в точке $r = r_0$ получим $\operatorname{tg} kr_0 = -k/\varkappa$, или

$$\sin kr_0 = \pm \sqrt{\hbar^2/2mr_0^2U_0}\, kr_0.$$

Это уравнение, как показано в решении задачи 6.89, определяет дискретный спектр собственных значений энергии.

б) $r_0^2 U_0 = \pi^2\hbar^2/8m$.

6.95. $\alpha = m\omega/2\hbar$, $E = \hbar\omega/2$, где $\omega = \sqrt{k/m}$.

6.96. $E = -k^2me^4/8\hbar^2$, т. е. уровень с главным квантовым числом $n = 2$; $k = 1/4\pi\varepsilon_0$ (СИ), $k = 1$ (СГС).

6.97. а) Вероятность нахождения электрона на расстоянии r, $r + dr$ от ядра $dP = \psi^2(r)\, 4\pi r^2\, dr$. Из условия максимума функции dP/dr получим $r_{\text{вер}} = r_1$.

б) $\langle F \rangle = 2ke^2/r_1^2$; в) $\langle U \rangle = -ke^2/r_1$; $k = 1/4\pi\varepsilon_0$ (СИ); $k = 1$ (СГС).

6.98. $\langle r \rangle = a/2$.

6.99. $\langle U \rangle = (\hbar/4)\sqrt{2\varkappa/m}$.

6.100. а) $\langle x \rangle = 0$;

б) $\langle p_x \rangle = \hbar k$. При расчете следует учесть, что интеграл, у которого подынтегральная функция нечетная, равен нулю.

6.101. $\varphi_0 = \int k(\rho/r)\, 4\pi r^2\, dr = -ke/r_1$, где $\rho = -e\psi^2$ — объемная плотность заряда, ψ — нормированная волновая функция, $k = 1$ (СГС), $k = 1/4\pi\varepsilon_0$ (СИ).

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.102. а) Запишем решения уравнения Шрёдингера слева и справа от границы барьера в следующем виде:

$$x < 0, \quad \psi_1(x) = a_1 e^{ik_1 x} + b_1 e^{-ik_1 x}, \text{ где } k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar,$$
$$x > 0, \quad \psi_2(x) = a_2 e^{ik_2 x} + b_2 e^{-ik_2 x}, \text{ где } k_2 = \sqrt{2m(E-U_0)}/\hbar.$$

Будем считать, что падающая волна характеризуется амплитудой a_1, а отраженная — амплитудой b_2. Так как в области $x > 0$ имеется только проходящая волна, то $b_2 = 0$. Коэффициент отражения R представляет собой отношение отраженного потока к падающему потоку, или, другими словами, отношение квадратов амплитуд соответствующих волн. Из условия непрерывности ψ и ее производной в точке $x = 0$ имеем $a_1 + b_1 = a_2$ и $a_1 - b_1 = (k_2/k_1)\, a_2$, откуда

$$R = (b_1/a_1)^2 = (k_1 - k_2)^2/(k_1 + k_2)^2.$$

б) В случае $E < U_0$ решение уравнения Шрёдингера справа от барьера имеет вид $\psi_2(x) = a_2 e^{\varkappa x} + b_2 e^{-\varkappa x}$, где $\varkappa = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$. Из требования конечности $\psi(x)$ следует, что $a_2 = 0$. Плотность вероятности нахождения частицы под барьером $P_2(x) = \psi_2^2(x) \backsim e^{-2\varkappa\lambda}$. Отсюда $x_{\text{эфф}} = 1/2\varkappa$.

6.103 а) $D \approx \exp\left[-(2l/\hbar)\sqrt{2m(U_0 - E)}\right]$;

б) $D \approx \exp\left[-(8l\sqrt{2m}/3\hbar U_0)(U_0 - E)^{3/2}\right]$.

6.104. $D \approx \exp\left[-(\pi l/\hbar)\sqrt{2m/U_0}\,(U_0 - E)\right]$.

6.105. $-0{,}41$ для S-терма и $-0{,}04$ для P-терма.

6.106. $\alpha = \sqrt{\hbar R/(E_0 - e\varphi_1)} - 3 = -0{,}88$.

6.107. $E_{\text{св}} = \hbar R/(\sqrt{R\lambda_1\lambda_2/2\pi c\,\Delta\lambda} - 1)^2 = 5{,}3$ эВ.

6.108. 0,82 мкм ($3S \longrightarrow 2P$) и 0,68 мкм ($2P \longrightarrow 2S$).

6.109. $\Delta E = 2\pi\hbar c\,\Delta\lambda/\lambda^2 = 2{,}0$ мэВ.

6.110. $\Delta\omega = 1{,}05 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$.

6.111. $3S_{1/2}$, $3P_{1/2}$, $3P_{3/2}$, $3D_{3/2}$, $3D_{5/2}$.

6.112. а) 1, 2, 3, 4, 5; б) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6; в) 1/2, 3/2, 5/2, 7/2, 9/2.

6.113. Для состояния ^4P: $\hbar\sqrt{3}/2$, $\hbar\sqrt{15}/2$ и $\hbar\sqrt{35}/2$; для состояния ^5D: 0, $\hbar\sqrt{2}$, $\hbar\sqrt{6}$, $\hbar\sqrt{12}$, $\hbar\sqrt{20}$.

6.114. а) $^2F_{7/2}$, $M_{\text{макс}} = \hbar\sqrt{63}/2$; б) $^3F_4$, $M_{\text{макс}} = 2\hbar\sqrt{5}$.

6.115. В F-состоянии $M_s = \hbar\sqrt{6}$; для D-состояния можно лишь установить, что $M_s \geqslant \hbar\sqrt{6}$.

6.116. 3, 4, 5.

6.117. $M_L = \hbar\sqrt{30}$, $^5H_3$.

6.118. а) 1, 3, 5, 7, 9; б) 2, 4, 6; в) 5, 7, 9.

6.119. 31°.

6.120. $^1P_1$, $^1D_2$, $^1F_3$, $^3P_{0,\,1,\,2}$, $^3D_{1,\,2,\,3}$, $^3F_{2,\,3,\,4}$.

6.121. Те же, что и в предыдущей задаче.

6.122. Второй и третий.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.123. $g=4+6=10$.

6.124. 4, 7 и 10.

6.125. ${}^3F_3$.

6.126. As.

6.127. а) ${}^4S_{3/2}$; б) ${}^3P_2$.

6.128. а) ${}^4F_{3/2}$, $\hbar\sqrt{15}/2$; б) ${}^4F_{9/2}$, $\hbar 3\sqrt{11}/2$.

6.129. а) Два d-электрона; б) пять p-электронов; в) пять d-электронов.

6.130. а) ${}^3P_0$; б) ${}^4F_{9/2}$.

6.131. ${}^4F_{3/2}$.

6.132. $\eta=n^2 e^{-\hbar\omega/kT}=3\cdot10^{-17}$, где $\omega=R(1-1/n^2)$.

6.133. $N/N_0=(g/g_0)\,e^{-\hbar\omega/kT}=1{,}14\cdot10^{-4}$, где g и g_0 — статистические веса (кратности вырождения) уровней $3P$ и $3S$ соответственно ($g=6$, $g_0=2$).

6.134. $C=\dfrac{NE^2\,e^{E/kT}}{kT^2\left(1+e^{E/kT}\right)^2}$; $C=\dfrac{NE^2}{kT^2}e^{-E/kT}$, $C=\dfrac{NE^2}{4kT^2}$.

6.135. $\tau=l/(v\ln\eta)=1{,}3$ мкс.

6.136. $N=\lambda\tau P/2\pi c\hbar=7\cdot10^9$.

6.137. $\tau=(n\hbar\omega/P)\,(g/g_0)\,e^{-\hbar\omega/kT}=65$ нс, где g и g_0 — кратности вырождения резонансного и основного уровней.

6.138. а) $P_{\text{инд}}/P_{\text{сп}}=1/(e^{\hbar\omega/kT}-1)\approx10^{-34}$, где $\omega=3R/4$; б) $T=1{,}7\cdot10^5$ К.

6.139. Пусть I — интенсивность проходящего света. Убыль этой величины прн прохожденин слоя вещества толщины dx равна

$$-dI=\varkappa I\,dx=(N_1B_{12}-N_2B_{21})\,(I/c)\,\hbar\omega\,dx,$$

где N_1 и N_2 — концентрации атомов на нижнем и верхнем уровнях, B_{12} и B_{21} — коэффициенты Эйнштейна. Отсюда

$$\varkappa=(\hbar\omega/c)\,N_1B_{12}\,(1-g_1N_2/g_2N_1).$$

Далее следует учесть распределенне Больцмана и тот факт, что $\hbar\omega\gg kT$ (прн этом $N_1\approx N_0$ — полной концентрации атомов).

6.140. $\Delta\lambda_{\text{доп}}/\Delta\lambda_{\text{ест}}\approx4\pi\tau v_{\text{вер}}/\lambda\approx10^3$, где $v_{\text{вер}}=\sqrt{2RT/M}$, где M — молярная масса.

6.141. $\lambda=154$ пм.

6.142. а) 843 пм для Al, 180 пм для Co; б) ≈5 кэВ.

6.143. Три.

6.144. $U=15$ кВ.

6.145. Да.

6.146. $Z=1+2\sqrt{(n-1)\,eU_1/3\hbar R\,(n-U_1/U_2)}=29$.

6.147. $Z=1+\sqrt{4\Delta\omega/3R}=22$, титан.

6.148. $E_{\text{св}}=(3/4)\,\hbar R\,(Z-1)^2+2\pi c\hbar/\lambda_L=5{,}5$ кэВ.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.149. $E_L = \hbar\omega/(2\pi c/\omega\Delta\lambda - 1) \approx 0{,}5$ кэВ, где $\omega = (3/4)\,R\,(Z-1)^2$.

6.150. $Z = 1 + \sqrt{8\pi c/3R\lambda_\alpha} = 22$ (Ti), $\lambda = \lambda_\alpha\lambda_\beta/(\lambda_\alpha - \lambda_\beta) = 0{,}29$ нм.

6.151. $T = (3/4)\,\hbar R\,(Z-1)^2 - 2\pi c\hbar/\lambda_K = 1{,}45$ кэВ, $v = 2{,}26\cdot 10^7$ м/с.

6.152. а) $g = 2$, за исключением синглетного состояния;
б) $g = 1$.

6.153. а) $-2/3$; б) 0; в) 1; г) 5/2; д) 0/0.

6.154. а) $\sqrt{12}\,\mu_Б$; б) $2\sqrt{3/5}\,\mu_Б$; в) $(8/\sqrt{3})\,\mu_Б$.

6.155. $M_s = 2\sqrt{3}\,\hbar$.

6.156. $\mu = \mu_Б\sqrt{35}$ $(^6S_{5/2})$.

6.157. $\mu = 3\sqrt{7/5}\mu_Б$.

6.158. $\mu = (5\sqrt{5}/2)\,\mu_Б$.

6.159. $M = \hbar\sqrt{3}/2$.

6.160. $^5F_1$.

6.161. $\omega = \mu_Б gB/\hbar = 1{,}2\cdot 10^{10}$ рад/с, где g — фактор Ланде.

6.162. $F_{макс} = \mu_{B\,макс}\cdot|\partial B/\partial z| = (3/\sqrt{8})\,\pi I g J \mu_Б/cr^2 = 4\cdot 10^{-27}$ Н.

6.163. $F = 2I\mu_Б/cr^2 = 3\cdot 10^{-26}$ Н.

6.164. $\partial B/\partial z = 2Tx/gJ\mu_Б l_1\,(l_1 + 2l_2) = 15$ кГс/см $= 0{,}15$ кТл/м.

6.165. а) Не расщепится; б) на шесть; в) не расщепится ($g = 0$).

6.166. а) 58 мкэВ; б) $\Delta E = 2gJ\mu_Б B = 145$ мкэВ.

6.167. а) Простой; б) сложный; в) простой; г) простой (здесь для обоих термов факторы Ланде одинаковы).

6.168. $L = \Delta E/2\mu_Б B = 3$; $^1F_3$.

6.169. $\Delta\lambda = \lambda^2\mu_Б B/\pi c\hbar = 35$ пм.

6.170. $B_{мин} = 4{,}0$ кГс $= 0{,}40$ Тл.

6.171. $B = \hbar\,\Delta\omega/g\mu_Б = 3{,}0$ кГс $= 0{,}30$ Тл.

6.172. $^2P_{3/2}$.

6.173. а) 2:1 (отношение соответствующих факторов Ланде);
б) $B = 2\pi c\hbar\,\Delta\lambda/g\mu_Б\eta\lambda^2 = 5{,}5$ кГс $= 0{,}55$ Тл.

6.174. $\Delta\omega = (\pm 1{,}3,\ \pm 4{,}0,\ \pm 6{,}6)\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$, шесть компонент.

6.175. а) Шесть (*1*) и четыре (*2*); б) девять (*1*) и шесть (*2*).

6.176. $\Delta\omega = 2(m_1g_1 - m_2g_2)_{макс}\,\mu_Б B/\hbar = 1{,}0\cdot 10^{11}$ с$^{-1}$.

6.177. $\omega = 4\sqrt{2\hbar/md^2} = 1{,}57\cdot 10^{11}$ рад/с, где m — масса молекулы.

6.178. 2 и 3.

6.179. $M = \sqrt{md^2E/2} = 3{,}5\hbar$, где m — масса молекулы.

6.180. $\omega = 1{,}8\cdot 10^{12}$ с$^{-1}$.

6.181. $I = \hbar/\Delta\omega = 1{,}93\cdot 10^{-40}$ г·см^2, $d = \sqrt{I/\mu} = 112$ пм, где μ — приведенная масса молекулы.

6.182. 13 уровней.

6.183. $N \approx \sqrt{2I\omega/\hbar} \approx 60$ линий, ω — собственная частота колебаний.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.184. $dN/dE=\alpha/2\,(J+1)=\alpha/(1+\sqrt{1+4\alpha E})$, где $\alpha=2I/\hbar^2$, I — момент инерции молекулы. При $J=10$ для иода $dN/dE=1{,}0\cdot10^4$ уровней/эВ.

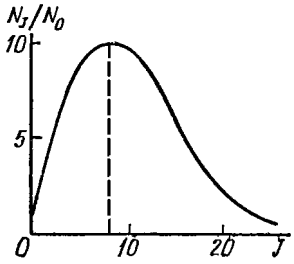


Рис. 48

6.185. $E_{\text{кол}}/E_{\text{вр}}=\omega\mu d^2/\hbar$, где μ — приведенная масса молекулы; а) 36; б) $1{,}7\cdot10^2$; в) $2{,}9\cdot10^3$.

6.186. $N_{\text{кол}}/N_{\text{вр}}=(1/3)\,e^{-\hbar(\omega-2B)/kT}=3{,}1\cdot10^{-4}$, где $B=\hbar/2I$, I — момент инерции молекулы.

6.187. $J_m=(d/\hbar)\sqrt{kT\mu}-1/2=8$, где μ — приведенная масса молекулы O_2, d — расстояние между ее ядрами. График зависимости N_J/N_0 от J см. на рис. 48.

6.188. По определению

$$\langle E\rangle=\frac{\sum E_v\exp(-E_v/kT)}{\sum\exp(-E_v/kT)}=\frac{\sum E_v\exp(-\alpha E_v)}{\sum\exp(-\alpha E_v)},$$

где $E_v=\hbar\omega\,(v+1/2)$, $\alpha=1/kT$. Здесь суммирование проводится по v от 0 до ∞, и делается это следующим образом:

$$\langle E\rangle=-\frac{\partial}{\partial\alpha}\ln\sum e^{-\alpha E_v}=-\frac{\partial}{\partial\alpha}\ln\frac{e^{-\alpha\hbar\omega/2}}{1-e^{-\alpha\hbar\omega}}=\frac{\hbar\omega}{2}+\frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1};$$

$$C_{V\,\text{кол}}=N\frac{\partial\langle E\rangle}{\partial T}=\frac{R\,(\hbar\omega/kT)^2\,e^{\hbar\omega/kT}}{(e^{\hbar\omega/kT}-1)^2}=0{,}56R,$$

где R — универсальная газовая постоянная.

6.189. $d=\sqrt{2\hbar/\mu\,\Delta\omega}=0{,}13$ нм, где μ — приведенная масса молекулы.

6.190. $\lambda=\lambda_\Phi/(1\mp\omega\lambda_0/2\pi c)=423$ и 387 нм.

6.191. $\omega=\pi c\,(\lambda_к-\lambda_\Phi)/\lambda_к\lambda_\Phi=1{,}37\cdot10^{14}$ с$^{-1}$, $\varkappa=4{,}96$ Н/см.

6.192. $I_\Phi/I_к=\exp(-\hbar\omega/kT)=0{,}067$. Увеличится в 3,9 раза.

6.193. $a=\sqrt[3]{2M/N_A\rho}=0{,}31$ нм, где M — молярная масса.

6.194. $a=\sqrt[3]{4M/N_A\rho}=0{,}36$ нм.

6.195. $\rho=4\,(M_{Na}+M_{Cl})/N_Aa^3=2{,}18$ г/см^3.

6.196. а) a, $a/\sqrt{2}$, $a/\sqrt{3}$; б) $a/2$, $a/\sqrt{3}$, $a/\sqrt{12}$; в) $a/2$, $a/\sqrt{8}$, $a/\sqrt{3}$.

6.197. Плоскость (hkl), ближайшая к началу координат O, взятому в одном из узлов решетки, отсекает на осях координат отрезки a/h, a/k и a/l. Расстояние от точки O до данной плоскости равно d. Пусть углы между нормалью к плоскости и осями координат x, y, z есть α, β, γ. Тогда

$$\cos\alpha=h\,d/a,\quad\cos\beta=k\,d/a,\quad\cos\gamma=l\,d/a.$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Остается использовать тот факт, что сумма квадратов этих косинусов равна единице.

6.198. (111); $1{,}77\cdot10^{16}$ атом/см^2.

6.199. $\cos\alpha = h/\sqrt{h^2+k^2+l^2}$, $\alpha = 74°30'$. Аналогично $\beta = 57°40'$ и $\gamma = 36°40'$.

6.200. $dN_\omega = (l/\pi v)\, d\omega$.

6.201. $dN_\omega = (S/2\pi v^2)\,\omega\, d\omega$.

6.202. $dN_\omega = (V/\pi^2 v^3)\,\omega^2\, d\omega$.

6.203. а) $\Theta = (\hbar/k)\,\pi v n_0$; б) $\Theta = (\hbar/k)\, v\sqrt{4\pi n_0}$; в) $\Theta = (\hbar/k)\, v\sqrt[3]{6\pi^2 n_0}$.

6.204. $\Theta = (\hbar/k)\sqrt[3]{18\pi^2 n_0/\left(v_\parallel^{-3} + 2v_\perp^{-3}\right)} = 470$ К, n_0 — концентрация атомов.

6.205. $v \approx k\Theta/\hbar\sqrt[3]{6\pi^2 n_0} = 3{,}4$ км/с, где n_0 — концентрация атомов. Табличные значения: $v_\parallel = 6{,}3$ км/с, $v_\perp = 3{,}1$ км/с.

6.206. Колебательная энергия и теплоемкость моля «кристалла»

$$U = R\Theta\left[\frac{1}{4} + \left(\frac{T}{\Theta}\right)^2 \int_0^{\Theta/T} \frac{x\,dx}{e^x - 1}\right], \quad C = R\left(\frac{2T}{\Theta}\int_0^{\Theta/T} \frac{x\,dx}{e^x-1} - \frac{\Theta/T}{e^{\Theta/T}-1}\right),$$

где $x = \hbar\omega/kT$. При $T \gg \Theta$ теплоемкость $C \approx R$.

6.207. а) $dN/d\omega = 2l/\left(\pi a\sqrt{\omega_{\text{макс}}^2 - \omega^2}\right)$;

б) $N = l/a$, т. е. равно числу атомов в цепочке.

6.208. $U_0 = 9R\Theta/8\mu = 48{,}6$ Дж/г, где μ — молярная масса меди.

6.209. а) $\Theta \approx 220$ К; б) $C \approx 10$ Дж/(моль·К);

в) $\omega_{\text{макс}} = 4{,}1\cdot10^{13}$ с$^{-1}$.

6.211. $\omega_{\text{макс}} = (kT/\hbar)\sqrt[3]{12\pi^4 R/5Mc} = 6\cdot10^{13}$ с$^{-1}$, где M — молярная масса.

6.212. Да, так как при этих температурах теплоемкость пропорциональна T^3.

6.213. $\Theta = \sqrt[3]{(3\pi^4 mR/5MQ)\left(T_2^4 - T_1^4\right)} \approx 330$ К, где M — молярная масса.

6.214. $\langle E\rangle = (3/8)\, k\Theta$.

6.215. $U_0 \approx (9/8)\, R\pi\hbar v/ka = 3$ кДж/моль.

6.216. См. рис. 49.

6.217. $\hbar\omega_{\text{макс}} = 28$ мэВ, $\hbar k_{\text{макс}} \sim 10^{-19}$ г·см/с.

6.218. $dN = 9N\,(\hbar/k\Theta)^3\,\omega^2\, d\omega/(e^{\hbar\omega/kT} - 1)$.

6.219. а) $T_{\text{макс}} = (3\pi^2 n)^{2/3}\hbar^2/2m$; б) $\langle T\rangle = (3/5)\, T_{\text{макс}}$.

6.220. $\Delta N/N = 3\eta/2 = 0{,}015$.

6.221. $\eta = 1 - 2^{-3/2} \approx 65\,\%$.

6.222. 0,93.

6.223. $\approx 3\cdot10^4$ К.

6.224. $\Delta E = 2\pi^2\hbar^2/mV\,(3\pi^2 n)^{1/3} = 2\cdot10^{-22}$ эВ.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.225. а $dn_v = (m^3/\pi^2\hbar^3)\, v^2\, dv$; б) $\langle v\rangle/v_{макс} = 3/4$.

6.226. $\lambda_{мин} \approx 2a$.

6.227. $dn_\lambda = 8\pi\lambda^{-4}\, d\lambda$.

6.228. $p = (2/3)\, n\langle T\rangle = \left(\pi \sqrt[3]{9\pi}\,\hbar^2/5m\right) n^{5/3} \approx 5\cdot 10^4$ атм, где $\langle T\rangle$ — средняя кинетическая энергия свободных электронов.

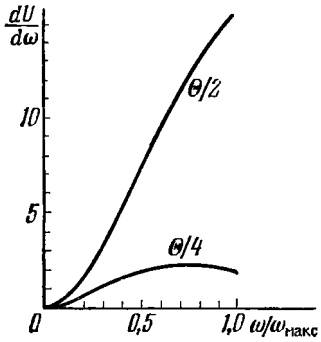


Рис. 49

6.229. $C_{эл}/C_{реш} = \pi^2 kT/6E_F = 7{,}7\cdot 10^{-3}$.

6.230. $A = kT\,(\eta T/\Delta T - 2) = 4{,}5$ эВ.

6.231. $n = \sqrt{1 + U_0/T} = 1{,}02$, где $U_0 = T_{макс} + A$, A — работа выхода; $T_{макс} = (3\pi^2 n)^{2/3}\hbar^2/2m$.

6.232. $E_{мин} = [2kT_1T_2/(T_2 - T_1)] \ln \eta = 0{,}33$ эВ.

6.233. $\alpha = (1/\rho)\,\partial\rho/\partial T = -\pi c\hbar/kT^2\lambda_к = -0{,}05$ $К^{-1}$, где $\rho \sim \exp(\Delta E_0/2kT)$, ΔE_0 — ширина запрещенной зоны.

6.234. $\Delta E = -2k\dfrac{\Delta(\ln\sigma)}{\Delta(1/T)} = 1{,}2$ и 0,06 эВ.

6.235. $\tau = t/\ln[(\rho - \rho_1)\,\rho_2/(\rho - \rho_2)\,\rho_1] = 0{,}01$ с.

6.236. $n = hBU/el\rho U_H = 5\cdot 10^{15}$ $см^{-3}$, $u_0 = lU_H/hBU = 0{,}05$ $м^2/(В\cdot с)$.

6.237. $|u_0^- - u_0^+| = 1/\eta B = 0{,}20$ $м^2/(В\cdot с)$.

6.238. $n^+/n^- = \eta^2 = 4{,}0$.

6.239. а) $P = 1 - \exp(-\lambda t)$; б) $\tau = 1/\lambda$.

6.240. Около 1/4.

6.241. $1{,}2\cdot 10^{15}$.

6.242. $\tau \approx 16$ с.

6.243. $T = 5{,}3$ сут.

6.244. 7,7 Бк.

6.245. $\lambda = (-1/t)\ln(1-\eta) \approx \eta/t = 1{,}1\cdot 10^{-5}$ $с^{-1}$; $\tau = 1/\lambda = 1{,}0$ года.

6.246. $T = 4{,}5\cdot 10^9$ лет.

6.247. $4{,}1\cdot 10^3$ лет.

6.248. Около $2{,}0\cdot 10^9$ лет.

6.249. Соответственно $3{,}2\cdot 10^{17}$ и $0{,}8\cdot 10^5$ Бк/г.

6.250. $V = (A/A')\exp\left(-t\dfrac{\ln 2}{T}\right) = 6$ л.

6.251. 0,19 %.

6.252. $T_1 = 1{,}6$ ч, $T_2 = 9{,}8$ ч; $N_2/N_1 = (T_2/T_1)\exp(\ln A_2 - \ln A_1) = 10$.

6.253. $t = -(T/\ln 2)\ln(1 - A/q) = 9{,}5$ сут.

6.254. а) $N_2(t) = N_{10}\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$;

б) $t_m = \dfrac{\ln(\lambda_1/\lambda_2)}{\lambda_1 - \lambda_2}$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.255. а) $N_2(t)=\lambda N_{10} t \exp(-\lambda t)$; б) $t_m=1/\lambda$.

6.256. $N_3(t)=N_{10}\left[1+(\lambda_1 e^{-\lambda_2 t}-\lambda_2 e^{-\lambda_1 t})/(\lambda_2-\lambda_1)\right]$.

6.257. $A_\beta=N_0\lambda_1 \exp(-\lambda_1 t)=0{,}72\cdot 10^{11}$ Бк; $A_\alpha=$ $=N_0\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right)\lambda_1\lambda_2/(\lambda_2-\lambda_1)=1{,}46\cdot 10^{11}$ Бк. Здесь N_0 — первоначальное число ядер ^{210}Bi.

6.258. а) ^{206}Pb; б) восемь α-распадов и шесть β-распадов.

6.259. $v=\sqrt{2m_\chi T_\alpha}/m=3{,}4\cdot 10^5$ м/с, где m — масса дочернего ядра; 0,020.

6.260. 1,6 МДж.

6.261. 0,82 МэВ.

6.262. а) 6,1 см; б) соответственно $2{,}1\cdot 10^5$ и $0{,}77\cdot 10^5$.

6.263. $Q=\begin{cases}(M_м-M_д)c^2 \text{ при } \beta^-\text{-распаде и } K\text{-захвате,}\\ (M_м-M_д-2m)c^2 \text{ при } \beta^+\text{-распаде.}\end{cases}$

6.264. 0,56 МэВ и 47,5 эВ.

6.265. 5 МДж.

6.266. 0,32 и 0,65 МэВ.

6.267. $T\approx Q(Q+2mc^2)/2M_Nc^2=0{,}11$ кэВ, где $Q=(M_N-M_C-2m)c^2$, m — масса электрона.

6.268. 40 км/с.

6.269. $0{,}45c$, где c — скорость света.

6.270. $\Delta\varepsilon/\varepsilon=E/2mc^2=3{,}6\cdot 10^{-7}$, где m — масса ядра.

6.271. $v\approx\varepsilon/mc=0{,}22$ км/с, где m — масса ядра.

6.272. $v=gh/c=65$ мкм/с.

6.273. $h_{мин}=\hbar c^2/g\varepsilon\tau=4{,}6$ м.

6.274. $T=T_\alpha/[1+(M-m)^2/4mM\cos^2\theta]=6{,}0$ МэВ, где m и M — массы α-частицы и ядра лития.

6.275. а) $\eta=4mM/(m+M)^2=0{,}89$;

б) $\eta=2m/(m+M)=2/3$. Здесь m и M — массы нейтрона и дейтрона.

6.276. $\vartheta_{макс}=\arcsin(m_1/m_2)=30°$, где m_1 и m_2 — массы протона и дейтрона.

6.277. $2\cdot 10^{11}$ кг/см^3, $1\cdot 10^{38}$ нуклон/см^3.

6.278. а) d; б) ^{17}F; в) α; г) ^{37}Cl.

6.280. ^{8}Be, $E_{св}=56{,}5$ МэВ.

6.281. а) 8,0 МэВ; б) 11,5 и 8,7 МэВ; в) 14,5 МэВ.

6.282. $E_n-E_p=0{,}22$ МэВ.

6.283. $E=20\varepsilon_{Ne}-2\cdot 4\varepsilon_\alpha-12\varepsilon_C=11{,}9$ МэВ, где ε — энергия связи на один нуклон в соответствующем ядре.

6.284. а) 8,0225 а.е.м.; б) 10,0135 а.е.м.

6.285. $Q=(E_3+E_4)-(E_1+E_2)$.

6.286. а) $8{,}2\cdot 10^{10}$ кДж, $2{,}7\cdot 10^6$ кг; б) 1,5 кг.

6.287. $5{,}74\cdot 10^7$ кДж; $2\cdot 10^4$ кг.

6.288. 2,79 МэВ; 0,85 МэВ.

6.289. $Q=8\varepsilon_\alpha-7\varepsilon_{Li}=17{,}3$ МэВ.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.290. $Q=(1+\eta_p)\,T_p-(1-\eta_\alpha)\,T_\alpha-2\sqrt{\eta_p\eta_\alpha T_p T_\alpha}\cos\vartheta=$ $=-1{,}2$ МэВ, где $\eta_p=m_p/m_O$, $\eta_\alpha=m_\alpha/m_O$.

6.291. а) $-1{,}65$ МэВ; б) 6,82 МэВ; в) $-2{,}79$ МэВ; г) 3,11 МэВ.

6.292. $v_\alpha=0{,}92\cdot10^7$ м/с, $v_{Li}=0{,}53\cdot10^7$ м/с.

6.293. 1,9 МэВ.

6.294. $T_n=[Q+(1-m_\alpha/m_C)\,T]/(1+m_n/m_C)=8{,}5$ МэВ.

6.295. 9,1 МэВ, 170,5°.

6.297. $T\geqslant E_{св}\,(m_p+m_d)/m_d=3{,}3$ МэВ.

6.298. В пределах от 1,89 до 2,06 МэВ.

6.299. $Q=-(11/12)\,T_{пор}=-3{,}7$ МэВ.

6.300. Соответственно 1,88 и 5,75 МэВ.

6.301. 4,4 МэВ; $5{,}3\cdot10^6$ м/с.

6.302. $T_\alpha=\dfrac{1}{m_3+m_4}\left[(m_4-m_1)\,T-\dfrac{m_2m_4}{m_1+m_2}\,T_{пор}\right]=2{,}2$ МэВ, где m_1, m_2, m_3, m_4 — массы нейтрона, ядра ^{12}C, α-частицы и ядра ^9Be.

6.303. На $E_{св}/2mc^2=0{,}06\,\%$, где m — масса дейтрона.

6.304. $E=Q+(2/3)\,T=6{,}5$ МэВ.

6.305. $E_i=E_{св}+T_i m_C/(m_d+m_C)=16{,}7$; 16,9; 17,5 и 17,7 МэВ, где $E_{св}$ — энергия связи дейтрона в промежуточном ядре.

6.306. $\sigma=(M/N_A\rho d)\ln\eta=2{,}5$ кб, где M — молярная масса кадмия, N_A — постоянная Авогадро, ρ — плотность кадмия.

6.307. $I_0/I=\exp[(2\sigma_1+\sigma_2)nd]=20$, где n — концентрация молекул тяжелой воды.

6.308. $w=\{1-\exp[-(\sigma_s+\sigma_a)\,nd]\}\,\sigma_s/(\sigma_s+\sigma_a)=0{,}35$, где n — концентрация ядер железа.

6.309. а) $T=(w/k)\ln2$; б) $w=ATe/It\ln2=2\cdot10^{-3}$.

6.310. а) $t=\eta/\sigma J=3\cdot10^6$ лет;

б) $N_{макс}=J\sigma N_0T/\ln2=1{,}0\cdot10^{13}$, где N_0 — число ядер ^{197}Au в фольге.

6.311. $N=(1-e^{-\lambda t})\,Jn\sigma/\lambda$.

6.312. $J=Ae^{\lambda\tau}/\sigma N_0\,(1-e^{-\lambda t})=6\cdot10^9$ см$^{-2}\cdot$с$^{-1}$, где λ — постоянная распада, N_0 — число ядер Au в фольге.

6.313. $N=N_0\,k^{i-1}=1{,}3\cdot10^5$, где i — число поколений.

6.314. $N=\nu P/E=0{,}8\cdot10^{19}$ с$^{-1}$.

6.315. а) $N/N_0=4\cdot10^2$; б) $T=\tau/(k-1)=10$ с.

6.316. Соответственно 0,05, 0,4 и 9 ГэВ.

6.317. $\langle l\rangle=c\tau_0\sqrt{\eta\,(\eta+2)}=15$ м.

6.318. $\tau_0=lmc/\sqrt{T\,(T+2mc^2)}=26$ нс, где m — масса π-мезона.

6.319. $J/J_0=\exp\left[-lmc/\tau_0\sqrt{T\,(T+2mc^2)}\right]=0{,}22$, где m — масса π-мезона.

6.320. $T_\mu=(m_\pi-m_\mu)^2\,c^2/2m_\pi=4{,}1$ МэВ, $E_\nu=29{,}8$ МэВ.

6.321. $T=\left[(m_\Sigma-m_n)^2-m_\pi^2\right]c^2/2m_\Sigma=19{,}5$ МэВ.

6.322. $T_{макс}=(m_\mu-m_e)^2\,c^2/2m_\mu=52{,}5$ МэВ.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

6.323. $mc^2 = m_p c^2 + T + \sqrt{m_\pi^2 c^4 + T(T + 2m_p c^2)} = 1115$ МэВ; Λ-частица.

6.324. $\tau = \tau_0 [1 + (m_\mu/m_K)^2]\, m_K/2m_\mu = 5{,}4$ мкс, где τ_0 — среднее время жизни покоящихся мюонов.

6.325. $E_\nu = (m_\pi^2 - m_\mu^2)\, c^2/2\,(m_\pi c^2 + T) = 22$ МэВ.

6.326. $mc^2 = \left[(m_\Sigma^2 + m_\pi^2)\, c^4 - 2\,(m_\Sigma c^2 + T_\Sigma)\,(m_\pi c^2 + T_\pi)\right]^{1/2} = 0{,}94$ ГэВ, нейтрон.

6.327. $T_\pi = m_\pi c^2\,[\csc(\theta/2) - 1]$, $E_\gamma = m_\pi c^2/2 \sin(\theta/2)$. При $\theta = 60°$ $T_\pi = E_\gamma = m_\pi c^2$.

6.329. $\cos(\theta/2) = 1/\sqrt{1 + 2mc^2/T}$, отсюда $\theta = 99°$.

6.330. а) $\varepsilon_{\text{пор}} = 4m_e c^2 = 2{,}04$ МэВ;

б) $\varepsilon_{\text{пор}} = 2m_\pi c^2\,(1 + m_\pi/m_p) = 320$ МэВ.

6.331. 1,8 МэВ.

6.332. а) $T_{\text{пор}} = 6m_p c^2 = 5{,}6$ ГэВ;

б) $T_{\text{пор}} = m_\pi c^2\,(4m_p + m_\pi)/2m_p = 0{,}28$ ГэВ.

6.333. а) 0,90 ГэВ; б) 0,77 ГэВ.

6.334. $N_{\text{макс}} = \left[2\left(\sqrt{1 + T/2m_p c^2} - 1\right) m_p/m_\pi\right] = 10$, где прямые скобки означают: «целое число от».

6.335. $S = -2$, $Y = -1$, Ξ^0-частица.

6.336. Запрещены 1, 2 и 3.

6.337. Запрещены 2, 4 и 5.

6.338. Энергетически (1); в остальных процессах не сохраняются: барионный заряд (2), электрический заряд (3), странность (4), лептонный заряд (5), электронный и мюонный заряды (6).

6.339. $p\,(uud)$, $n\,(udd)$, $\Sigma^-\,(dds)$.

6.340. $\pi^+\,(u\bar{d})$, $K^-\,(\bar{u}s)$, $K^0\,(d\bar{s})$.

6.341. $K^+\,(u\bar{s})$, $\Lambda\,(uds)$, $\Omega^-\,(sss)$.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

1. Таблица производных и интегралов

Функция	Производная	Функция	Производная	Функция	Производная
x^n	nx^{n-1}	$\sin x$	$\cos x$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\arccos x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
e^x	e^x	$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$
e^{nx}	ne^{nx}	$\ln u$	$\frac{u'}{u}$	$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$
a^x	$a^x \ln a$	$\frac{u}{v}$	$\frac{vu'-v'u}{v^2}$	$\operatorname{th} x$	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$			$\operatorname{cth} x$	$-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1},\quad n \neq -1 \qquad \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x \qquad \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$$

$$\int \operatorname{tg} x\,dx = -\ln \cos x \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x}\,dx = \begin{cases} 1, & n=0 \\ \sqrt{\pi}/2, & n=1/2 \\ 1, & n=1 \\ 2, & n=2 \end{cases} \qquad \int_0^\infty x^n e^{-x^2}\,dx = \begin{cases} \sqrt{\pi}/2, & n=0 \\ 1/2, & n=1 \\ \sqrt{\pi}/4, & n=2 \\ 1/2, & n=3 \end{cases}$$

$$\int_0^\infty \frac{x^n\,dx}{e^x-1} = \begin{cases} 2{,}31, & n=1/2 \\ \pi^2/6, & n=1 \\ 2{,}405, & n=2 \\ \pi^4/15, & n=3 \\ 24{,}9, & n=4 \end{cases} \qquad \int_0^\alpha \frac{x^3\,dx}{e^x-1} = \begin{cases} 0{,}225, & \alpha=1 \\ 1{,}18, & \alpha=2 \\ 2{,}56, & \alpha=3 \\ 4{,}91, & \alpha=5 \\ 6{,}43, & \alpha=10 \end{cases}$$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

2. Астрономические величины

Космическое тело	Средний радиус, м	Масса, кг	Средняя плотность, 10^3 кг/м^3	Период вращения вокруг оси, сутки
Солнце	$6{,}95 \cdot 10^8$	$1{,}99 \cdot 10^{30}$	1,41	25,4
Земля	$6{,}37 \cdot 10^6$	$5{,}98 \cdot 10^{24}$	5,52	1,00
Луна	$1{,}74 \cdot 10^6$	$7{,}35 \cdot 10^{22}$	3,30	27,3

Планеты Солнечной системы	Среднее расстояние от Солнца, 10^6 км	Период обращения вокруг Солнца, в годах	Масса в единицах массы Земли
Меркурий	57,87	0,241	0,056
Венера	108,14	0,615	0,817
Земля	149,50	1,000	1,000
Марс	227,79	1,881	0,108
Юпитер	777,8	11,862	318,35
Сатурн	1426,1	29,458	95,22
Уран	2867,7	84,013	14,58
Нептун	4494	164,79	17,26

3. Плотности веществ

Твердые вещества	ρ, г/см^3	Жидкости	ρ, г/см^3
Алмаз	3,5	Бензол	0,88
Алюминий	2,7	Вода	1,00
Вольфрам	19,1	Глицерин	1,26
Графит	1,6	Касторовое масло	0,90
Железо (сталь)	7,8	Керосин	0,80
Золото	19,3	Ртуть	13,6
Кадмий	8,65	Спирт	0,79
Кобальт	8,9	Тяжелая нода	1,1
Лед	0,916	Эфир	0,72
Медь	8,9		
Молибден	10,2	**Газы (при нормальных условиях)**	**ρ, кг/м^3**
Натрий	0,97		
Никель	8,9		
Олово	7,4	Азот	1,25
Платина	21,5	Аммиак	0,77
Пробка	0,20	Водород	0,09
Свинец	11,3	Воздух	1,293
Серебро	10,5	Кислород	1,43
Титан	4,5	Метан	0,72
Уран	19,0	Углекислый газ	1,98
Фарфор	2,3	Хлор	3,21
Цинк	7,0		

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

4. Коэффициенты теплового расширения
(при комнатной температуре)

Твердое тело	Коэффициент линейного расширения α, 10^{-6} K^{-1}	Жидкость	Коэффициент объемного расширения β, 10^{-4} K^{-1}
Алюмииий	22,9	Вода	2,1
Латунь	18,9	Глицерин	5,0
Медь	16,7	Керосин	10,0
Сталь (железо)	11	Ртуть	1,8
Стекло обычное	8,5	Спирт этиловый	11,0

Примечание. $\alpha = \frac{1}{l}\frac{\partial l}{\partial T}$, $\beta = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}$.

5. Упругие постоянные. Предел прочности

Материал	Модуль Юнга E, ГПа	Модуль сдвига G, ГПа	Коэффициент Пуассона μ	Предел прочности на разрыв σ_m, ГПа	Сжимаемость β, $ГПа^{-1}$
Алюминий	70	26	0,34	0,10	0,014
Медь	130	40	0,34	0,30	0,007
Свинец	16	5,6	0,44	0,015	0,022
Сталь (железо)	200	81	0,29	0,60	0,006
Стекло	60	30	0,25	0,05	0,025
Вода	—	—	—	—	0,49

Примечание. Сжимаемость $\beta = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p}$.

6. Давление насыщенных паров воды

°C	Давление, кПа	°C	Давление, кПа	°C	Давление, кПа
0	0,61	25	3,15	60	19,9
5	0,87	30	4,23	70	31,0
10	1,22	35	5,60	80	47,3
15	1,70	40	7,35	90	70,0
20	2,33	50	12,3	100	101,3

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

7. Постоянные газов

Газ (относительная молекулярная масса)	$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$	Теплопроводность $\varkappa$, $\frac{\text{мВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	Вязкость η, мкПа·с	Диаметр молекулы d, нм	Постоянные Ван-дер-Ваальса	
					a, $\frac{\text{Па}\cdot\text{м}^6}{\text{моль}^2}$	b, $10^{-6}\frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$
He (4)	1,67	141,5	18,9	0,20	—	—
Ar (40)	1,67	16,2	22,1	0,35	0,132	32
H_2 (2)	1,41	168,4	8,4	0,27	0,024	27
N_2 (28)	1,40	24,3	16,7	0,37	0,137	39
O_2 (32)	1,40	24,4	19,2	0,35	0,137	32
CO_2 (44)	1,30	23,2	14,0	0,40	0,367	43
H_2O (18)	1,32	15,8	9,0	0,30	0,554	30
Воздух (29)	1,40	24,1	17,2	0,35	—	—

Примечание. Значения γ, $\varkappa$ и η — при нормальных условиях.

8. Постоянные жидкостей и твердых тел

Вещество	Удельная теплоемкость *) c, $\frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot\text{К}}$	Удельная теплота парообразования **) q, Дж/г	Удельная теплота плавления q, Дж/г	Поверхностное натяжение *) α, мН/м
Вода	4,18	2250	—	73
Глицерин	2,42	—	—	66
Ртуть	0,14	284	—	490
Спирт	2,42	853	—	22
Алюминий	0,90	—	321	—
Железо	0,46	—	270	—
Лед	2,09	—	333	—
Медь	0,39	—	175	—
Серебро	0,23	—	88	—
Свинец	0,13	—	25	—

*) При нормальных условиях
**) При нормальном атмосферном давлении

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

9. Диэлектрические проницаемости

Диэлектрик	ε	Диэлектрик	ε
Вода	81	Полиэтилен	2,3
Воздух	1,00058	Слюда	7,5
Воск	7,8	Спирт	26
Керосин	2,0	Стекло	6,0
Парафин	2,0	Фарфор	6,0
Плексиглас	3,5	Эбонит	2,7

10. Удельные сопротивления проводников и изоляторов

Проводники	Удельное сопротивление (при 20 °С) ρ, нОм·м	Температурный коэффициент α, $кК^{-1}$	Изоляторы	Удельное сопротивление ρ, Ом·м
Алюминий	25	4,5	Бумага	10^{10}
Вольфрам	50	4,8	Парафин	10^{15}
Железо	90	6,5	Слюда	10^{13}
Золото	20	4,0	Фарфор	10^{13}
Медь	16	4,3	Шеллак	10^{14}
Свинец	190	4,2	Эбонит	10^{14}
Серебро	15	4,1	Янтарь	10^{17}

11. Магнитные восприимчивости пара- и диамагнетиков

Парамагнетики	$\mu-1$, 10^{-6}	Диамагнетики	$\mu-1$, 10^{-6}
Азот	0,013	Водород	—0,063
Воздух	0,38	Бензол	—7,5
Кислород	1,9	Вода	—9,0
Эбонит	14	Медь	—10,3
Алюминий	23	Стекло	—12,6
Вольфрам	176	Каменная соль	—12,6
Платина	360	Кварц	—15,1
Жидкий кислород	3400	Висмут	—176

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

12. Показатели преломления n

Газы	n	Жидкости	n	Твердые тела	n
Азот	1,00030	Бензол	1,50	Алмаз	2,42
Воздух	1,00029	Вода	1,33	Кварц плавленый	1,46
Кислород	1,00027	Глицерин	1,47	Стекло (обычное)	1,50
		Сероуглерод	1,63		

Примечание. Показатели преломления зависят и от длины волны света, поэтому приведенные здесь значения n следует рассматривать как условные.

Для кристаллов с двойным лучепреломлением

Длина волны λ, нм	Цвет	Исландский шпат		Кварц	
		n_e	n_o	n_e	n_o
687	красный	1,484	1,653	1,550	1,541
656	оранжевый	1,485	1,655	1,551	1,542
589	желтый	1,486	1,658	1,553	1,544
527	зеленый	1,489	1,664	1,556	1,547
486	голубой	1,491	1,668	1,559	1,550
431	сине-фиолетовый	1,495	1,676	1,564	1,554
400	фиолетовый	1,498	1,683	1,568	1,558

13. Вращение плоскости поляризации

Естественное вращение в кварце

λ, нм	φ, град/мм
404,7	48,93
435,9	41,54
491,6	31,98
589,5	21,72
656,3	17,32
670,8	16,54

Магнитное вращение ($\lambda = 589$ нм)

Жидкость	V, угл.мин/А
Бензол	2,59
Вода	0,016
Сероуглерод	0,053
Спирт этиловый	1,072

V — постоянная Верде.

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

14. Работа выхода электрона из металлов

Металл	A, эВ	Металл	A, эВ	Металл	A, эВ
Алюминий	3,74	Калий	2,15	Никель	4,84
Барий	2,29	Кобальт	4,25	Платина	5,29
Висмут	4,62	Литий	2,39	Серебро	4,28
Вольфрам	4,50	Медь	4,47	Титан	3,92
Железо	4,36	Молибден	4,27	Цезий	1,89
Золото	4,58	Натрий	2,27	Цинк	3,74

15. Край K-полосы поглощения

Z	Элемент	λ_K, пм	Z	Элемент	λ_K, пм
23	V	226,8	47	Ag	48,60
26	Fe	174,1	50	Sn	42,39
27	Co	160,4	74	W	17,85
28	Ni	148,6	78	Pt	15,85
29	Cu	138,0	79	Au	15,35
30	Zn	128,4	82	Pb	14,05
42	Mo	61,9	92	U	10,75

16. Массовые коэффициенты ослабления

(рентгеновское излучение, узкий пучок)

λ, пм	Массовый коэффициент ослабления μ/ρ, см²/г				
	Воздух	Вода	Алюминий	Медь	Свинец
10		0,16	0,16	0,36	3,8
20		0,18	0,28	1,5	4,9
30		0,29	0,47	4,3	14
40		0,44	1,1	9,8	31
50	0,48	0,66	2,0	19	54
60	0,75	1,0	3,4	32	90
70	1,3	1,5	5,1	48	139
80	1,6	2,1	7,4	70	
90	2,1	2,8	11	98	
100	2,6	3,8	15	131	
150	8,7	12	46	49	
200	21	28	102	108	
250	39	51	194	198	

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

17. Константы двухатомных молекул

Молекула	Межъядерное расстояние d, 10^{-8} см	Частота колебаний ω, 10^{14} $с^{-1}$	Молекула	Межъядерное расстояние d, 10^{-8} см	Частота колебаний ω, 10^{14} $с^{-1}$
H_2	0,741	8,279	HF	0,917	7,796
N_2	1,094	4,445	HCl	1,275	5,632
O_2	1,207	2,977	HBr	1,413	4,991
F_2	1,282	2,147	HI	1,604	4,350
S_2	1,889	1,367	CO	1,128	4,088
Cl_2	1,988	1,064	NO	1,150	3,590
Br_2	2,283	0,609	OH	0,971	7,035
I_2	2,666	0,404			

18. Массы легких нуклидов

z	Нуклид	Избыток массы нуклида $M-A$, а.е.м.	z	Нуклид	Избыток массы нуклида $M-A$, а.е.м.
0	n	0,00867	6	^{11}C	0,01143
1	^{1}H	0,00783		^{12}C	0
	^{2}H	0,01410		^{13}C	0,00335
	^{3}H	0,01605	7	^{13}N	0,00574
2	^{3}He	0,01603		^{14}N	0,00307
	^{4}He	0,00260		^{15}N	0,00011
3	^{6}Li	0,01513	8	^{15}O	0,00307
	^{7}Li	0,01601		^{16}O	—0,00509
4	^{7}Be	0,01693		^{17}O	—0,00087
	^{8}Be	0,00531	9	^{19}F	—0,00160
	^{9}Be	0,01219	10	^{20}Ne	—0,00756
	^{10}Be	0,01354	11	^{23}Na	—0,01023
5	^{10}B	0,01294		^{24}Na	—0,00903
	^{11}B	0,00930	12	^{24}Mg	—0,01496

Примечание. Здесь M — масса нуклида в а.е.м., A — массовое число.

19. Периоды полураспада радиоизотопов

Кобальт ^{60}Co	5,2 года (β)	Радон ^{222}Rn	3,8 сут (α)
Стронций ^{90}Sr	28 лет (β)	Радий ^{226}Ra	1620 лет (α)
Полоний ^{210}Po	138 сут (α)	Уран ^{238}U	$4{,}5 \cdot 10^{9}$ лет (α)

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

20. Единицы физических величин

Обозначения и названия некоторых единиц

А — ампер	Гц — герц	Мкс — максвелл
Å — ангстрем	дин — дина	Н — ньютон
а.е.м. — атомная единица массы	Дж — джоуль	П — пуаз
	дптр — диоптрия	Па — паскаль
Б — бел	К — кельвин	рад — радиан
б — барн	кал — калория	с — секунда
Бк — беккерель	кд — кандела	См — сименс
В — вольт	Кл — кулон	ср — стерадиан
Вб — вебер	л — литр	Тл — тесла
Вт — ватт	лк — люкс	Ф — фарад
Гн — генри	лм — люмен	ч — час
г — грамм	м — метр	Э — эрстед
Гс — гаусс	мин — минута	эВ — электрон-вольт

Десятичные приставки к названиям единиц

Э — экса, 10^{18}	к — кило, 10^{3}	мк — микро, 10^{-6}
П — пета, 10^{15}	г — гекто, 10^{2}	н — нано, 10^{-9}
Т — тера, 10^{12}	д — деци, 10^{-1}	п — пико, 10^{-12}
Г — гига, 10^{9}	с — санти, 10^{-2}	ф — фемто, 10^{-15}
М — мега, 10^{6}	м — милли, 10^{-3}	а — атто, 10^{-18}

Единицы величин в СИ и СГС

Величина	Единица величины		Отношение ед. СИ / ед. СГС
	СИ	СГС	
Длина	м	см	10^{2}
Время	с	с	1
Скорость	м/с	см/с	10^{2}
Ускорение	м/с^2	см/с^2	10^{2}
Частота колебаний	Гц	Гц	1
Круговая частота	с$^{-1}$	с$^{-1}$	1
Угловая скорость	рад/с	рад/с	1
Угловое ускорение	рад/с^2	рад/с^2	1
Масса	кг	г	10^{3}
Плотность	кг/м^3	г/см^3	10^{-3}
Сила	Н	дин	10^{5}
Давление, напряжение	Па	дин/см^2	10
Импульс	кг·м/с	г·см/с	10^{5}
Момент силы	Н·м	дин·см	10^{7}
Энергия, работа	Дж	эрг	10^{7}

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Продолжение табл. 20

Величина	Единица величины		Отношение ед. СИ / ед. СГС
	СИ	СГС	
Мощность	Вт	эрг/с	10^7
Плотность потока энергии	Вт/м^2	эрг/(с·см^2)	10^3
Момент импульса	кг·м^2/с	г·см^2/с	10^7
Момент инерции	кг·м^2	г·см^2	10^7
Вязкость	Па·с	П	10
Температура	К	К	1
Теплоемкость, энтропия	Дж/К	эрг/К	10^7
Количество электричества	Кл	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^9$
Потенциал	В	СГСЭ-ед.	1/300
Напряженность электрического поля	В/м	СГСЭ-ед.	$1/(3 \cdot 10^4)$
Электрическое смещение	Кл/м^2	СГСЭ-ед.	$12\pi \cdot 10^5$
Электрическяй момент диполя	Кл·м	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^{11}$
Поляризованность	Кл/м^2	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^5$
Емкость	Ф	см	$9 \cdot 10^{11}$
Сила тока	А	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^9$
Плотность тока	А/м^2	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^5$
Сопротивление	Ом	СГСЭ-ед.	$1/(9 \cdot 10^{11})$
Удельное сопротивление	Ом·м	СГСЭ-ед.	$1/(9 \cdot 10^9)$
Проводимость	См	СГСЭ-ед.	$9 \cdot 10^{11}$
Магнитная индукция	Тл	Гс	10^4
Магнитный поток	Вб	Мкс	10^8
Напряженность магнитного поля	А/м	Э	$4\pi \cdot 10^{-3}$
Магнитный момент	А·м^2	СГСМ-ед.	10^3
Намагниченность	А/м	СГСМ-ед.	10^{-3}
Индуктивность	Гн	см	10^9
Сила света	кд	кд	1
Световой поток	лм	лм	1
Освещенность	лк		
Светимость	лм/м^2		
Яркость	кд/м^2		

Примечание. Электрические и магнитные единицы в СГС даны здесь в гауссовой системе.

Некоторые внесистемные единицы

1 год = $3{,}11 \cdot 10^7$ с
1 атм = { 101,3 кПа / 760 мм рт. ст.
1 бар = 100 кПа (точно)
1 мм рт. ст. = 133,3 Па
1 л·атм = 101,3 Дж
1 кал = 4,18 Дж

1 Å = 10^{-8} см
1 б = 10^{-24} см^2
1 эВ = { $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж / $1{,}6 \cdot 10^{-12}$ эрг
1 а. е. м. = { $1{,}66 \cdot 10^{-24}$ г / 931,5 МэВ
1 Ки (кюри) = $3{,}70 \cdot 10^{10}$ Бк

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

21. Основные формулы электродинамики в СИ и в гауссовой системе

Наименование	СИ	Гауссова система
Напряженность поля точечного заряда	$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$	$E=\frac{q}{r^2}$
Напряженность поля плоского конденсатора	$E=\sigma/\varepsilon_0\varepsilon$	$E=4\pi\sigma/\varepsilon$
Потенциал поля точечного заряда	$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$	$\varphi=\frac{q}{r}$
Связь между $\mathbf{E}$ и φ	$\mathbf{E}=-\nabla\varphi,\quad \varphi_1-\varphi_2=\int_1^2 \mathbf{E}\,d\mathbf{r}$	
Электрический диполь $\mathbf{p}$ в поле $\mathbf{E}$	$\mathbf{N}=[\mathbf{pE}],\quad W=-\mathbf{pE}$	
Связь между $\mathbf{P}$ и $\mathbf{E}$	$\mathbf{P}=\varkappa\varepsilon_0\mathbf{E}$	$\mathbf{P}=\varkappa\mathbf{E}$
Связь между σ', $\mathbf{P}$ и $\mathbf{E}$	$\sigma'=P_n=\varkappa\varepsilon_0 E_n$	$\sigma'=P_n=\varkappa E_n$
Определение вектора $\mathbf{D}$	$\mathbf{D}=\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P}$	$\mathbf{D}=\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P}$
Связь между ε и $\varkappa$	$\varepsilon=1+\varkappa$	$\varepsilon=1+4\pi\varkappa$
Связь между $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$	$\mathbf{D}=\varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E}$	$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$
Теорема Гаусса для вектора $\mathbf{D}$	$\oint \mathbf{D}\,d\mathbf{S}=q$	$\oint \mathbf{D}\,d\mathbf{S}=4\pi q$
Емкость конденсатора	$C=q/U$	
Емкость плоского конденсатора	$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$	$C=\frac{\varepsilon S}{4\pi d}$
Энергия системы зарядов	$W=(1/2)\sum q_i\varphi_i$	
Энергия конденсатора	$W=CU^2/2$	
Плотность энергии электрического поля	$w=ED/2$	$w=ED/8\pi$
Закон Ома	$\mathbf{j}=\sigma\mathbf{E}$	
Закон Джоуля—Ленца	$w=\sigma E^2$	
Магнитный момент контура с током	$p_m=IS$	$p_m=IS/c$
Магнитный диполь $\mathbf{p}_m$ в поле $\mathbf{B}$	$\mathbf{N}=[\mathbf{p}_m\mathbf{B}],\quad W=-\mathbf{p}_m\mathbf{B}$	
Закон Био—Савара	$d\mathbf{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,[d\mathbf{l},\,\mathbf{r}]}{r^3}$	$d\mathbf{B}=\frac{1}{c}\frac{I\,[d\mathbf{l},\,\mathbf{r}]}{r^3}$
Индукция поля:		
а) прямого тока	$B=(\mu_0/4\pi)\,2I/r$	$B=(1/c)\,2I/r$
в) в центре витка	$B=(\mu_0/4\pi)\,2\pi I/r$	$B=(1/c)\,2\pi I/r$
в) в соленоиде	$B=\mu_0 nI$	$B=(4\pi/c)\,nI$
Определение вектора $\mathbf{H}$	$\mathbf{H}=\mathbf{B}/\mu_0-\mathbf{J}$	$\mathbf{H}=\mathbf{B}-4\pi\mathbf{J}$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

Наименование	СИ	Гауссова система
Циркуляция вектора **H** в постоянном поле	$\oint \mathbf{H}\, d\mathbf{r} = I$	$\oint \mathbf{H}\, d\mathbf{r} = \frac{4\pi}{c} I$
Связь между **J** и **H**	$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}$	
Связь между μ и χ	$\mu = 1 + \chi$	$\mu = 1 + 4\pi\chi$
Связь между **B** и **H**	$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$	$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
Сила Лоренца	$\mathbf{F} = q[\mathbf{vB}]$	$\mathbf{F} = (q/c)[\mathbf{vB}]$
Закон Ампера	$d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$	$d\mathbf{F} = (I/c)[d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$
Сила взаимодействия параллельных токов	$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{d}$	$F = \frac{1}{c^2} \frac{2I_1 I_2}{d}$
Э. д. с. индукции	$\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\mathscr{E}_i = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}$
Индуктивность	$L = \Phi / I$	$L = c\Phi / I$
Индуктивность соленоида	$L = \mu_0 \mu n^2 V$	$L = 4\pi\mu n^2 V$
Энергия магнитного поля тока	$W = LI^2/2$	$W = LI^2/2c^2$
Плотность энергии магнитного поля	$w = BH/2$	$w = BH/8\pi$
Уравнения Максвелла в интегральной форме	$\oint \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = \int \rho\, dV$	$\oint \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = 4\pi \int \rho\, dV$
	$\oint \mathbf{E}\, d\mathbf{r} = -\int \dot{\mathbf{B}}\, d\mathbf{S}$	$\oint \mathbf{E}\, d\mathbf{r} = -\frac{1}{c} \int \dot{\mathbf{B}}\, d\mathbf{S}$
	$\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{S} = 0$	$\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{S} = 0$
	$\oint \mathbf{H}\, d\mathbf{r} = \int (\mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}})\, d\mathbf{S}$	$\oint \mathbf{H}\, d\mathbf{r} = \frac{4\pi}{c} \int \left(\mathbf{j} + \frac{\dot{\mathbf{D}}}{4\pi}\right) d\mathbf{S}$
Уравнения Максвелла в дифференциальной форме	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho$
	$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$	$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}/c$
	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}}$	$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\left(\mathbf{j} + \frac{\dot{\mathbf{D}}}{4\pi}\right)$
Формулы преобразования **E** и **B** при $v_0 \ll c$	$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + [\mathbf{v}_0 \mathbf{B}]$	$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + [\mathbf{v}_0 \mathbf{B}]/c$
	$\mathbf{B}' = \mathbf{B} - [\mathbf{v}_0 \mathbf{E}]/c^2$	$\mathbf{B}' = \mathbf{B} - [\mathbf{v}_0 \mathbf{E}]/c$
Скорость электромагнитной волны в среде	$v = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}$	$v = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$
Связь между E и H в электромагнитной волне	$E\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} = H\sqrt{\mu_0 \mu}$	$E\sqrt{\varepsilon} = H\sqrt{\mu}$
Вектор Пойнтинга	$\mathbf{S} = [\mathbf{EH}]$	$\mathbf{S} = (c/4\pi)[\mathbf{EH}]$

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)

22. Основные физические константы

Скорость света в вакууме	$c = 2{,}998 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$\gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Стандартное ускорение свободного падения	$g = 9{,}807$ м/с^2
Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Стандартный объем моля газа	$V_0 = 22{,}41$ л/моль
Молярная газовая постоянная	$R = 8{,}314$ Дж/(К·моль)
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Фарадея	$F = 0{,}965 \cdot 10^5$ Кл/моль
Элементарный заряд	$e = \begin{cases} 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \\ 4{,}803 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ} \end{cases}$
Масса электрона	$m_e = \begin{cases} 0{,}911 \cdot 10^{-30} \text{ кг} \\ 0{,}511 \text{ МэВ} \end{cases}$
Удельный заряд электрона	$e/m_e = \begin{cases} 1{,}76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг} \\ 5{,}27 \cdot 10^{17} \text{ СГСЭ/г} \end{cases}$
Масса протона	$m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг
Удельный заряд протона	$e/m_p = \begin{cases} 0{,}959 \cdot 10^8 \text{ Кл/кг} \\ 2{,}87 \cdot 10^{14} \text{ СГСЭ/г} \end{cases}$
Постоянная Планка	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar = \frac{h}{2\pi} = \begin{cases} 1{,}0546 \cdot 10^{-34} \text{ Дж·с} \\ 0{,}659 \cdot 10^{-15} \text{ эВ·с} \end{cases}$
Постоянная Стефана—Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная закона смещения Вина	$b = 0{,}29$ см·К
Постоянная Ридберга	$R = 2{,}07 \cdot 10^{16}$ с$^{-1}$
	$R' = R/2\pi c = 1{,}097 \cdot 10^5$ см$^{-1}$
Первый боровский радиус	$r_1 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м
Энергия связи электрона в атоме водорода	$E = 13{,}56$ эВ
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_C = 2{,}426 \cdot 10^{-12}$ м
	$\lambda\!\!\!^{-}_C = \lambda_C/2\pi = 3{,}86 \cdot 10^{-13}$ м
Классический раднус электрона	$r_e = 2{,}82 \cdot 10^{-15}$ м
Магиетон Бора	$\mu_Б = \begin{cases} 0{,}9274 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл} \\ 0{,}9274 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/Гс} \end{cases}$
Ядерный магнетон	$\mu_N = \begin{cases} 5{,}051 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл} \\ 5{,}051 \cdot 10^{-24} \text{ эрг/Гс} \end{cases}$
Магнитный момент протона	$\mu_p = 2{,}7928\,\mu_N$
» » нейтрона	$\mu_n = -1{,}913\,\mu_N$
Атомная единица массы	1 а.е.м. $= \begin{cases} 1{,}660 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 931{,}5 \text{ МэВ} \end{cases}$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 0{,}885 \cdot 10^{-11}$ Ф/м
	$1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ м/Ф
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
	$\mu_0/4\pi = 10^{-7}$ Гн/м

Print to PDF without this message by purchasing novaPDF (http://www.novapdf.com/)